

# Untersuchung von Kinematiken für handgehaltene Roboter

Inauguraldissertation  
zur Erlangung des akademischen Grades  
eines Doktors der Naturwissenschaften  
der Universität Mannheim

vorgelegt von

Dipl.-Ing. (FH) Peter Paul Pott  
aus Mannheim

Mannheim, 2008

---

Dekan: Prof. Dr.-Ing. Felix Freiling, Universität Mannheim  
Referent: Prof. Dr. sc. techn. Essameddin Badreddin, Universität Heidelberg  
Korreferent: Prof. Dr.-Ing. Konrad Wegener, ETH Zürich  
Korreferent: PD Dr. med. Markus Schwarz, Universität Heidelberg

Tag der mündlichen Prüfung: 18.11.2008

---

*Le mieux est l'ennemi du bien*  
Voltaire

---



# Danksagung

Ich möchte den folgenden Menschen herzlich danken

Meiner Frau Kerstin	für ihre Liebe, Geduld und Unterstützung
Meinen Kindern Jonathan und Pauline	für das größte Glück dieser Welt
Meinen Eltern Herbert und Irmgard Pott	für mein Dasein
PD Dr. med. Markus Schwarz	als meinem Mentor
Dipl.-Ing. Steffen Heute, M.Eng.	für die Auskonstruktion des Epizaktors
Prof. Dr.-Ing. Peter Weiser	für die zahlreichen Diskussionen, die hilfreichen und realistischen Einschätzungen sowie die Realisierung des Epizaktors
Dr.-Ing. Achim Wagner	für die Unterstützung bei den Berechnungen
Den Kollegen am LS Automation	für den Spaß bei der Arbeit, den Kaffee und die vielen Anregungen
Prof. Dr. Konrad Wegener	für die Übernahme des Korreferates, die produktiven Treffen in Zürich und das für meine Arbeit fruchtbare Feedback

In dieser Arbeit wird auf die Verwendung der inklusiven Sprache verzichtet. Frauen sind bei allen geschlechtsspezifischen Formulierungen ausdrücklich mit einbezogen.

# Zusammenfassung

**Einleitung & Fragestellung** Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit auf verschiedenen Kinematiken basierenden Maschinen zum Einsatz als handgehaltene Roboter für den orthopädisch-chirurgischen Bereich. An Medizinroboter werden hohe Anforderungen besonders im Bezug auf die Integration des Roboters in den Operationsablauf gestellt. Diese erscheinen mit einem Roboter, der in der Hand des Benutzers gehalten wird und somit dem Bediener die Überwachung seiner Arbeit ermöglicht, während gleichzeitig mit hoher Präzision programmierte Frästrajektorien ausgeführt werden, besonders gut erfüllt zu sein. Die Entwicklung eines handgehaltenen Roboters ist nicht zuletzt wegen der hohen Anforderungen an die Dynamik, die Kräfte und speziell das Gewicht der Maschine eine besondere Herausforderung. Für den Einsatz als handgehaltener Roboter steht neben bekannten Parallelkinematiken eine neuartige hybride Kinematik zur Verfügung, die auf der Verdrehung achsparalleler Scheiben basiert. Diese wird als Epizaktor (aus „epizyklisch“ und „Aktor“) bezeichnet, erscheint viel versprechend und soll ausführlich hinsichtlich des Einsatzes als handgehaltener Roboter beschrieben, untersucht und mit den zwei bekannten Parallelkinematiken „Hexapod“ und „Hexaglide“ verglichen werden. Ziel ist es, zu ergründen, welche Kinematik sich prinzipiell am besten für eine technische Umsetzung eignet.

**Vorgehensweise** Um den Vergleich führen zu können, werden in einem ersten Schritt die Spezifikationen, die für einen handgehaltenen Medizinroboter anzunehmen sind, mit Hilfe von Literaturrecherchen und technischen Überlegungen erarbeitet. Im Anschluss wird eine Literaturrecherche zur handgehaltenen Robotik und zum Stand der Technik der epizyklischen Kinematiken präsentiert. In einem weiteren Schritt wird gezeigt, dass epizyklische Kinematiken mit mehreren Freiheitsgraden möglich sind und aus der Menge der so identifizierten Kinematiken die 6-DOF-Kinematik mit den günstigsten Eigenschaften ausgewählt. Hierzu wird ein aus der Literatur bekanntes Vergleichsverfahren angewandt. In einem dritten Schritt werden zunächst die Kinematiken *Hexapod*, *Hexaglide* und *Epizaktor* auf theoretischer Ebene verglichen. Ein Vergleich von drei auf den genannten Kinematiken basierenden und als handgehaltene Roboter konzipierten Maschinen schließt die Untersuchung ab.

**Ergebnisse** In Abschnitt 1 wird die Klassifizierung der handgehaltenen Robotik erarbeitet. Ein handgehaltener Roboter ist demnach eine einfach unprogrammierbare Bearbeitungsmaschine, deren Baugröße und Gewicht ein Tragen in der Hand des Bedieners erlauben. Abschnitt 2 stellt den Stand der Technik im Bereich der handgehaltenen Robotik sowie den der epizyklischen Kinematiken vor und beschreibt das Arbeitsumfeld von Medizinrobotern. Dabei wird deutlich, dass bisher kein handgehaltener Roboter bekannt ist und epizyklische Kinematiken mit mehr als drei Freiheitsgraden in der Literatur bisher nicht beschrieben sind. Eine ausführliche Zusammenstellung der Spezifikationen für handgehaltene Medizinroboter im orthopädisch-chirurgischen Bereich wird in Abschnitt 3 präsentiert. Diese Spezifikationen betreffen u.a. die Baugröße, das Gewicht, die Größe des Arbeitsraumes, die Dynamik, die Kräfte, die Genauigkeit, die Störgrößen, die externe Sensorik sowie medizinische Aspekte. Es wird deutlich, dass die Realisierung eines handgehaltenen Roboters besonders an das mechatronische Teilsystem eine Herausforderung darstellt. Abschnitt 4 befasst sich mit dem Epizaktor und stellt mögliche Konfigurationen mit mehreren Freiheitsgraden vor. Für die sechs ausgemachten 6-DOF-Kinematikvarianten wird jeweils die Lösung des direkten und inversen kinematischen Problems vorgestellt und ein Vergleich geführt mit dem Ziel, die günstigste 6-DOF-Kinematik zu identifizieren. Für diese werden ein inverses dynamisches Modell sowie eine Möglichkeit zur Vermeidung von Singularitäten erarbeitet. Für die Singularitätsvermeidung werden mit Hilfe von Matlab/Simulink entwickelte Simulationen präsentiert. Dabei wird deutlich, dass der gewählte Regler in der Lage ist, den Einfluss der Singularität in der Mitte des Arbeitsraumes eines Epizaktor-Scheibensystems zu kompensieren. Abschnitt 5 schließlich führt den Vergleich der drei genannten Kinematiken und auf ihnen basierenden Maschinen. Dabei wird ersichtlich, dass der Epizaktor das deutlich größte Potenzial für kleine, leichte und kompakte Maschinen besitzt, weil er das günstigste Verhältnis von Arbeitsraum und Bauraum aufweist. Außerdem führt die Verwendung von rotierenden Antrieben zu einem geringeren Motorgewicht und somit Gesamtgewicht einer solchen Maschine. Die ausgeführten Konstruktionen unterscheiden sich aus verschiedenen vor allem praktischen Gründen im vorliegenden Prototypenstatus nur geringfügig.

**Diskussion** Die handgehaltene Robotik ist eine wenig bekannte Disziplin im Bereich der Robotik und Mechatronik, wie die Literaturrecherche zum Stand der Technik zeigte. Die Spezifikationen für die Entwicklung von Maschinen für den Einsatz als handgehaltene Medizinroboter konnten mit Hilfe der Literatur sowie technischer Überlegungen in ausreichender Tiefe ermittelt werden. Die Entwicklung der epizyklischen Kinematiken mit sechs Freiheitsgraden erbrachte eine Reihe von Varianten, von denen eine für den Einsatz in einem handgehaltenen Roboter ausgewählt wurde.

Die Menge der identifizierten Kinematiken erscheint vollständig und die für die weitere Untersuchung ausgewählte Kinematik entsprechend des Vergleichsverfahrens geeignet. Eine Eignung der übrigen Kinematiken für alternative Einsatzzwecke soll nicht ausgeschlossen werden. Der Vergleich von Hexapod, Hexaglide und Epizaktor erbrachte große Unterschiede auf theoretischer Ebene, die im Vergleich der praktisch ausgeführten Konstruktionen weniger deutlich ausfallen. Dies kann vor allem mit dem unterschiedlich weit gediehenen Entwicklungsfortschritt der Maschinen begründet werden. Die Epizaktor-Kinematik bietet das größte Potenzial für den Einsatz als kompakter Medizinroboter und soll für einen solchen als Basis weiterer Entwicklungen – nicht nur im Bereich der Medizinrobotik – dienen.

---

# Konventionen und Variablen

Folgende Bezeichnungen für Koordinatensysteme, kinematische Elemente, Variablen und Fachbegriffe werden verwendet.

## Technische Koordinatensysteme

- Basis-Koordinatensystem:  $\{B\}$  bezeichnet das Koordinatensystem des feststehenden bzw. handgehaltenen Teils. Die  $z$ -Achse liegt in der Haupt-Symmetrieachse des Aufbaus und deutet in Bearbeitungsrichtung. Wird mit 'B' abgekürzt.
- Werkzeug-Koordinatensystem:  $\{T\}$  bezeichnet das Koordinatensystem des von der Maschine bewegten Teils, an dem das Bearbeitungswerkzeug montiert ist. In 0-Stellung liegen die Achsen parallel zu denen des Basis-Koordinatensystems wobei die  $z$ -Achsen coaxial sind. Wird mit 'T' abgekürzt.

## Medizinische Koordinatensysteme

- Transversalebene: Schnitt quer durch den Körper des Menschen, beim Stehenden parallel zum Untergrund also horizontal.
- Sagittalebene: Schnitt längs durch den Körper des Menschen, teilt den Menschen in zwei symmetrische Hälften; von lat. *sagittarius* für Bogenschütze.
- Frontalebene: Schnitt längs durch den Körper des Menschen, senkrecht zur Sagittalebene.
- ventral: zum Bauch hin gerichtet
- dorsal: zum Rücken hin gerichtet
- lateral: nach außen, weg vom Körper gerichtet
- medial: nach innen, hin zur Körpermitte gerichtet
- kranial: zum Kopf hin gerichtet
- kaudal: zu den Füßen hin gerichtet
- distal: von einem Betrachtungspunkt weg deutend
- proximal: zu einem Betrachtungspunkt hin deutend
- epiphysär: an den Enden eines (Röhren-)Knochens gelegen
- diaphysär: im mittleren Bereich eines (Röhren-)Knochens gelegen

## Kinematische Elemente

- Werkzeugplattform: Bewegtes Teil an einer (Roboter-)Kinematik, in dessen Koordinatensystem der  $TCP$  definiert ist.
- Basisplattform: Fixiertes Teil einer (Roboter-)Kinematik. Bei Werkzeugmaschinen das Maschinenbett oder -gestell. Bei handgehaltenen Robotern der Teil der Maschine, der in der Hand des Bedieners gehalten wird.
- $TCP$ : Tool Center Point. Derjenige Punkt am bewegten Teil eines

---

	Roboters, auf den sich alle Berechnungen beziehen. Bei Robotern befindet sich der <i>TCP</i> üblicherweise im Zentrum des Flansches an der Hand des Roboters. Bei Werkzeugmaschinen wird der <i>TCP</i> im Zentrum des Werkzeuges definiert.
Verbindungselement:	Bewegtes, starres Teil einer Epizaktor-Kinematik an dem der <i>TCP</i> definiert ist.
Stütze:	Kinematisches Element zwischen Basis- und Werkzeugplattform (einer Parallelkinematik. Kann aktiv, also mit einem angetriebenen prismatischen Gelenk versehen oder passiv, d.h. starr sein. wird in der Literatur alternativ auch als „Strebe“, „Bein“ oder engl. als „strut“ oder „leg“ bezeichnet.

## Technische Fachbegriffe

DOF:	Degrees of Freedom, Freiheitsgrade. Anzahl der linear unabhängigen aktuierten oder freien Bewegungsachsen eines Körpers.
RMS:	Root Mean Square, quadratischer Mittelwert eines Signals.
Pose:	Position und Orientierung eines Koordinatensystem(-ursprungs).

## Medizinische Fachbegriffe

Situs:	Direktes Operationsfeld, Operationswunde
perkutan:	durch die Haut
Markerstern:	Anordnung von drei oder mehr Markern, deren Lage vom Trackingsystem gemessen wird. Auch als „dynamic reference base“ bezeichnet.
Fiducial:	(engl.) Ausdruck für intrakorporale Markerkugeln die nicht radioluzent sind. Üblicherweise aus rostfreiem Stahl, Gold oder Tantal. Alternativ können auch radiopak gefüllte PMMA-Zubereitungen verwendet werden.
Tremor:	Unwillkürliches Zittern der Gliedmaßen
Scapula:	Schulterblatt
Femur:	Oberschenkel
Acetabulum:	Schalenförmiger, am Becken liegender Teil des Hüftgelenks
Tibia:	Schienbein
Pedikel:	Knochenbogen am Wirbelkörper
intramedullär:	Im Markraum eines Röhrenknochens
unikondylär:	Auf eine Kondyle (bogenförmige Laufbahn des Kniegelenks) bezogen.
TEP:	Total-Endoprothese: vollständiger Ersatz eines Gelenks im Körper.
ipsilateral:	auf der gleichen Seite liegend
contralateral:	gegenüberliegend
resizieren:	entfernen
scores:	Bewertungsgrößen. Hier für die Funktionalität eines Gelenks prä- und postoperativ.
Hounsfield-Einheit:	linearer Absorptionskoeffizient; beschreibt, wie stark monochromatische Röntgenstrahlung beim Durchdringen von Materie entlang des durchstrahlten Wegs abgeschwächt wird. Wird für die Darstellung von Computertomografiebildern verwendet. Für Luft ist ein Wert von -1000 definiert; Knochen erreicht je nach

---

	Dichte Werte zwischen 500 und 1000. Die $\tilde{n}$ werden zur bildlichen Darstellung in 256 Grauwerte übertragen.
isotonische Kochsalzlösung:	Natriumchloridlösung, deren Konzentration mit 0.9% der des menschlichen Körpers entspricht.
Impingement:	Anschlagen des Gelenkkugelschaftes am Pfannenrand einer (Hüft-)Endoprothese.
Ophthalmologie:	Augenheilkunde

## Verwendete Variablen

Die folgenden Variablen werden in den Gleichungen dieser Arbeit – soweit lokal nicht anders definiert – verwendet.

$j$	Index der Scheibensysteme
$i$	Index der $i$ – ten Scheibe in Scheibensystem $j$
$k$	beliebiger Index
$E_j$	Ebene von Scheibensystem $j$
$\mathbf{n}_j$	Normalenvektor von Scheibensystem $j$
$d_j$	Abstand zwischen der Ebene von Scheibensystem $j$ und dem Ursprung des Basiskoordinatensystem $\{B\}$
$r_{i,j}$	Radius von Scheibe $i$ in Scheibensystem $j$
$\{C\}$	ein beliebiges Koordinatensystem
${}^C\mathbf{x}$	ein Punkt oder Vektor im Koordinatensystem $\{C\}$
${}^C\mathbf{x}_{D,j}$	Anlenk- oder Durchstoßpunkt von Scheibensystem $j$ im Koordinatensystem $\{C\}$
${}^C\mathbf{x}_{Si,j}$	Zentrum von Scheibe $i$ im Scheibensystem $j$ im Koordinatensystem $\{C\}$
${}^B\mathbf{x}_e$	Pose des des Werkzeugkoordinatensystems bzw. des Verbindungselementes im Basiskoordinatensystem $\{B\}$ (6x1)
${}^B\mathbf{x}_T$	Position des $TCP$ in $\{B\}$ (3x1)
$\boldsymbol{\omega}_T$	Generalisierte Winkelgeschwindigkeit des Werkzeugkoordinatensystems $\{T\}$ in $\{B\}$ (3x1)
$\mathbf{f}_{\text{ext}}$	Vektor der externen Kräfte, die am $TCP$ angreifen (3x1)
$\mathbf{m}_{\text{ext}}$	Vektor der externen Momente, die am $TCP$ angreifen (3x1)
$\boldsymbol{\varphi}$	Vektor der Drehwinkel der Scheiben (8x1)
$\mathbf{r}$	Ein Richtungsvektor
$\eta$	Winkel zwischen der Werkzeug- $z$ –Achse ${}^B\mathbf{e}_{T,z}$ und dem Normalenvektor ${}^B\mathbf{e}_{B,z}$ von $E_j$
$\vartheta$	Winkel zwischen ${}^B\mathbf{e}_{T,z}$ und dem Geschwindigkeitsvektor $\dot{\mathbf{x}}_T$
$d_F$	Flankendurchmesser des Gewindes
$\beta$	Flankenwinkel
$p$	Gewindesteigung
${}^i\mathbf{p}_{i+1}$	Position des $(i + 1)$ – ten Gelenks im Koordinatensystem der $i$ – ten Scheibe
${}^i\mathbf{p}_{C,i}$	Schwerpunkt der $i$ – ten Scheibe im Koordinatensystem der $i$ – ten Scheibe
$\mathbf{I}_j$	Trägheitstensor der $i$ – ten Scheibe in ihrem Schwerpunkt
$\tilde{\mathbf{f}}_i$	Kraft, die am Schwerpunkt der $i$ – ten wirkt
$\tilde{\mathbf{n}}_i$	Drehmoment, das am Schwerpunkt der $i$ – ten Scheibe wirkt
${}^i\mathbf{z}_i$	Achse des $i$ – ten Gelenks im Koordinatensystem der $i$ – ten Scheibe
$c$	Coulomb'scher Reibungskoeffizient
$\mu_R$	Reibungskoeffizient für trockene Reibung, auch im Gewinde
$\boldsymbol{\tau}_j$	Vektor der Antriebsmomente von Scheibensystem $j$ berechnet vom inversen dynamischen Modell
$d$	Index eines Sollwertes
$w$	gMaß für die generalisierte dynamische Manövrierbarkeit
$b$	Skalierungsfaktor in der Nachbarschaft einer Singularität
$b_0$	Initialer Skalierungsfaktor

---

$w_0$	Grenze zur Nachbarschaft einer Singularität
$b_{nd}$	gewünschte Nullraum-Dämpfung
$\mathbf{E}$	Einheitsmatrix
$\mathbf{\Gamma}$	„Jacobian-inertia-product“
$\mathbf{\Gamma}^*$	gedämpftes „Jacobian-inertia-product“
$\mathbf{W}_\tau$	Dämpfungsmatrix bezogen auf die aktuelle Massenverteilung des Manipulators
$\mathbf{W}_x$	Dämpfungsmatrix bezogen auf die aktuelle Position des Manipulators
$K_p$	Verstärkung für den Positionsregelkreis
$K_v$	Verstärkung für den Geschwindigkeitsregelkreis
$s, c$	Sinus und Kosinus werden – sofern es das Platzangebot gebietet – abgekürzt



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung, Definitionen und Fragestellung</b>	<b>1</b>
1.1	Roboter-Klassifizierungen . . . . .	2
1.1.1	Definition Roboter . . . . .	2
1.2	Fragestellung . . . . .	4
1.3	Ziele und Gliederung dieser Arbeit . . . . .	4
<b>2</b>	<b>State of the Art</b>	<b>5</b>
2.1	Roboterunterstützte orthopädische Chirurgie . . . . .	5
2.2	Funktion und Einteilung von Medizinrobotern . . . . .	5
2.3	Vorstellung ausgewählter Robotersysteme . . . . .	6
2.3.1	ROBODOC . . . . .	7
2.3.2	ACROBOT . . . . .	7
2.3.3	MARS . . . . .	8
2.3.4	ITD . . . . .	8
2.4	Prozessanalyse . . . . .	10
2.4.1	Teilprozessanalyse . . . . .	10
2.5	State of the Art der handgehaltenen Robotik . . . . .	12
2.5.1	Vorgehensweise . . . . .	12
2.5.2	Ergebnisse . . . . .	12
2.6	Zusammenfassung . . . . .	15
2.7	State of the Art Epizyklischer Getriebe . . . . .	15
2.7.1	Vorgehensweise . . . . .	16
2.7.2	Ergebnisse . . . . .	16
2.8	Diskussion . . . . .	18
<b>3</b>	<b>Anforderungen</b>	<b>21</b>
3.1	Einführung . . . . .	21
3.2	Vorgehensweise . . . . .	21
3.3	Verwendung, Benennung . . . . .	21
3.4	Gültigkeitsbereich . . . . .	21
3.5	Anwendungen und Aufgabe . . . . .	21
3.5.1	Räumliche Beweglichkeit . . . . .	22
3.5.2	Eigenschaften des Arbeitsraumes . . . . .	22
3.5.3	Geschwindigkeit und Beschleunigung des TCP im Arbeitsraum . . . . .	28
3.5.4	Gewicht . . . . .	29
3.5.5	Abmaße . . . . .	31
3.5.6	Genauigkeit des Bearbeitungsprozess . . . . .	31
3.5.7	Genauigkeit eines handgehaltenen Roboters . . . . .	34
3.5.8	Anforderungen an die externe Sensorik . . . . .	39
3.5.9	Kräfte und Momente am TCP . . . . .	41
3.5.10	Störgrößen, -Amplituden und -Frequenzen . . . . .	47
3.5.11	Sterilisierbarkeit . . . . .	51
3.5.12	Sicherheitseinrichtungen . . . . .	52
3.5.13	Sonstiges . . . . .	54
3.5.14	Design . . . . .	56
3.6	Diskussion der Spezifikationen . . . . .	56

<b>4</b>	<b>Die Epizaktor-Kinematik</b>	<b>59</b>
4.1	Das kinematische Prinzip in einer Ebene . . . . .	59
4.2	Singularitäten . . . . .	59
4.3	Räumliche Konfigurationen von Epizaktoren . . . . .	61
4.3.1	Vorgehensweise . . . . .	61
4.3.2	Koordinaten-Achsen, Winkel- und Begriffsdefinitionen . . . . .	62
4.3.3	Gelenke . . . . .	63
4.3.4	Epizaktoren mit zwei Freiheitsgraden . . . . .	63
4.3.5	Epizaktoren mit drei Freiheitsgraden . . . . .	64
4.3.6	Epizaktoren mit vier Freiheitsgraden . . . . .	65
4.3.7	Epizaktoren mit sechs Freiheitsgraden . . . . .	66
4.3.8	Überprüfung der Bewegungsfreiheitsgrade der 6-DOF-Epizaktoren . . . . .	68
4.3.9	Auswertung und Diskussion . . . . .	70
4.4	Direkte und inverse Kinematik der untersuchten Epizaktor-Varianten . . . . .	70
4.4.1	Inverse Kinematik . . . . .	70
4.4.2	Vorwärtskinematik . . . . .	74
4.5	Inverses dynamisches Problem der Variante 6-DOF-6 nonsingu . . . . .	81
4.5.1	Gegeben . . . . .	83
4.5.2	Gesucht . . . . .	83
4.5.3	Vorgehensweise . . . . .	83
4.5.4	Diskussion . . . . .	90
4.6	Singularitätsvermeidung für ein 2-DOF-Scheibensystem . . . . .	91
4.6.1	Vorgehensweise . . . . .	91
4.6.2	Zusammenfassung und Diskussion . . . . .	99
4.7	Bewertung und Auswahl einer optimalen Konfiguration . . . . .	99
4.7.1	Ziel . . . . .	99
4.7.2	Vorgehensweise . . . . .	99
4.7.3	Bewertungskriterien . . . . .	99
4.7.4	Bewertungsverfahren . . . . .	102
4.7.5	Ergebnisse . . . . .	104
4.7.6	Zusammenfassung . . . . .	117
4.7.7	Bewertung . . . . .	118
4.8	Diskussion der Ergebnisse . . . . .	119
4.8.1	Untersuchte Kinematik-Varianten . . . . .	119
4.8.2	Ermittlung des minimalen kinematischen Bauraums . . . . .	119
4.8.3	Arbeitsräume . . . . .	119
4.8.4	Darstellung der Arbeitsräume . . . . .	120
4.8.5	Bewertungsverfahren . . . . .	120
4.8.6	Singularitätsvermeidung . . . . .	120
4.8.7	Ergebnisse des Vergleichs . . . . .	120
<b>5</b>	<b>Vergleichende Untersuchung von verschiedenen Kinematiken</b>	<b>123</b>
5.1	Übersicht der verglichenen Kinematiken . . . . .	123
5.1.1	Hexapod . . . . .	123
5.1.2	Hexaglide . . . . .	123
5.1.3	Epizaktor . . . . .	125
5.2	Vergleich auf Basis kinematischer Betrachtungen . . . . .	125
5.2.1	Arbeitsraum-Bauraum-Verhältnis . . . . .	126
5.2.2	Anzahl der kinematischen Elemente . . . . .	128
5.2.3	Berechnungsaufwand . . . . .	129
5.2.4	Mechanische Steifigkeit . . . . .	130
5.2.5	Gelenk-Konfiguration und -spiel . . . . .	132
5.2.6	Antriebe . . . . .	133
5.2.7	Singularitäten . . . . .	134
5.2.8	Modularität . . . . .	135
5.2.9	Bewegte Massen . . . . .	136
5.2.10	Ergebnisse und Diskussion . . . . .	138
5.3	Vergleich entsprechend der Anforderungen der handgehaltenen Robotik . . . . .	139

---

5.3.1	Räumliche Beweglichkeit . . . . .	139
5.3.2	Eigenschaften des Arbeitsraumes . . . . .	144
5.3.3	Geschwindigkeit und Beschleunigung . . . . .	147
5.3.4	Gewicht . . . . .	154
5.3.5	Abmaße . . . . .	155
5.3.6	Genauigkeit des Bearbeitungsprozesses . . . . .	156
5.3.7	Genauigkeit des handgehaltenen Roboters . . . . .	156
5.3.8	Anforderungen an das externe Positionserfassungssystem . . . . .	159
5.3.9	Kräfte und Momente am TCP . . . . .	159
5.3.10	Störgrößen, -Amplituden und -Frequenzen . . . . .	159
5.3.11	Sterilisierbarkeit . . . . .	159
5.3.12	Sicherheitseinrichtungen . . . . .	160
5.3.13	Sonstiges . . . . .	161
5.3.14	Ergebnisse und Diskussion . . . . .	161
5.4	Ergebnisse der Vergleiche . . . . .	161
5.5	Diskussion der Vorgehensweise und der Ergebnisse . . . . .	163
<b>6</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>165</b>
6.1	Zusammenfassung . . . . .	165
6.2	Ausblick . . . . .	166
<b>7</b>	<b>Literatur</b>	<b>167</b>
<b>A</b>		<b>175</b>
A.1	Beschreibung der ausgeführten Konstruktion . . . . .	175
A.1.1	Überblick . . . . .	175
A.1.2	Konstruktionselemente und Baugruppen . . . . .	175
A.1.3	Antriebe . . . . .	178
A.1.4	Sensoren . . . . .	180
A.1.5	Kalibrierung bzw. Initialisierung . . . . .	180
A.1.6	Montage . . . . .	180
A.1.7	Realisierung . . . . .	183
<b>B</b>		<b>185</b>
B.1	Vergleichende Untersuchung von elektrischen Antrieben . . . . .	185
B.1.1	Fragestellung . . . . .	185
B.1.2	Vorgehensweise . . . . .	185
B.1.3	Ergebnisse . . . . .	185
B.1.4	Diskussion . . . . .	186
B.1.5	Quellen . . . . .	186
<b>C</b>		<b>189</b>
C.1	Vektoren und Matrizen . . . . .	189

# Kapitel 1

## Einleitung, Definitionen und Fragestellung

Für verschiedene Anwendungen, besonders im Bereich der operativen Medizin, ist es denkbar, einen Roboter in der Hand oder den Händen zu halten und mit ihm eine Aufgabe auszuführen. Gründe hierfür sind der Wunsch nach verbesserter Präzision von einzelnen Arbeitsschritten im Vergleich zur händischen Bearbeitung bei gleichzeitigem Platzmangel im Arbeitsbereich (dem OP-Tisch), der den Einsatz eines stationären Roboters einschränkt. Außerdem behält der Benutzer eines handgehaltenen Roboters eine weiter reichende Kontrolle über den Bearbeitungsprozess, da er die Reaktionskräfte des Roboters spürt und den Roboter schnell aus dem Arbeitsbereich entfernen kann, wenn er der Meinung ist, dass eine Fehlfunktion vorliegt. Nicht zuletzt ist davon auszugehen, dass ein kleiner, leichter und relativ schwacher Roboter ein geringeres Gefahrenpotenzial für die sich im Arbeitsbereich befindlichen Menschen darstellt.

Auf Grund der notwendigen hohen Dynamik für die Kompensation der Störbewegungen, die von der Hand des Benutzers ausgehen, sowie der Forderung nach einem relativ leichten Aufbau, muss nach geeigneten Kinematiken für den mechanischen Aufbau Ausschau gehalten werden. Erfahrungsgemäß bieten sich für hochdynamische Bewegungen in einem begrenzten Arbeitsraum Parallelkinematiken an. Sie zeichnen sich außerdem durch ihr großes Steifigkeits-Masse-Verhältnis aus [90]. Den bisher bekannten Systemen ist gemein, dass sie stationär, d.h. mit fixierter Basisplattform eingesetzt werden.

Serielle Kinematiken hingegen zeichnen sich vor allem durch die Größe bzw. das Volumen des Arbeitsraumes im Vergleich zum Volumen der Maschine aus. Jedoch ist die absolute Größe des Arbeitsraumes bei einer handgehaltenen Anwendung von untergeordneter Bedeutung. Daher werden hier rein serielle Kinematiken nicht weiter betrachtet.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde ein Kinematik-Konzept erarbeitet, das Vorteile gegenüber den bekannten Kinematiken verspricht [109, 115]. Dieses, hier als *Epizaktor* bezeichnete Konzept basiert auf der Verdrehung von achsparallelen Scheiben gegeneinander und soll hier hinsichtlich seiner Varianten, der Beschreibung der Lösungen der kinematischen Probleme und der Dynamik ausführlich vorgestellt werden.

Zwei bekannte Parallelkinematiken, der sog. *Hexapod* [42, 148] und *Hexaglide* [87, 88] werden zum Vergleich herangezogen.

In der vorliegenden Arbeit soll untersucht werden, welche Anforderungen an ein handgehaltenes Robotersystem gestellt werden sollen und welche der drei untersuchten Kinematiken für eine technische Umsetzung dieser am ehesten geeignet ist. Die Arbeit ist angelehnt an das Projekt ITD - Intelligent Tool Drive, innerhalb dem seit 2001 die Entwicklung eines handgehaltenen Roboters zur Bearbeitung von Knochen vorangetrieben wird. Projektpartner sind das Labor für Biomechanik und experimentelle Orthopädie am Orthopädisch-Unfallchirurgischen Zentrum (OUZ) des Universitätsklinikums Mannheim, der Lehrstuhl für Automation sowie der Lehrstuhl für Informatik V der Universität Mannheim und das Institut für CAE der Hochschule Mannheim. Das Projekt wurde von der DFG unter dem Geschäftszeichen SCHA952/1-1 und MA1150/39-1 gefördert. Seit Dezember 2006 wird das Projekt zusammen mit zwei Firmenpartnern (MRC-Systems GmbH, Heidelberg und VRmagic GmbH, Mannheim) voran getrieben und im Rahmen des ProInno2-Programms der AIF unter dem Förderkennzeichen KF0421201MB6 finanziell unterstützt. Von Ende 2004 bis Ende 2006 wurde die Arbeit am Epizaktor im Rahmen des Forschungsprogramms 'Innovative Projekte'

der Fachhochschulen Baden-Württembergs gefördert. Titel des Antrags war „Entwicklung eines epizyklischen Getriebes mit sechs Freiheitsgraden für Manipulatoren für den medizinischen Einsatz“. Die Idee des Epizaktors wurde zum Patent angemeldet (DE 10329474). Die Idee des handgehaltenen Operationsroboters ist international zum Patent angemeldet (WO2004/019785 13) und gewann 2005 den Artur-Fischer-Erfinderpreis. Eine Idee zur Umsetzung einer Vermarktung des ITD gewann 2004 den CyberOne-Preis des Landes Baden-Württemberg (Sonderpreis des Landes Baden-Württemberg für das innovativste Projekt).

## 1.1 Roboter-Klassifizierungen

### 1.1.1 Definition Roboter

*Handhabungsgeräte (Roboter) sind Arbeitsmaschinen, die (...) in mehreren Bewegungsachsen hinsichtlich Orientierung, Position sowie Arbeitsablauf (frei) programmierbar sind [147].*

Sie sind in der Lage, mit der Umwelt zu interagieren und besitzen Sensoren, mit denen sie die eigene Konfiguration zu messen in der Lage sind. Die Umprogrammierbarkeit setzt eine gewisse Flexibilität der Kinematik voraus. Für eine Positionierung im Raum sind wenigstens drei Freiheitsgrade nötig.

Roboter können nach verschiedenen Kriterien unterschieden werden [53]:

- Die Art der Programmierung
- Die Form und Möglichkeiten der Interaktion mit der Umwelt
- Der Grad der Autonomie
- Der Einsatzbereich

Die folgende Betrachtung fokussiert vor allem auf den Einsatzbereich der Maschinen.

#### 1.1.1.1 Industrieroboter

Die oben formulierte Definition des Begriffs *Roboter* betrifft vor allem den Bereich der Industrieroboter. Diese werden vornehmlich für wiederkehrende Aufgaben im Rahmen von Fertigungs- oder Bearbeitungsprozessen verwendet.

Der Übergang von Robotern zu Werkzeugmaschinen ist fließend. Bei industriellen Anwendungen werden Roboter vornehmlich für Positionieraufgaben (Palettieren, Werkstückhandhabung) eingesetzt, Werkzeugmaschinen im Gegensatz dazu für Bahnbezogene Arbeitsschritte wie beispielsweise das Fräsen. Überlappungen erscheinen bereits bei der Betrachtung von mit Knickarmrobotern ausgeführten Schweißvorgängen, beim Auftragen von Dichtstoffen oder beim Lackieren von dreidimensionalen Objekten. Diese Arbeiten betreffen das Abfahren einer Bahn mit z.B. konstanter Geschwindigkeit ähnlich Werkzeugmaschinen.

Ein großer Unterschied der beiden Maschinenarten ist die Genauigkeitsanforderung. Bei Robotern genügt meist eine relativ geringe absolute Positioniergenauigkeit und auch die Wiederholgenauigkeit erreicht nicht annähernd das Niveau von Werkzeugmaschinen. Roboter besitzen im Gegensatz dazu meist einen größeren Arbeitsraum und erreichen höhere Geschwindigkeiten [147].

Wird die von Robotern geforderte Umprogrammierbarkeit betrachtet, fällt auf, dass Industrieroboter für sehr vielfältige Aufgaben mit ein und derselben Bauform bzw. Kinematik einsetzbar sind. Werkzeugmaschinen sind auf eine Art von Aufgabe (z.B. *Fräsen*) beschränkt und nicht für artverschiedene Aufgaben einsetzbar.

Die Programmierung von Robotern erfolgt z.T. durch Teach-In-Verfahren, bei denen der Roboter von Hand oder mit Hilfe eines Programmiergerätes an die Positionen gefahren wird, die er beim Ablauf des Programms erreichen soll. Diese Vorgehensweise kompensiert die teilweise unzureichende absolute Positioniergenauigkeit im Weltkoordinatensystem. Werkzeugmaschinen hingegen werden mit Hilfe von Ablaufprogrammen absolut programmiert und benötigen daher eine weitaus höhere absolute Positioniergenauigkeit.

Die höheren Genauigkeitsanforderungen an Werkzeugmaschinen bedingen eine größere Steifigkeit. Die Steifigkeit von Robotern hingegen kann zu Gunsten eines größeren Arbeitraumes und einer höheren Dynamik geringer sein und (Über-)Schwingungen können zum Teil softwareseitig kompensiert werden [65].

#### 1.1.1.2 Weitere Roboter

Neben den oben beschriebenen Industrierobotern werden eine Reihe weiterer Maschinen im allgemeinen Sprachgebrauch als *Roboter* bezeichnet. Besonders wenn eine Maschine selbstständig Entscheidungen treffen und mit diesen auf die Umwelt Einfluss nehmen kann, wird sie zu den Robotern gezählt. Diese meist (teil-)autonomen und mobilen Roboter sind zunächst dazu gedacht, sich in der Umwelt zurechtzufinden und dann eine bestimmte oder eine Reihe artverwandter Aufgaben auszuführen [161]. Häufig stellt die Ausführung der Aufgaben (Materialtransport, Erkundung der Umgebung) keine besonderen technischen Anforderungen an die Maschine, so dass das Zurechtfinden und die Erstellung von Umgebungsmodellen, die Sensordatenfusion und die Integration in ein leistungsfähiges System, das in der Lage ist, mit verschiedenen Umweltbedingungen klar zu kommen, die eigentliche Entwicklungs Herausforderung ist.

"Humanoide Roboter sind Maschinen, die in ihrer physischen Erscheinung an Menschen erinnern und sich zu ihrer Fortbewegung ebenfalls zweier Beine bedienen [52]. Die sonstige Funktion solcher Maschinen unterscheidet sich nicht von anderen mobilen Robotern.

Ferngesteuerte Roboter, wie sie beispielsweise für den Einsatz unter für den Menschen zu gefährlichen Umweltbedingungen herangezogen werden, basieren meist auf Kinematiken, wie sie auch für den industriellen oder mobilen Einsatz benutzt werden, jedoch werden sie nicht automatisiert oder agieren autonom sondern werden mit Hilfe von Eingabegeräten durch einen Menschen gesteuert. Meist existiert eine Rückkopplung visueller oder haptischer Signale, um die Steuerung zu ermöglichen und zu vereinfachen.

#### 1.1.1.3 Medizinroboter

Als Medizinroboter werden mechatronische Geräte bezeichnet, die in der operativen Medizin Anwendungen finden und dort Gewebe manipulieren. Dazu zählen modifizierte Industrieroboter, die Knochen fräsen ebenso, wie Nadelpositionierer oder ferngesteuerte Manipulatoren. Es existiert eine relativ große Anzahl von Forschungs- und Entwicklungsprojekten, jedoch sind nur einige wenige Systeme kommerziell verfügbar [110, 111]. Da jedes der als Medizinroboter bezeichneten Systeme für meist nur eine einzige Aufgabe programmiert ist, fällt die Einordnung solcher Maschinen in die Klasse der Roboter schwer, da diese definitionsgemäß für eine große Anzahl an verschiedenartigen Aufgaben einsetzbar sein sollen. Der Ausdruck *Medizinroboter* soll wegen seiner Verbreitung dennoch für solche Maschinen weiter benutzt werden.

#### 1.1.1.4 Handgehaltene Roboter

Werden Roboter als (einfach) umprogrammierbare Bearbeitungsmaschinen definiert und wird eine Baugröße bzw. ein Baugewicht erreicht, dass das Gerät in den Händen des Benutzers zu tragen ist, wird dies als handgehaltener Roboter definiert. Die Hauptaufgabe eines handgehaltenen Roboters ist die Kompensation unwillkürlicher Bewegungen des Benutzers wie Muskeltremor, Drift und Ausgleichsbewegungen sowie allgemeiner Bewegungen wie Zucken oder Husten. Zusätzlich müssen etwaige Bewegungen des Werkstücks kompensiert werden. Es erfolgt also eine Stabilisierung des Bearbeitungswerkzeuges gegenüber dem Werkstück und darüber hinaus das Abfahren einer programmierten Bearbeitungstrajektorie.

Ein solches Gerät besitzt also ein bewegtes Basiskoordinatensystem zusätzlich zum ohnehin mobilen Werkzeugkoordinatensystem. Daher ist bei Programmierung im Weltkoordinatensystem und bei der Modellierung der Dynamik des Gesamtsystems eine weitere Transformation nötig. Ist dazu das Werkstückkoordinatensystem mobil, erfolgt noch eine zusätzliche Transformation [165, 166, 168, 169].

Handgehaltene Roboter benötigen, über die für die Regelung der Bewegung innerhalb einer Maschine nötige Sensorik hinaus, ein Positionserfassungs- oder Trackingsystem, das die Position und Orientierung des Roboters (Werkzeug- und/oder Basiskoordinatensystem) und, wenn dieses ebenfalls mobil ist, auch die Position und Orientierung des Werkstücks im Raum erfasst. Je nach Dynamik-Bandbreite des Komplettsystems kann es nötig sein, auch die Geschwindigkeit und Beschleunigung der Komponenten zu erfassen und in die Regelung mit einzubeziehen.

Handgehaltene Roboter sollten im Allgemeinen über sechs Freiheitsgrade verfügen, da sowohl die (unwillkürlichen) Bewegungen des Benutzers, als auch die des Werkzeugs in den meisten Fällen Komponenten aller sechs räumlichen Freiheitsgrade besitzen. Um im engeren Sinne von einem Roboter sprechen zu können, ist es nötig, dass eine solche Maschine für verschiedene Aufgaben

einsetzbar ist. Die Baugröße und das Führen in der Hand setzen jedoch den aufbringbaren Bearbeitungskräften enge Grenzen. Trotzdem ist es denkbar, einen handgehaltenen Roboter nicht nur für Bohr- und Fräsaufgaben, sondern auch für die Positionierung von Gegenständen und Werkzeugen oder zur Ausrichtung von Laserstrahlen o.ä. einzusetzen.

Anwendungsgebiete für handgehaltene Roboter können zum einen im Bereich der operativen Medizin bestehen, zum anderen in einem Bereich sein, der als im weitesten Sinne "technisch" bezeichnet werden kann.

## 1.2 Fragestellung

Für einen handgehaltenen Roboter soll untersucht werden, wie drei unterschiedliche Kinematiken die geforderten Spezifikationen erfüllen. Dazu wird eine neuartige epizyklische 6-DOF-Kinematik vorgestellt und mit zwei bekannten Parallelkinematiken hinsichtlich der Anforderungen an die handgehaltene Robotik, die ebenfalls definiert werden, verglichen.

## 1.3 Ziele und Gliederung dieser Arbeit

In dieser Arbeit soll ein neuartiges kinematisches Konzept für Manipulatoren mit sechs Freiheitsgraden vorgestellt und untersucht werden. Besonderes Augenmerk soll dabei auf Anwendungen im Bereich der handgehaltenen Robotik liegen. Dazu werden nach einer Untersuchung des Stands der Technik in Abschnitt 2 in Abschnitt 3 zunächst die Anforderungen, die in diesem Teilbereich der Robotik an Maschinen gestellt werden, hinsichtlich des Einsatzes in der Medizin erarbeitet. Im Anschluss sollen in Abschnitt 4 epizyklische Kinematiken mit zwei und mehr Freiheitsgraden [109, 115] entwickelt und die Varianten mit sechs Freiheitsgraden hinsichtlich der Lösung des direkten und inversen kinematischen Problems beschrieben werden. Die so beschriebenen Kinematiken sollen miteinander verglichen und eine für den konkreten Einsatz günstigste Variante ermittelt werden. Für diese wird ein Modell des inversen dynamischen Verhaltens vorgestellt und gezeigt, dass Möglichkeiten zur Singularitätsvermeidung existieren. Die Arbeit wird in Abschnitt 5 abgeschlossen durch einen zweistufigen Vergleich des Epizaktors mit zwei bekannten Parallelkinematiken, die hier als *Hexapod* [42, 148] und als *Hexaglide* [87, 88] bezeichnet werden. Die erste Vergleichsstufe bezieht sich auf die Kinematiken, die zweite auf konkret ausgeführte und vorliegende Maschinen, die im Rahmen des Forschungsprojektes „ITD - Ein handgehaltener Operationsroboter zur Bearbeitung von Knochen“ entwickelt wurden. Ziel der Vergleiche ist es, zu prüfen ob die neuartige epizyklische Kinematik für den Einsatz in einem handgehaltenen Operationsroboter für die Knochenbearbeitung geeignet ist. Abschnitt 6 schließt die Arbeit mit einer Zusammenfassung der Ergebnisse und einem Ausblick ab.

# Kapitel 2

## State of the Art

Besonders die Themengebiete *roboterunterstützte orthopädische Chirurgie*, *handgehaltene Robotik* und *epizyklische Getriebe* betreffen die Entwicklung eines handgehaltenen Roboters auf der Basis einer epizyklischen Kinematik. Es soll daher der Stand der Technik in diesen Gebieten näher untersucht werden. Der Stand der Technik der Medizinrobotik und besonders der der orthopädische Chirurgie soll untersucht werden, um zu prüfen, welche Roboter bereits entwickelt wurden und welche Konzepte hierbei verfolgt wurden. Außerdem ist die Kenntnis dieses Themengebietes nötig, um die Funktion eines handgehaltenen Roboters zur Knochenbearbeitung definieren zu können, da sich diese an denselben Grundbedingungen orientieren muss. Die handgehaltene Robotik wird untersucht, um zu ermitteln, welche Entwicklungen in diesem Bereich existieren und um zu prüfen, ob und in wie fern diese mit dem hier beschriebenen handgehaltenen Roboter vergleichbar sind. Schlussendlich soll mit der Untersuchung der bekannten epizyklischen Kinematiken geklärt werden, welche Konzepte hier bereits existieren und welche Eigenschaften diese besitzen.

### 2.1 Roboterunterstützte orthopädische Chirurgie

Zur Veranschaulichung sollen auf der Basis einer Erhebung von über 200 medizinischen Robotersystemen, die derzeit weltweit im Einsatz oder in der Entwicklung sind [110, 178], einige ausgewählte Roboterunterstützte Prozesse genauer untersucht werden.

### 2.2 Funktion und Einteilung von Medizinrobotern

Medizinroboter werden für die unterschiedlichsten Eingriffe verwendet [110]. Sie dienen u.a.

- als Bohr- und Fräsmaschinen
- als ferngesteuerte Greifer
- zur Repositionierung von Frakturfragmenten
- als Kamerahalter und zur Bildgebung
- zur Gewinnung von Hauttransplantaten
- zur Tremorkompensation
- als Führungshilfen für Nadeln und Endoskope
- zur Applikation von Röntgenstrahlung
- zur Positionierung von Patienten
- als Massagegeräte
- zur Mobilisierung und für die Bewegungstherapie



Medizinische Roboter lassen sich grob in zwei Klassen, automatische und ferngesteuerte Systeme, unterteilen [156]:

Bei der ersten Gruppe, die auch als *aktive Navigatoren* bezeichnet wird, führt der Roboter die präoperativ programmierte Aufgabe automatisch aus. Dazu findet vor dem eigentlichen Bearbeitungsprozess ein Abgleich von Patienten- und Roboter-Koordinatensystem statt.

Roboter der zweiten Gruppe, die sog. *semiaktiven Navigatoren*, führen online ferngesteuert Arbeiten aus. Ein Koordinatenabgleich ist nicht nötig, da die Maschine den über ein entsprechendes Gerät vorgegebenen Bewegungen folgt.

Mischformen sind bekannt. Dazu zählen beispielsweise Systeme, die eine Kamera auf Befehl oder automatisch einem Instrument nachführen oder ferngesteuerte Roboter, die verschiedene Unteraufgaben (z.B. einen Knoten binden) automatisiert ausführen können.

Medizinroboter werden üblicherweise für ausschließlich eine bestimmte Aufgabe entwickelt. Ein Grund hierfür scheint zum einen das (deutsche) Medizinproduktegesetz (MPG) bzw. die Medizinproduktebetriebsverordnung (MPBetreibV) zu sein, die für ein Medizingerät für jede einzelne Aufgabe eine eigene Zulassung verlangen. Zum anderen führt die Forderung nach möglichst kleinen Geräten zu spezifisch auf eine Aufgabe zugeschnittenen Systemen, die auf Grund ihres Arbeitsraumes und der möglichen Kräfte nur für eine geringe Zahl von verschiedenen Aufgaben geeignet sind. Für die folgende Betrachtung werden ausschließlich Knochen bearbeitende Maschinen, die für mehrere Einsatzbereiche verwendbar sind, untersucht.

## 2.3 Vorstellung ausgewählter Robotersysteme

Im Folgenden sollen vier Robotersysteme exemplarisch vorgestellt werden, die zur Gruppe der automatischen Systeme zählen, da sie präoperativ programmiert werden und während der OP autark Arbeitsschritte ausführen. Der Vergleichbarkeit wegen wurden mit ROBODOC, ACROBOT, MARS und ITD Systeme aus der Knochenchirurgie gewählt. Bis auf das letztgenannte System wurden diese bereits in ein Produkt umgesetzt und es liegen klinische Erfahrungen vor. Das System ITD wurde mit aufgenommen, da es sich aufgrund seiner Handhabung von den vorgenannten Systemen unterscheidet und einen interessanten Aspekt, das Halten in der Hand des Bedieners, aufweist.

Die untersuchten Roboter werden für die Endoprothetik der großen Gelenke (Hüft- und Kniegelenk) sowie für die Wirbelkörperfusion eingesetzt.

Bei der Endoprothetik der großen Gelenke werden die verschlissenen natürlichen Gelenkoberflächen durch Implantate ersetzt, die eine Funktion des Gelenks wieder herstellen sollen. Zur Befestigung dieser Implantate sind die knöchernen Lager so zu präparieren, dass eine im biomechanischen Sinne günstige Krafteinleitung in den Knochen möglich ist.

Für das Hüftgelenk bedeutet dies, dass die natürliche Hüftpfanne mit Hilfe eines halbkugelig ausgeformten Raspelfräsers entfernt, der Femurkopf reseziert und der Femurschaft mit einer Konturraspel oder einem Kugel- bzw. Zylinderfräser so ausgehöhlt wird, dass die Implantate direkt formschlüssig („zementfrei“) oder mit Hilfe eines Füllers („Knochenzementäus PMMA) in den Knochen eingebracht werden können [63].

Für das Knie werden die Femurkondylen so entfernt, dass eine Anzahl ebener und prismatisch ausgeführter Flächen das Implantat aufnehmen können. Tibia-seitig wird das Plateau planeben reseziert. Die Fixierung der Implantate erfolgt üblicherweise mit Hilfe von Knochenzement.

Wird für diese Aufgaben ein Roboter eingesetzt, so kann dieser die knöchernen Lager analog der händischen Vorgehensweise mit einem Fräser präparieren.

Für die Wirbelkörperfusion werden zwei oder mehrere Wirbelkörper starr mit Hilfe von Metallstangen oder -platten und Schrauben miteinander verbunden. Zu diesem Zweck werden je Wirbelkörper zwei Schrauben in die Pedikel eingebracht. Die Löcher für die Schrauben müssen vorgebohrt werden, um eine genaue Positionierung der Schrauben zu gewährleisten [7, 38, 77].

Ein für diese Aufgabe eingesetzter Roboter, wird das Vorbohren der Löcher und sinnvollerweise auch das Einbringen der Schrauben übernehmen, um eine möglichst hohe Genauigkeit des Bearbeitungsprozesses zu ermöglichen.

Die Positionierung von Instrumenten und die Bearbeitung von Gewebe durch handgehaltene Roboter kann auch auf medizinische Einsatzfelder außerhalb der Knochenchirurgie ausgedehnt werden. Hier sind exemplarisch Gewebeentnahmen (Biopsien), die Applizierung von Markerkügelchen für die Bestrahlungstherapie und das Einbringen von Elektroden zu nennen.



Abbildung 2.1: ROBODOC. Der erste kommerziell erhältliche Medizinroboter für die Implantation von Hüftgelenken. Abb. aus [18]

### 2.3.1 ROBODOC

Der wohl bekannteste Medizinroboter <sup>1</sup> ist für die Hüft-TEP-Operation konzipiert [14, 18, 156] und basiert auf einer seriellen SCARA-Kinematik (Sankyo Seiki, Shelbyville, IN, USA) mit fünf DOF. An der Hand des Roboters ist ein Fräsantrieb und ein schlankes Fräswerkzeug (Durchmesser etwa 8mm, 240mm lang, stirnseitig schneidend) befestigt. Damit wird der Femur so bearbeitet, dass eine vorher ausgewählte Prothese mit möglichst großem Oberflächenkontakt eingesetzt werden kann. Die Planung der Prothesenbauform, -größe, -lage und -ausrichtung erfolgt präoperativ an einer als „ORTHODOC“ bezeichneten Workstation auf der Basis von CT-Daten des Patienten. Die aktuelle Lage des Patienten und die Bildinformation (Patienten- und Roboter-Koordinatensystem) werden mit Hilfe eines auf künstlichen Landmarken (sog. „pins“) bzw. natürlichen Landmarken (sog. „surface matching“) basierenden Verfahrens referenziert. Vor der Registrierung wird der Knochen mit Hilfe einer Klemme und zweier Pins möglichst steif an der Basis des Roboters fixiert.

Nach der Eröffnung der OP und der Vorbereitung des Roboters wird dieser gestartet und fräst die geplante Trajektorie automatisch. Eine mögliche Relativbewegung des Knochens wird durch den „bone motion monitor“ detektiert und führt zum Abschalten des Roboters. Zu beachten ist, dass ROBODOC nur das Implantatbett für die Femurkomponente des Implantats fräst. Das der Acetabulum-Komponente wird händisch ausgeraspelt. Die eigentliche Implantierung beider Komponenten erfolgt ebenfalls händisch.

ROBODOC ist aufgrund seiner Konfiguration für verschiedene Einsatzzwecke geeignet und besitzt auch ein Softwaremodul für Knie-TEPs.

Ähnlich wie ROBODOC arbeiten u.a. die Systeme CASPAR [101] (Hüfte, Knie), CRIGOS [19] (Knochen allgemein), MODICAS [170] (Hüfte), NAVIPED [72] (Pedikelverschraubung), ORTHO-SISTA (Bohrhülsen), RSPR3 [41] (Knie), das System von Malvisi [81] (Knie) und das von Sugita [152] (Knie).

### 2.3.2 ACROBOT

ACROBOT wird für das Fräsen des Implantatbetts unikondylärer Prothesen eingesetzt [61, 62]. Die Arbeitsweise ist verschieden von den beiden oben genannten Systemen: An einem 6-Achs Knickarmroboter für industrielle Anwendungen ist ein Sensorsystem befestigt, das einen Fräsantrieb und das Fräswerkzeug selbst trägt, sowie einen Handgriff besitzt. Der Roboterarm selbst wird zum Positionieren dieses Subsystems eingesetzt. Die Bewegung der Fräse wird vom Chirurgen selbst ausgeführt und vom Roboter unterstützt. Dieser beschränkt jedoch den Bewegungsbereich

<sup>1</sup>Integrated Surgical Systems, Inc., Davis, CA, USA; [www.robodoc.com](http://www.robodoc.com)



Abbildung 2.2: ACROBOT, ein Medizinroboter für die Implantation von Kniegelenken. Abb. aus [61]

der Fräse auf ein präoperativ festgelegtes Maß. Dieses, als "hands-on-Verfahren" bezeichnete Vorgehen, erlaubt es dem Chirurgen, die Fräsung selbst vorzunehmen, der Roboter arbeitet mithin nicht autonom.

Der OP-Ablauf gleicht dem von ROBODOC; ACROBOT kann ebenfalls auf Grund seines Aufbaus für verschiedene Operationen genutzt werden.

Wie ACROBOT arbeitet ARHTROBOT [78] (Knie) und das System von Yen [182] (Knie).

### 2.3.3 MARS

Dieses Robotersystem arbeitet im Gegensatz zu den oben beschriebenen im Patientenkoordinatensystem [139, 140]. Dazu wird der Roboter selbst noch vor der eigentlichen Bild-Akquise auf den zu bearbeitenden Knochen montiert. Das Gerät führt eine Bohrhülse an eine präoperativ festgelegte Position. Es können Bohrungen in die Pedikel von Wirbelkörpern im Bereich der Lendenwirbelsäule und zur Fixierung von intramedullären Nägeln in Röhrenknochen eingebracht werden. Die eigentliche Bohrung wird vom Chirurgen selbst und mit einer herkömmlichen Bohrmaschine durchgeführt [140]. Durch die Montage am zu bearbeitenden Knochen erübrigen sich eine Überwachung der Knochenbewegung und eine Registrierung von Patienten- und Roboter-Koordinatensystem. Auch wird die feste Fixierung des Knochens überflüssig.

Die Konfiguration von MARS erlaubt es nicht ohne weiteres, verschiedene Aufgaben durchzuführen. MARS kann nur relativ geringe Kräfte aufbringen, könnte jedoch für kleinere Fräsungen und Bohrvorgänge genutzt werden. Wie MARS arbeiten auch die Systeme MBARS [176] (Knie), PRAXITELES [105] (Knie), GALILEO NAV [124] (Knie) und GP-System (Knie).

### 2.3.4 ITD

Das System ITD ist ein handgehaltener Roboter, der eine präoperativ programmierte Bohr- oder Fräs-Aufgabe ausführt während er sowohl den Tremor des Chirurgen als auch Bewegungen des Patienten (mobiler Knochen, Atembewegungen) kompensiert. Das Gerät wird wie eine Bohrmaschine in der Hand gehalten und orientiert sich im Raum mit Hilfe eines optischen Trackingsystems sowie Trägheitsbasierter Sensoren [112, 113]. Der OP-Ablauf gleicht dem von ROBODOC.

Ähnlich dem System ITD arbeitet das System MICRON [5], das allerdings ausschließlich den Tremor kompensiert und Patientenbewegungen nicht erfasst. Außerdem kann mit diesem System keine Trajektorie abgefahren werden.

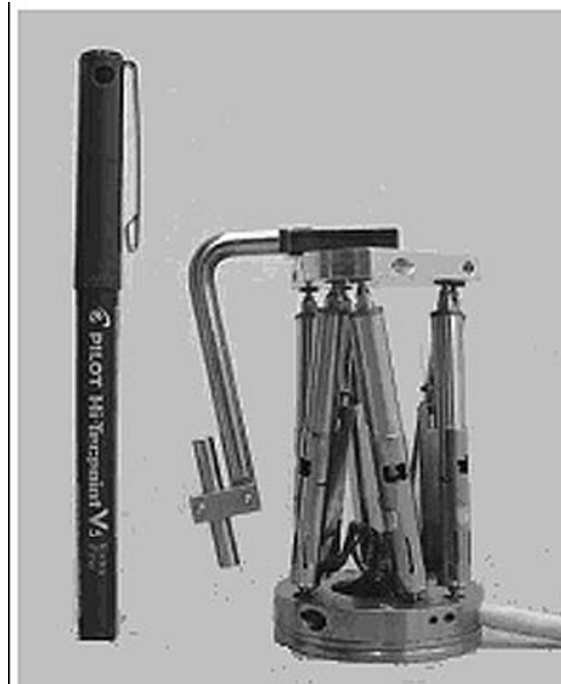


Abbildung 2.3: MARS. Eine robotische Positionierhilfe für die Pedikelschraubung. Abb. aus [139]

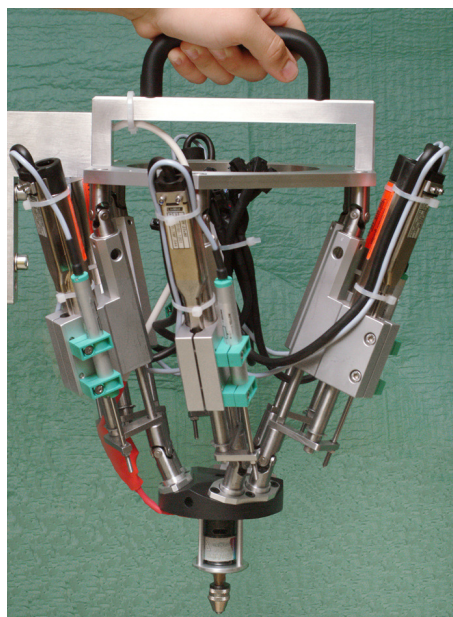


Abbildung 2.4: ITD v0.11, ein handgehaltener Roboter zur Stabilisierung des Bearbeitungswerkzeuges gegenüber dem (mobilen) Knochen.

Pos.	Aufgabe	Beschreibung	Ort	sonstiges
1	Bild-Akquise	Erfassung der Knochengeometrie des Patienten. Für das Pin-basierte Registrierungsverfahren werden vor der CT-Aufnahme zwei bis drei Pins in den Femur eingebracht. Für das Pin-less-Verfahren ist dieser Schritt nicht nötig.	Radiologie, Workstation, Atrium Beim Pin-basierten Verfahren ist vor dem CT-Scan eine Operation nötig, bei der die Pins gesetzt werden.	
2	Auswahl der Prothesenbauform und -größe, Planung der Prothesenlage und -Ausrichtung.	Segmentierung der Schichtbilder, Rendering zur 3D-Darstellung, Kalibrieren der Bilder. Anhand der vorliegenden Anatomie des betreffenden Gelenks sowie der contralateralen Seite wird die Prothesenbauform, -größe, -lage und -ausrichtung im Knochen-Koordinatensystem festgelegt. Planung der Fräsbahn und Simulation.	ORTHODOC-Workstation, Atrium	ORTHODOC benötigt CT-Daten des Patienten
3	OP-Eröffnung	Anästhesie, Abdeckung, Eröffnung des Situs, Resizieren des Femurkopfes, händisches Ausfräsen des Acetabulums, Fixierung des Femurs in einer Klemme. Aufbau des Roboters.	OP-Saal	Roboter wird vorbereitet, indem er steril abgedeckt wird und ein steriler Taster an die Spindel montiert wird. Selbsttests.
4	Registrierung	Pin-basiertes Verfahren: Roboter fährt in einer Art teach-in Modus die Pins an. Surface-Matching Verfahren: Mit Hilfe eines (optischen) Trackingsystems und eines Pointers wird ein Teil der Knochenoberfläche digitalisiert und auf das 3D-Modell des Knochens gematcht.	OP-Saal	
5	Start der Roboter-OP	Roboter fräst entsprechend der präoperativen Planung die Kavität in den proximalen Femur.	OP-Saal	Abnehmen des Tasters und Montage eines Fräasers an den Fräserantrieb.
6	Implantierung	Sowohl Acetabulum als auch Femurkomponente des Gelenks werden zunächst probehalber dann nach allfälligen Korrekturen endgültig implantiert.	OP-Saal	
7	Beenden der OP	Verschluss der Gelenkkapsel, Drainage, Wundverschluss.	OP-Saal	
8	Postoperative Tests	Schmerzprüfung, Ganganalyse, Bildgebende Verfahren, Erhebung von Scores	Klinik, Praxis, Reha.	

Tabelle 2.1: Zusammenfassung der Prozessanalyse „Roboterunterstützte orthopädische Chirurgie“

## 2.4 Prozessanalyse

Die Prozessanalyse soll den Prozess einer roboterassistierten Operation mit ROBODOC systematisch darstellen und in Teilprozesse zerlegen. Diese sollen gesondert betrachtet und danach zur Ableitung von Spezifikationen genutzt werden. Der Untersuchung zu Grunde liegen die Arbeiten von Barger et al. [14] und Taylor et al. [156] sowie Paul et al. [101]. Tabelle tab:Tab2d1d1 gibt eine Übersicht.

### 2.4.1 Teilprozessanalyse

Die oben tabellarisch aufgeführte Teilprozesszerlegung gilt für Medizinroboter, die eine feste Verbindung zwischen ihrer Basis und dem Knochen des Patienten benötigen. Die Verbindung dient zum einen der Festlegung des Kraftflusses, zum anderen der Verbindung von Roboter- und Knochenkoordinatensystem. Die Prozessanalyse trifft auch auf die Arbeit mit dem handgehaltenen Roboter zu, da hier die Verbindung virtuell erfolgt.

#### 2.4.1.1 Bild-Akquise

Zur Erstellung eines Bilddatensatzes wird die für die Operation interessante Anatomie des Patienten in einem CT-Scanner aufgenommen. Für die spätere Planung der Implantatlage ist ein standardisiertes Verfahren (Körperhaltung, Scanparameter) notwendig, das vom Hersteller des Roboters festgelegt wird. Die Bilddaten werden üblicherweise im DICOM-Format gespeichert und dem Planungssystem zur Verfügung gestellt.

Für ein Pin-basiertes Registrierungsverfahren muss vor dem Scan in einem kleinen Eingriff eine Anzahl Metallstifte in den zu bearbeitenden Knochen geschraubt werden. Für das Pin-less-Verfahren ist dieser Arbeitsschritt nicht nötig [14].

#### 2.4.1.2 Planung

Zur Planung der Implantatlage werden die Bilddaten vom Planungssystem eingelesen und kalibriert. Danach erfolgt eine Segmentierung der Daten zur Bestimmung der Knochenoberflächen. Dazu wird ein bestimmter Grenzwert der Hounsfield-Einheiten als Unterscheidungsmerkmal von Knochen und umgebendem Gewebe gewählt. Je nach System können die segmentierten Daten gerendert und als räumliches Modell dargestellt werden. Nach der Vermessung der anatomischen Achsen erfolgen die Auswahl der Prothesengröße und deren Positionierung im Knochen anhand der anatomischen Situation und der Erfahrung des Chirurgen oder anhand von Vorschlägen des Programms. Je nach Prothesenform wird danach eine Frästrajektorie generiert und simuliert, um zu prüfen, welche Weichteile vom Knochen entfernt werden müssen. Nach erfolgreicher Simulation wird eine Übertragung der Planungsdaten in ein für den Roboter verständliches Format durchgeführt [14, 156].

#### 2.4.1.3 OP-Eröffnung

Zu Beginn des vom Roboter unterstützten Fräsprozesses wird dieser in den Operationssaal gefahren und in Betrieb genommen. Nach erfolgreich verlaufenen Selbsttests wird er steril abgedeckt und ein steriler Pointer oder Taster an der Spindel befestigt. Mit Hilfe einer Klemme wird der Knochen des Patienten mit der Basis des Roboters starr verbunden. Bei Robodoc wird das Acetabulum zur Aufnahme der künstlichen Hüftgelenkspfanne händisch präpariert [101].

#### 2.4.1.4 Registrierung

Zur Registrierung des Knochens also zur Ermittlung der Transformation zwischen virtuellem Knochenkoordinatensystem, in dem die Planungsdaten definiert sind, und dem realen Knochen, in dem diese umgesetzt werden sollen, werden Punkte am Knochen angetastet, deren virtuelles Pendant bekannt ist. Beim Pin-basierten Verfahren sind dies präoperativ und vor dem CT-Scan implantierte Metallstifte, mit Hilfe derer der Abgleich erfolgt. Diese werden durch kleine Hautschnitte implantiert und während der OP wieder entfernt. Bei Pin-less Verfahren wird entweder ein Teil der Oberfläche des Knochens digitalisiert und diese Wolke mit der virtuellen Knochenoberfläche gematcht (Surface-Matching) oder der Rechner bestimmt Punkte, deren Positionen ihm im Knochenkoordinatensystem bekannt sind, und die vom Bediener auf dem Knochen identifiziert werden müssen (Paired-Point-Matching).

#### 2.4.1.5 Fräsen der Kavität

Das Ausfräsen der Femur-Kavität erfolgt durch den Roboter. Dazu wird zunächst ein steriler Fräser montiert. Üblicherweise kommt hier eine Magnetkupplung zum Einsatz, damit bei unzulässigen Relativbewegungen zwischen Roboter und Patient, der rotierende Fräser weniger Schaden anrichtet [101]. Nach der Freigabe des Fräsauftrags durch den Chirurgen fährt der Roboter die präoperativ festgelegte Trajektorie ab und fertigt somit die gewünschte Kavität. Während dessen überwacht die Robotersteuerung mögliche Relativbewegungen mit Hilfe entsprechender Sensorik. Der Chirurg seinerseits beobachtet den Vorgang visuell und akustisch und schaltet im Zweifelsfall den Roboter ab. Während des Fräsens wird isotonische Kochsalzlösung zur Kühlung und Spülung in die Kavität gepumpt. Zur Verminderung des Sprays, also der Verteilung von Spülwasser und abgefrästem Gewebe im Raum, kann eine Kunststoffolie als Abdeckung um den Frärschaft gespannt werden [94].

Nach Beendigung der Fräsung wird der Fräser entfernt, die Knochenklemmung aufgehoben und die Kavität zur Reinigung gespült. Nach Abschluss der Fräsaufgabe wird der Roboter aus dem Operationsgebiet und vom Tisch entfernt.

#### 2.4.1.6 Implantierung

Der Implantierung des neuen Gelenks gehen Tests mit Probeimplantaten voraus. Hierbei wird überprüft, ob die gefräste Kavität in Größe und Positionierung passt und der Bewegungsbereich des Gelenks auf Impingement überprüft. Danach erfolgt das -üblicherweise zementfreie- Einsetzen der endgültigen Implantate [14, 101].

#### 2.4.1.7 Beenden der Operation

Zur Beendigung der Operation wird ggf. die Gelenkkapsel wieder verschlossen, für eine Wunddrainage gesorgt und die Operationswunde vernäht. Ein letzter Bewegungstest der Extremität schließt den Vorgang ab [101].

#### 2.4.1.8 Postoperative Tests

Postoperativ werden verschiedene weitere Tests durchgeführt. Die Prüfung der Implantatlage erfolgt üblicherweise mit zwei in orthogonalen Ebenen aufgenommenen Röntgenbildern. Eine Ganganalyse kann nach erfolgreicher Mobilisierung geschehen. Zur Prüfung von Nervenschäden werden die Sensibilität und das Schmerzempfinden untersucht. Zuletzt existieren Funktionsscores (z.B. Harris Hip Score [47]), mit deren Hilfe der Operationserfolg evaluiert werden kann.

## 2.5 State of the Art der handgehaltenen Robotik

Handgehaltene Roboter sind ein bisher wenig beschriebenes Feld der Robotik. Die Anforderungen an solche Roboter wurden in Abschnitt 1 beschrieben und lassen sich unter den Stichworten bzw. Kernproblemen Baugröße/Gewicht und dynamische Eigenschaften zusammenfassen. Mit einer Recherche des Stands der Technik soll ermittelt werden, welche Aufgaben von den handgehaltenen Robotern erledigt werden und wie diese durchgeführt werden.

### 2.5.1 Vorgehensweise

In Abschnitt 1.1.1.4 wurde die Klasse der handgehaltenen Roboter definiert. Zusammengefasst sind Roboter somit Maschinen, die frei programmierbar eine Reihe von Tasks ausführen können und nicht speziell für eine bestimmte Anwendung oder einen stark eingegrenzten Kreis von Anwendungen entwickelt sind. Gemeinsam ist ihnen eine Anordnung von Aktoren sowie internen Sensoren zur Steuerung der Bewegungen und externen Sensoren zur Wahrnehmung der Umwelt.

Handgehaltene Roboter sind entsprechend Maschinen, die in der Hand des Benutzers gehalten bzw. getragen, Aufgaben ausführen und mit der Umwelt in Kontakt stehen, d.h. unerwünschte Relativbewegungen zwischen Benutzer und Werkstück kompensieren und gewünschte Trajektorien eines Bearbeitungswerkzeugs gegenüber dem Werkstück aktiv abfahren.

Eine Literatur- und Internetrecherche in Google, Google Scholar und IEEEExplore wurde zunächst mit den Stichworten *handheld robotics*, *handheld robot*, *handheld manipulator*, *handheld kinematics* durchgeführt. In einem weiteren Schritt wurde die Recherche um die UND-verknüpften Begriffe *tremor compensation*, *parallel kinematic structure*, *tremor*, *hand-guided robot*, *portable robot* erweitert. Zusätzlich konnte auf eine Patentrecherche zurückgegriffen werden, die im Zuge der Anmeldung des Schutzrechts WO2004/019785 13 durchgeführt wurde.

### 2.5.2 Ergebnisse

Die Literaturrecherche brachte außer Ergebnissen aus dem Bereich der Medizintechnik, auf die weiter unten eingegangen werden soll, keine Treffer. Unter ähnlichen Stichworten werden allerdings einige Projekte aus dem Bereich der Tele-Robotik, die sich mit der Fernsteuerung von Robotern für den Einsatz in Kernkraftwerken, Lackierzellen und beim Militär beschäftigen, geführt. Diesen ist gemeinsam, dass hier der Roboter nicht in der Hand des Benutzers geführt oder gehalten wird, sondern ein Interface in Form eines Joysticks (mit und ohne Force-Feedback) und entsprechender bildgebender Verfahren verwendet wird. Weitere Anwendungen aus dem Bereich der Technik oder Industrie konnten keine ermittelt werden.

Wird die Recherche mit den oben genannten Begriffen und um die Patentrecherche erweitert, finden sich verschiedene Projekte aus dem Bereich der Medizintechnik, die sich mit handgehaltener Robotik im weitesten Sinne, besonders jedoch mit der Kompensation des Hand-Arm-Tremors des Chirurgen beschäftigen.

Der Aufbau von Rivière et al. (1997) wird für mikrochirurgische Eingriffe u.a. in der Ophthalmologie entwickelt [4, 5, 126] (Abb. 2.5). Das System besteht aus einem Handstück, in dem Aktorik und Sensorik untergebracht sind. Das Handstück verfügt über eine Werkzeugspitze, die über drei längenkonstante Stützen mit den Linearaktoren verbunden ist und in den drei Raumachsen verschoben werden kann (Abb. 2.5). Im Handstück sitzen Beschleunigungssensoren, die die Bewegung

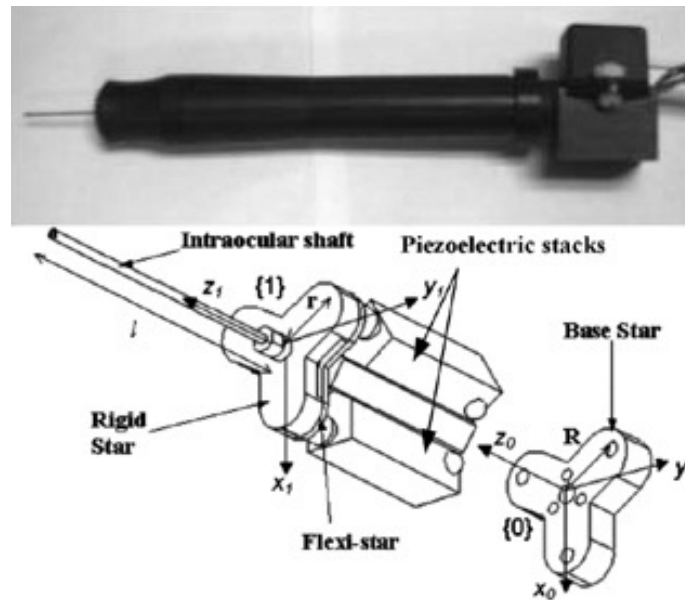


Abbildung 2.5: Aufbau von Ang, Rivière und Khosla aus dem Jahr 2001. Das System hat drei DOF und gleicht den Handtremor des Benutzers aus. Abb. aus [4].

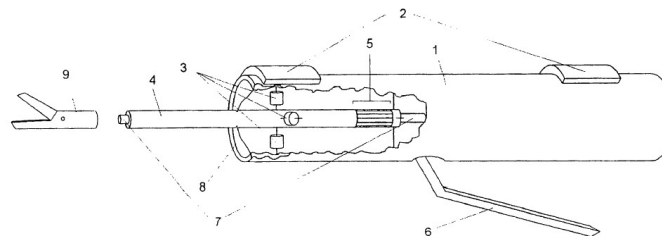


Abbildung 2.6: Aufbau von Peer (Patentschrift von 1997). Das System dient dem Tremorausgleich. Abb. aus [102].





Abbildung 2.7: Aufbau von Sensi von 2003. das System gleicht den Hand-Arm-Tremor aus. Abb. aus [137].

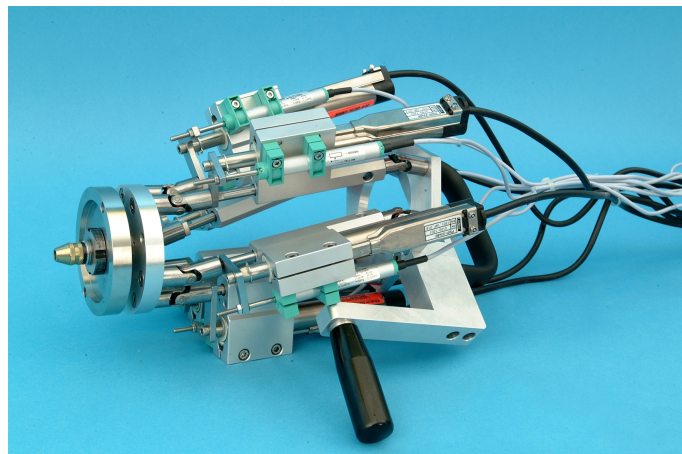


Abbildung 2.8: Der Intelligent Tool Drive (ITD v0.1) aus dem Jahr 2001. Das System gleicht den Tremor des Benutzers aus und führt programmierte Trajektorien aus.

des Handstücks messen. Die Algorithmen zur Auswertung der Messdaten, Filterung und Prädiktion sind Forschungsfelder der Gruppe.

In der Patentschrift von Peer [102] wird ein ähnliches Gerät vorgeschlagen, das ebenfalls für mikrochirurgische Eingriffe verwendet werden soll (Abb. 2.6). Es verfügt zusätzlich zu den bei Ang et al. beschriebenen internen Sensoren über Messelektroden an der Hand und dem Arm des Benutzers mit denen Erregungspotenziale der Muskeln aufgenommen werden sollen, die zur Auswertung des Tremors herangezogen werden können. Ob dieser Aufbau realisiert wurde, konnte nicht geklärt werden. Aus den Skizzen geht hervor, dass das Bearbeitungswerkzeug in zwei orthogonalen Raumrichtungen verdreht werden kann.

Sensi schlägt in seiner Dissertation [137] ein Gerät vor, das dem von Ang stark ähnelt. Ebenfalls für mikrochirurgische Eingriffe eingesetzt, kompensiert es Tremorbewegungen in drei translatorischen DOF an der Instrumentenspitze (Abb. 2.7). Zur Messung der Bewegungen kommen Beschleunigungssensoren und Gyrometer zum Einsatz. Die Aktoren arbeiten nach dem piezoelektrischen Prinzip.

Das System „Intelligent Tool Drive – Ein handgehaltener Roboter zur Bearbeitung von Knochen“ wird am Labor für Biomechanik und experimentelle Orthopädie des Orthopädisch-Unfallchirurgischen Zentrums (Fakultät für Medizin Mannheim, Universität Heidelberg), am Institut für Computer Aided Engineering der Hochschule Mannheim sowie an den Lehrstühlen für Automation und Informatik V der Universität Mannheim entwickelt [108, 112-114, 165, 168]. Hier wird der komplette Roboter in der Hand des Benutzers gehalten (Abb. 2.8). Die Position des Patienten und des Systems werden optisch ermittelt. Zusätzlich dienen Beschleunigungsaufnehmer der

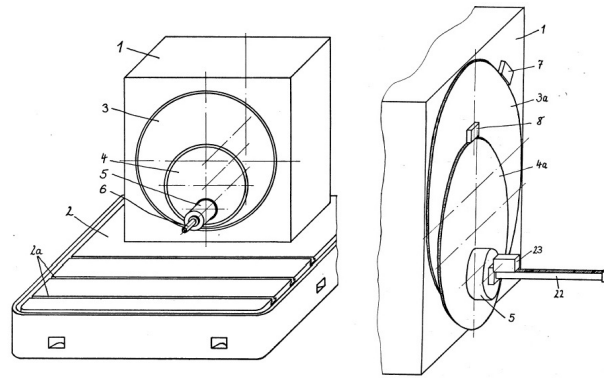


Abbildung 2.9: Maschine der Fa. Wikotool, Leopoldshöhe, D. (1975). Der Aufbau dient der Positionierung von Werkzeugen, Werkstücken oder Messgeräten. Abb. aus [175]. 1) Maschinengehäuse, 2) Maschinenbett, 3) große Scheibe, 4) kleine Scheibe, 5) Spindel, 6) Bearbeitungswerkzeug, 7) & 8) Drehwinkelgeber, 22) Spindelvorschub, 23) Sensor f. Spindelvorschub.

Messung von Bewegungen der Maschine. Der Roboter führt präoperativ programmierte Tasks aus und kompensiert gleichzeitig (Tremor)-Bewegungen des Benutzers und Bewegungen des Patienten. Der Unterschied zu den oben genannten Systemen der Mikrochirurgie ist, dass der Roboter selbstständig Trajektorien abfährt, während die o.g. Systeme ausschließlich die Tremorinduzierten Schwingungen kompensieren. Der Roboter basiert in der v0.1 auf einer Parallelkinematik mit sechs längenvariablen Stützen, dem Hexapoden [148] und besitzt 6 Freiheitsgrade. Die Variante v0.2 (s.u.) hat längenkonstante Stützen mit axial verschieblichen Fußpunkten wie bei Merlet [87] beschrieben und ist ein Hexaglide.

## 2.6 Zusammenfassung

Offensichtlich ist, dass in allen Fällen Parallelkinematiken eingesetzt werden. Diese lassen sich u.a. nach dem Kriterium der Anordnung der aktorischen Elemente einteilen: Aufbauten mit längenvariablen Stützen und fester Baseplattform (z.B. die sog. *Stewart-Gough-Plattform* [148]) sowie Konstruktionen mit längenkonstanten Stützen und variablen Anlenkpunkten auf der Baseplattform (z.B. die sog. *Merlet-Plattform* [87]). Eine übersichtliche systematische Einteilung präsentieren Pritschow et al. [117]. Eine historische Zusammenfassung liefert die Webseite [www.parallelmic.org](http://www.parallelmic.org).

Weitere Projekte, die bei der Literaturrecherche ermittelt werden konnten, beschäftigen sich zwar mit (kleinen) Robotern [141] oder Tremorkompensation [132, 155], stellen aber keine handgehaltenen Roboter sondern Systeme dar, die entweder auf den Knochen geschraubt und somit unempfindlich gegenüber jeder Tremor-bedingten Störung sind oder stationäre Roboter, die mit entsprechender Aktorik und Sensorik ausgerüstet, die Tremorbewegungen des Werkzeugs des Chirurgen hemmen. Letztere müssen als *hand-geführte* Roboter oder *aktive Dämpfer* bezeichnet werden.

Zusammenfassend ist zu sagen, dass als handgehaltener Roboter, also als (frei) programmierbare Maschine nur das System ITD gelten darf, da die anderen aufgeführten Systeme ausschließlich der Tremorkompensation, nicht jedoch der Ausführung von Bearbeitungstrajektorien dienen.

## 2.7 State of the Art Epizyklischer Getriebe

Als „epizyklische Getriebe“ werden Kinematiken bezeichnet, die auf Grund einer seriellen achsparellen Anordnung von einzelnen Scheiben oder Lenkern die Bewegungen eines Punktes in 2 bzw. 3 Freiheitsgraden realisieren können. Dabei wird durch eine entsprechende Ansteuerung der Scheiben aus rein rotatorischen Bewegungen jede beliebige Bewegung des *TCP* erzeugt, ohne dass die Bewegungsform umsetzende Elemente wie Hebel, Nocken oder Führungen verwendet werden müssen. Werden solche Anordnungen als Scheibensystem aufgefasst und entsprechende Scheibensysteme räumlich angeordnet ist die Verschiebung und Verdrehung des *TCP* in allen sechs Freiheitsgraden möglich. Das Kunstwort *Epizaktor* setzt sich aus den Bestandteilen „EPIZyklisches Getriebe“ und „AKTOR“ zusammen. Siehe hierzu Abschnitt 4.

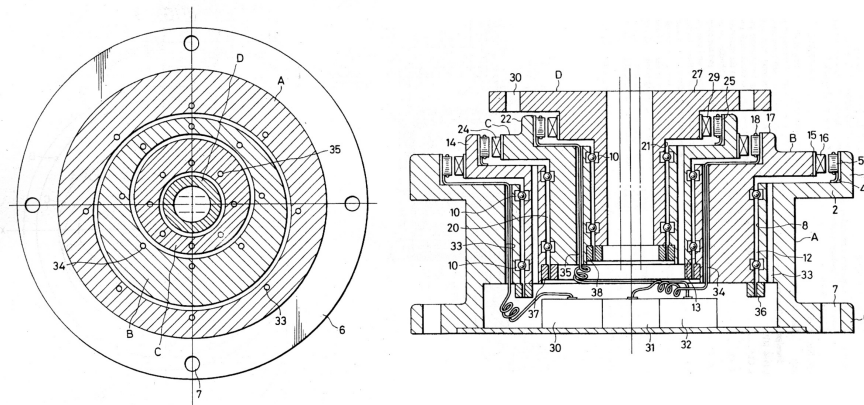


Abbildung 2.10: Maschine von Suzuki (National Aerospace Lab, Tokio, J, 1987). Der Aufbau dient der Feinpositionierung von Gegenständen. Abb. aus [153]. A) Basis oder Gehäuse, B) outer excentric shaft rotor (große Scheibe), C) inner excentric shaft rotor (kleine Scheibe), D) output shaft rotor (Spindel). Das System ist mit Direktantrieben ausgestattet und verfügt über drei DOF.

Die Kinematik eines Epizaktor-Scheibensystems kann als *n-bar-system* oder *n-link-system* [25, 27, 97], also als planare und serielle Anordnung wenigstens zweier starrer Lenker aufgefasst werden. Der bekannteste Vertreter einer solchen Kinematik ist der SCARA-Roboter (selectively compliant robotic arm). Dieser besitzt zwei Elemente, wobei der „Oberarm“ an der Basis anlenkt und den „Unterarm“ trägt, an dessen Ende wiederum im einfachsten Fall der TCP definiert ist oder ein weiteres kinematisches Element, das eine Rotation ermöglicht. Ein solcher SCARA besitzt die drei Freiheitsgrade, die in der Ebene möglich sind. Für pick&place-Aufgaben wird eine Linearachse parallel zu den Drehachsen der Elemente integriert. Somit kann der Roboter Gegenstände aufnehmen und absetzen. SCARAs können üblicherweise im „Ellbogen“ nur begrenzte Drehwinkel erreichen. Dies führt zu einem ringförmigen oder mondformigen Arbeitsraum [111]. Selbst bei Ausführungen, die unbegrenzte Drehwinkel realisieren können [25], ist der Raum auf einer Seite der Bewegungsebene der kinematischen Elemente z.T. belegt durch die Basis und die Ausdehnung der Elemente selbst. Je nach Winkelstellung der Elemente kragt der Arm eines SCARAs mehr oder weniger weit aus, was zu einer veränderlichen Steifigkeit des Aufbaus führt. Werden für eine bessere Steifigkeit die Elemente und besonders die Gelenke in ihrer Steifigkeit optimiert, führt dies zu relativ großen bewegten Massen und entsprechenden Einschränkungen in den dynamischen Eigenschaften einer solchen Maschine.

Ein Epizaktor-Scheibensystem hingegen wird am Umfang der Scheiben gelagert und angetrieben. Dies führt zu einer freien Erreichbarkeit der Scheibenebene von beiden Seiten, sowie zu einem relativ steifen Aufbau. Da zusätzlich die Massen der Antriebe dem Gestell zugeschlagen werden können (Abschnitt 4) sind die bewegten Massen entsprechend klein.

### 2.7.1 Vorgehensweise

Der Übersicht zu Grunde liegt eine Patentrecherche, die im Zuge der Patentanmeldung der Epizaktor-Idee (DE 10329474) durchgeführt wurde. Die Ergebnisse wurden durch eine Internetrecherche erweitert, die mit den folgenden Begriffen ausgeführt wurde: *epizyklisches Getriebe* bzw. *epicyclic stage*.

### 2.7.2 Ergebnisse

Das Prinzip des „Epizaktors“ ist in verschiedenen Patentschriften beschrieben. Diese betreffen zum größten Teil Positionierhilfen und Werkzeugmaschinen [28, 120, 129, 153, 175].

Das System, das von der Fa. Wikotool 1975 angemeldet wurde [175], beschreibt eine Vorrichtung zur Positionierung eines Werkzeuges, Werkstücks oder Messgerätes, das in 3 DOF verschoben werden soll. Entsprechend der Skizze handelt es sich bei der Maschine um eine Fräsmaschine zur 4-Seiten-Bearbeitung (Abb. 2.9). Die Art der Antriebe ist nicht weiter spezifiziert, doch ist davon

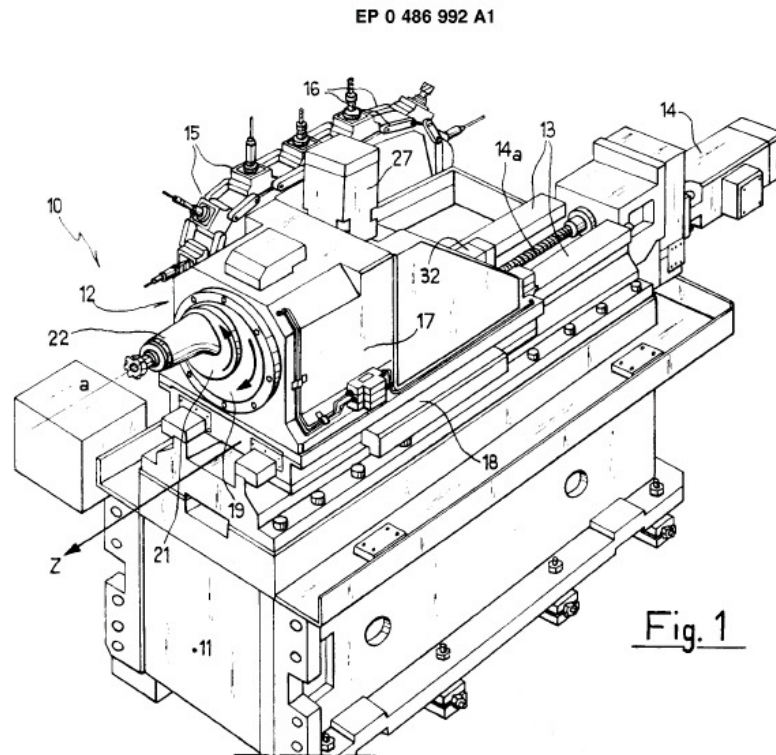


Abbildung 2.11: Werkzeugmaschine von Crivellin (VIGEL SpA, Torino, I, 1990). Abb. aus [28]. 13) Längsführung für Spindelvorschub, 14) Spindelvorschub, 17) Gehäuse, 18) Sensor für Vorschub, 19) große Scheibe, 21) kleine Scheibe, 22) Spindel. Das System verfügt über drei translatorische Freiheitsgrade.

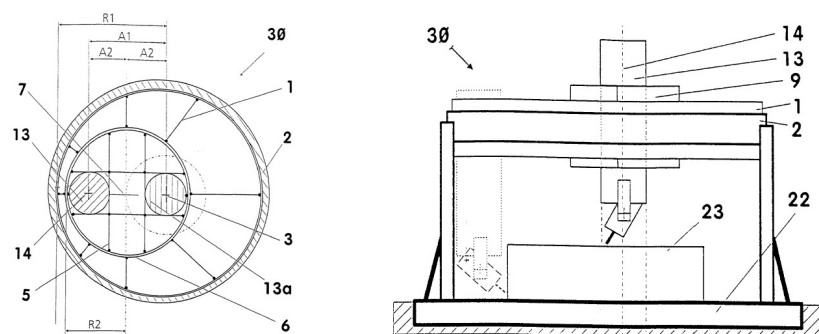


Abbildung 2.12: Werkzeugmaschine von Schleicher (Fraunhofer Gesellschaft, D, 1999). Abb. aus [129]. 1) große Scheibe, 2) Gehäuse, 22) Maschinenbett, 23) Werkstück, 3) Mittelachse der Anordnung, 6) kleine Scheibe, 13) Spindel und Antrieb in z-Richtung, 14) Mittelachse der Spindel. 'A1' bezeichnet den Abstand der Spindelachse von der Drehachse der (großen) Scheibe. Das System verfügt über drei bis fünf Freiheitsgrade je nach Ausführung des Spindel-Teils.

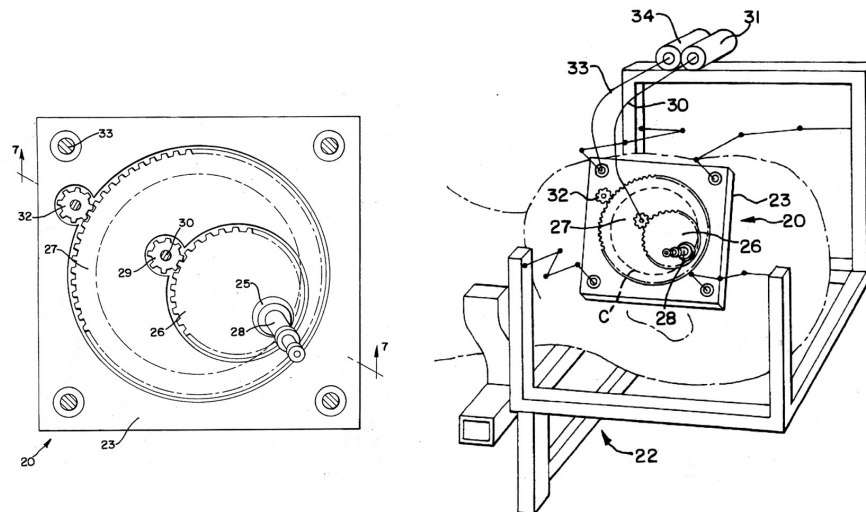


Abbildung 2.13: Stereotaktische Positionierhilfe von Rapoport 1997. Abb. aus [120]. 23) Gehäuse, 25) Gelenk, 26) kleine Scheibe, 27) große Scheibe, 28) Instrumentenschaft, 29, 30, 31) Antrieb der kleinen Scheibe, 32, 33, 34) Antrieb der großen Scheibe. Das System besitzt zwei translatorische Freiheitsgrade.

auszugehen, dass konventionelle elektrische Motoren verwendet werden sollen. Informationen über eine konstruktive Realisierung liegen nicht vor.

Das System, das 1987 von Suzuki angemeldet wurde [153], dient der Positionierung des Fokuspunktes eines Laserstrahls, kann aber auch zur Bewegung von Werkstücken oder Werkzeugen verwendet werden (Abb. 2.10). Das System verfügt über zwei translatorische und einen rotatorischen Freiheitsgrad. Die Aktuierung erfolgt über elektrische Direktantriebe. Es konnte nicht ermittelt werden, ob und in welcher Form das Gerät praktisch realisiert wurde.

Die Maschine von Crivellin aus dem Jahre 1990 [28] (Abb. 2.11) stellt eine Werkzeugmaschine mit drei Freiheitsgraden zur 4-Seiten-Bearbeitung von Werkstücken dar. Der Detaillierungsgrad der Skizze aus der Patentschrift lässt auf eine realisierte Konstruktion schließen, jedoch ist nicht bekannt, ob die Maschine kommerziell erhältlich ist oder war.

Das System von Schleicher von 1999 [129] (Abb. 2.12) ist eine Werkzeugmaschine mit vier Freiheitsgraden. Hier wird das Epizaktor-Konzept abgewandelt und die kleine Scheibe durch eine Linearführung ersetzt, deren Achse durch den Mittelpunkt der großen Scheibe führt. Somit ist die gleiche Funktionalität wie bei zwei gegeneinander verdrehbaren Scheiben gegeben. Informationen über eine technische Realisierung und die Art der verwendeten Antriebe liegen nicht vor. Auch ist nicht bekannt, ob eine Maschine basierend auf dem beschriebenen Konzept realisiert wurde.

Der Aufbau von Rappoport von 1997 [120] stellt ein kleines Gerät von nur wenigen *cm* Durchmesser dar, das als stereotaktische Positionierhilfe für neurochirurgische Interventionen am Kopf eingesetzt werden soll (Abb. 2.13). Es verfügt über zwei translatorische Freiheitsgrade und wird mit Hilfe eines Rahmensystems am Kopf des Patienten befestigt. Der Antrieb erfolgt über außen angebrachte Motoren und flexible Wellen. Informationen über die Realisierung des Konzepts liegen nicht vor.

Die weitere Internetrecherche mit den Begriffen „epicyclic stage“ und „epicyclic kinematics“ lieferte diese und auch weitere Treffer, die synonym zu „Planetengetriebe“ sind.

## 2.8 Diskussion

Den vorgestellten Aufbauten ist gemeinsam, dass sie das Konzept der gegeneinander verdrehbaren Scheiben ausschließlich in einer Ebene und nicht räumlich anwenden. Auch wird jeweils nur ein Scheibensystem bestehend aus zwei Scheiben verwendet. Eine Ausnahme bildet das System von Suzuki [153], das drei achsparallele Scheiben verwendet, von denen die innerste der Realisierung eines zusätzlichen Drehfreiheitsgrades dient. Die Systeme von Wikotool [175] und Crivellin [28] nutzen diesen dritten Freiheitsgrad praktisch zum Antrieb der Frässpindel. Die als Werkzeugmaschinen

genutzten Aufbauten weisen relativ große und schwere Konstruktionen auf, die die immanente Steifigkeit des Epizaktor-Aufbaus weiter verstärken und nutzbar machen.

Es ist nach der beschriebenen Recherche davon auszugehen, dass weder für Anwendungen im Bereich der handgehaltenen Robotik noch in allgemeiner Weise Konzepte für epizyklische Getriebe mit mehreren Freiheitsgraden realisiert wurden.



# Kapitel 3

## Anforderungen

### 3.1 Einführung

Für die Konzeption, die Berechnung und den Bau eines handgehaltenen Roboters sollen Anforderungen festgelegt werden. Diese umfassen - neben den üblichen technischen Spezifikationen an Maschinen – spezielle, auf das medizinische Arbeitsumfeld abgestimmte weitere Anforderungen. Eine Zusammenfassung der Spezifikationen wird am Ende des Abschnittes in Tabelle 3.15 auf Seite 56 aufgestellt.

### 3.2 Vorgehensweise

Die globale Vorgehensweise orientiert sich an der VDI Richtlinie 2222 Bl. 1. Besonders die Phasen „Planen“ und „Konzipieren“ werden betrachtet.

Für besondere Fragestellungen werden Literaturrecherchen durchgeführt. Diese sind bei den entsprechenden Punkten aufgeführt und beschrieben. Außerdem wird bei medizinischen Fragestellungen die Meinung von Experten mit einbezogen.

### 3.3 Verwendung, Benennung

Der handgehaltene Roboter wird im Rahmen des Projekts „ITD - Intelligent Tool Drive - Ein handgehaltener Roboter zur Bearbeitung von Knochen“ am Labor für Biomechanik und experimentelle Orthopädie des Orthopädisch-Unfallchirurgischen Zentrums (Medizinische Fakultät Mannheim, Universität Heidelberg), dem Institut für Computer Aided Engineering der Hochschule Mannheim sowie den Lehrstühlen für Automation und Informatik V der Universität Mannheim entwickelt. Der Projektname für die im Rahmen dieser Arbeit untersuchte Kinematik lautet *Epizaktor*.

### 3.4 Gültigkeitsbereich

Diese Spezifikationen gelten für ein Funktionsmuster, mit dem die Machbarkeit der Idee bewiesen werden soll. Die dazu nötigen Versuche sollen an Kunststoff-Probekörpern, Sawbones (künstlichem Knochen) und Knochenpräparaten durchgeführt werden. Je nach Erfolg der Vorversuche sollen Experimente an Tieren ausgeführt werden.

### 3.5 Anwendungen und Aufgabe

Der Roboter soll Löcher (bis Durchmesser 5 mm, 50 mm tief) in die Pedikel von Wirbelkörpern einbringen können. Zunächst werden Testkörper aus PU-Schaum verwendet, später Sawbones und echte Knochen. Das Gerät wird dabei in der Hand des Bedieners gehalten. Zusätzlich erfolgt eine Stabilisierung des Bearbeitungswerkzeugs gegenüber dem Knochen. Sowohl der Knochen als auch die Bedienerhand (und damit Basis des Roboters) können sich bewegen. Aus dieser Anwendung ergeben sich die folgenden Spezifikationen.



### 3.5.1 Räumliche Beweglichkeit

Die Tremorbewegung und sonstige von der Hand des Bedieners ausgehende Bewegungen und Störungen stellen freie räumliche Bewegungen dar. Auch sind die vom Patienten ausgehenden Störungen freie Bewegungen im Raum, die Komponenten in allen sechs räumlichen Freiheitsgraden besitzen. Ein Bohrvorgang benötigt zu Beginn der Positionierung drei translatorische Freiheitsgrade zum Finden der Eintrittsstelle der Bohrung. Dies gilt unter der Voraussetzung, dass die Zustellung in Richtung der Längsachse von Hand erfolgt. Ist die Eintrittsstelle gefunden, muss die Richtung des Bohrers eingestellt werden. Dieser Vorgang benötigt zwei Winkelfreiheitsgrade. Die Drehung um die Bohrerachse trägt nicht zur Positionierung bei.

#### 3.5.1.1 Folgerung

Der Vorgang der Stabilisierung der Bohrerachse benötigt zwischen Werkzeug und Werkstück nur insgesamt fünf Freiheitsgrade, da die Drehung des Bohrers um seine Längsachse keinen Einfluss auf die Positionierung besitzt. Die Bewegung des handgehaltenen Roboters im Raum besitzt sechs Freiheitsgrade. Es ist daher besonders im Hinblick auf mögliche zukünftige Einsatzgebiete des Roboters, die über das Bohren hinausgehen, unerlässlich, dass die Kinematik sechs Freiheitsgrade besitzt.

### 3.5.2 Eigenschaften des Arbeitsraumes

Der *TCP* führt relativ zur handgehaltenen Basis des Roboters Relativbewegungen zur Stabilisierung des Werkzeuges gegenüber dem Werkstück aus. Basierend auf Atembewegung des Patienten (3.5.2.1), dem Hand-Arm-Drift (3.5.2.2), dem Tremor des Bedieners (3.5.2.3) und der Ausführung der zu realisierenden Trajektorie im Wirbelkörper (3.5.2.4) sowie eines Zeitfensters, in dem die Bearbeitung statt findet, kann die Größe des Arbeitsraumes der Maschine überschlägig bestimmt werden, wenn davon ausgegangen wird, dass sich die genannten Störgrößen addieren. Zusätzlich bewegt sich die Maschine selbst in einem globalen, vom Trackingsystem determinierten Arbeitsvolumen, dessen Größe ebenfalls bestimmt werden muss. Siehe hierzu Abschnitt 3.5.8 auf Seite 39.

#### 3.5.2.1 Untersuchung der Atembewegung

**3.5.2.1.1 Fragestellung** Es sollen die Form sowie die Frequenzen und Amplituden der Ateminduzierten Bewegung des Oberkörpers, insbesondere der Segmente der Wirbelsäule beim Atmen beim gesunden Erwachsenen ermittelt werden. Zusätzlich soll geklärt werden, ob Unterschiede zwischen einem wachen Zustand und dem Zustand unter Narkose bestehen.

**3.5.2.1.2 Untersuchungsmaterial und Vorgehensweise** Zur Untersuchung der aus der Atembewegung des Patienten ableitbaren Störbewegung der Wirbelsäule wurde eine Literaturrecherche durchgeführt, nach der die folgenden Arbeiten genauer untersucht wurden.

Dieterich et al. [32] haben für das Tracking innerer Organe bei der Strahlentherapie mit dem System CyberKnife (Accuray Inc., Sunnyvale, CA, USA) die Bewegung von auf der Haut montierten optischen Markern mit einer Stereo-Kamera (Polaris, NDI, Waterloo, Ontario, CA) mit 20 Bildern/Sekunde gemessen. Zusätzlich erfolgte die Messung der Bewegung von implantierten Markerkügelchen (Fiducials) durch das CyberKnife-System. Es wurde versucht, eine Korrelation zwischen der Bewegung der Marker an der Oberfläche und den implantierten Kugeln zu finden. Die Untersuchungen erfolgten in Rückenlage. Es wurden vier nicht anästhesierte Patienten untersucht.

Plathow et al. [106] haben im MRT-Scanner (1.5 T Ganzkörperscanner, Magnetom Symphony, Siemens, Erlangen) verschiedene Atemmanöver (Bauchatmung, Brustatmung, normale Atmung, jeweils leicht und so stark wie möglich) mit 3 Bildern/Sekunde untersucht. Gemessen wurden die Größenänderung der Lunge und die Verschiebung einer auf den Brustkorb geklebten Marker-Spule. Die Untersuchungen erfolgten in Rückenlage. Es wurden 16 nicht anästhesierte Probanden untersucht. Die Methode ist weitergehend beschrieben bei Zimmermann et al. [187].

Ebert und Kollegen [33] untersuchen mit Hilfe eines Navigationssystems (Praxim Medivision, La Tronche, F) und der dazugehörigen Trackingkamera (Optotrak, NDI, Waterloo, Ontario, CA) an drei Patienten die Bewegung von Wirbelkörper und Haut während des Atmens unter Narkose.

Weiterführender Literatur [80] konnte die Atemfrequenz im wachen sowie anästhesierten Zustand entnommen werden.

Untersuchungs-Gegenstand	Dieterich et al. [32]	Plathow et al. [106]	Ebert et al. [33]
Montageort, Bewegung der Hautmarker	Marker auf Brust fixiert. Marker-Amplitude: 3.1 bis 14.8mm (Durchschnittlich 7.5mm) ( $n = 30$ ) Bewegung des Schwerpunktes 2.1 bis 6.0mm (Durchschnittlich 4.2mm) ( $n = 4$ )	Marker auf Brust fixiert. Es wird nur die Brustatmung betrachtet: Markeramplitude durchschnittlich ( $n = 16$ ) $13 \pm 3mm$ bei starker Atmung. Markeramplitude durchschnittlich ( $n = 16$ ) $6 \pm 2mm$ bei schwacher Atmung.	Marker auf Rücken fixiert. Markeramplitude 0.1 bis 4.5mm im Koordinatensystem des Wirbelkörpers
Bewegung interner Fiducials	Kreuzbein: 1.7 bzw. 2.5mm ( $n = 2$ ); Lunge: 2.0mm ( $n = 1$ ); Bauchspeicheldrüse: 2.0 bzw. 3.5mm ( $n = 2$ )	Es wird nur die Brustatmung betrachtet: starke Atmung: $23 \pm 4mm$ ; schwache Atmung: $5 \pm 0.4mm$ ; Größenverhältnisse der Lunge: max. Einatmung: Hx-BxT= $17.6 \pm 1.0cm$ x $9.1 \pm 1.1cm$ x $12.4 \pm 1.2cm$ ; max. Ausatmung $13.8 \pm 1.8cm$ x $8.3 \pm 0.9cm$ x $9.9 \pm 0.8cm$	Wirbelkörper bewegt sich 1.9mm in ventrodorsaler Richtung.

Tabelle 3.1: Ergebnisse der Literaturrecherche zu den Atembewegungen

**3.5.2.1.3 Ergebnisse** Tabelle 3.1 fasst die Ergebnisse der untersuchten Literatur zusammen.

Es scheint nicht möglich zu sein, von der Bewegung oberflächenmontierter Marker direkt auf die Bewegung von inneren Organen zu schließen, weil die Hautbewegung stark von der Knochenbewegung differiert. Da für die Überlegungen zur handgehaltenen Robotik betreffenden Überlegungen die Bewegungen der Körperoberfläche bzw. der dorsalen Seite der Wirbelsäule wichtiger sind, ist dies keine Einschränkung.

Da für die Wirbelsäule und die Bauchlage nur die Daten von Ebert [33] explizit vorliegen und diese Studie mit nur drei Patienten durchgeführt wurde, können für die Bewegung der Wirbelkörper nur Schätzwerte angenommen werden. Wenn sich in Rückenlage des Patienten der Brustkorb, wie bei Dieterich et al. [32] beschrieben, etwa 7.5mm in ventraler Richtung hebt, kann davon ausgegangen werden, dass in Bauchlage die Amplitude der Bewegung der Wirbelsäule ebenfalls bei 7.5mm in ventro-dorsaler Richtung liegt, wenn der Brustkorbs als steifes Element angenommen wird. In realiter wird die Bewegung der Wirbelsäule geringer ausfallen, da sich der Brustkorb unter der Last der Wirbelsäule und der Rückenmuskulatur wenigstens zum Teil auch in die Breite verschieben wird. Die Betrachtung der Ergebnisse von Plathow et al. [106] stellt keine nennenswert andere Situation dar. Die Atemfrequenz bei gesunden wachen Erwachsenen liegt bei 12 bis 20 Atemzügen pro Minute und wird während der Narkose auf 10-16 Atemzüge pro Minute eingestellt [80]. Dies entspricht einer Frequenz von 0.17 bis 0.27Hz.

**3.5.2.1.4 Folgerung für den Arbeitsraum** Genaue Untersuchungen der Wirbelsäulenbewegung unter dem Einfluss der Atmung liegen nicht vor. Die Ergebnisse der Recherche können jedoch als Basis für die weiteren Überlegungen zur Größe des Arbeitsraumes des Roboters angenommen werden. Somit wird für die weiteren Untersuchungen von einer Amplitude der Wirbelsäule von 7.5 mm bei einer Frequenz von 0.25Hz (Sinus-Schwingung) ausgegangen.

### 3.5.2.2 Untersuchung der Hand-Arm-Drift

**3.5.2.2.1 Fragestellung** Geklärt werden soll die Qualität der statischen Positionierung der Hand im Raum. Ebenfalls von Interesse ist die dynamische Positionierung, d.h. wie gut ein Proband mit der Hand eine Trajektorie abfahren kann. Zuletzt soll der Drift der Hand beim statischen und dynamischen Positionieren bei fehlender visueller Kontrolle untersucht werden.

**3.5.2.2.2 Untersuchungsmaterial und Vorgehensweise** Zur Untersuchung der Drift-Bewegungen der Hand wurde eine Literaturrecherche durchgeführt, die eine Reihe von Arbeiten hervorgebracht hat.

Brown et al. [22] haben die Probanden ( $n = 5$ ) an einem Tisch so befestigt, dass die Schulter fixiert war. Mit der Hand sollte in der Tischebene eine lineare Trajektorie (1.  $30^\circ$  und 2.  $120^\circ$  zur Frontalebene) zwischen zwei festen Punkten abgefahren werden. Gemessen wurde die Abweichung

Untersuchungs-Gegenstand		Brown et al. [22]:	Hein et al. [50]:	Jacobs et al. [60]
Genauigkeit 3D-Position		War nicht Gegenstand der Untersuchung	$0.44(\pm 0.28)mm$ , visuelle Kontrolle ( $n = 24$ ). $1.02(\pm 0.43)mm$ , „grobe visueller Kontrolle“ ( $n = 26$ ) Die Positionsabweichung wurde nach 2s Einschwingzeit gemessen.	$11.3 \pm 0.8mm$ frei gehaltener Arm, Finger strecken, visuelles Feedback $12.9 \pm 0.8mm$ , frei gehaltener Arm, Finger strecken, kein visuelles Feedback. $9.6 \pm 1.1mm$ , frei gehaltener Arm, Finger beugen, visuelles Feedback. $14.5 \pm 1.3mm$ , frei gehaltener Arm, Finger beugen, kein visuelles Feedback. $4.0 \pm 0.5mm$ , fixierter Arm, Finger strecken, visuelles Feedback. $3.6 \pm 0.7mm$ , fixierter Arm, Finger strecken, kein visuelles Feedback. $4.1 \pm 0.6mm$ , fixierter Arm, Finger beugen, visuelles Feedback. $4.6 \pm 0.6mm$ , fixierter Arm, Finger beugen, kein visuelles Feedback. $n = 32$ , Versuchsdauer 30s
Genauigkeit 3D-Trajektorie		$12.6 \pm 1mm$ , $30^\circ$ -Bewegung, je Durchgang $14.5 \pm 1mm$ , $120^\circ$ -Bewegung, je Durchgang	$0.85 \pm 1.95mm$ , visuelle Kontrolle ( $n = 20$ ) $1.68 \pm 2.29mm$ , „grobe visueller Kontrolle“ ( $n = 20$ )	War nicht Gegenstand der Untersuchung
Drift		Aufaddiert über die 75 Versuche: $79mm$ im Durchschnitt über alle Versuche.	k.A. möglich	wurde ausgefiltert, daher keine Angabe möglich

Tabelle 3.2: Literaturrecherche zum Hand-Arm-Drift des Menschen.

zwischen Soll- und Ist-Trajektorie der Hand. Variiert wurde zusätzlich der Startwinkel im Schultergelenk. Der Ellbogen wurde reibungsfrei auf einem Luftkissentisch unterstützt und die Bewegung der Armsegmente mit einem Trackingsystem gemessen. Die Probanden konnten fünf Durchgänge lang ihre Hand sehen, danach 75 Durchgänge nicht mehr. Für die 75 Durchgänge standen 120s zur Verfügung und die Bewegungen sollten synchron zu einem Metronom durchgeführt werden. Über den Versuchsaufbau von Hein et al. [50] sind nur wenige Informationen verfügbar. Bei einer konstanten Positionieraufgabe in drei Freiheitsgraden wurde eine Abweichung von einer Sollposition unter *grober visueller Kontrolle* ( $n = 26$ ) sowie unter *visueller Kontrolle* ( $n = 24$ ) gemessen (Messfrequenz  $20Hz$ ). Die Positionsabweichung wurde nach 2s Einschwingzeit gemessen. Für eine Bewegung entlang einer Linie ( $n = 20$ ) wurde wie oben die Abweichung unter *grober visueller Kontrolle* und unter *visueller Kontrolle* gemessen.

Die Probanden ( $n = 32$ ) bei Jacobs et al. [60] mussten bei frei beweglichem Arm zunächst den Finger etwa 18mm heben bzw. senken und somit dafür sorgen, dass eine Anzeige auf einem Oszilloskop, die die Position des Fingers symbolisierte, mit einer Soll-Anzeige übereinstimmte. In einem weiteren Versuch, wurden der Arm und die Hand fixiert, so dass nur der Finger positioniert werden musste. Für die Probanden sichtbar war nur das Oszilloskop. Es musste eine Gegenkraft von etwa  $0.15N$  aufgebracht werden. Ein ähnlicher Versuch wurde auch mit dem Unterkiefer durchgeführt. Ein Versuchslauf dauerte 30s. Es wurden je ein Versuch mit offenen Augen (visuelles Feedback) und geschlossenen Augen getrennt durch eine zehnschündige Pause durchgeführt. Die gefilterte Amplitude der Bewegung des Fingers wurde ausgewertet.

**3.5.2.2.3 Ergebnisse** Die Ergebnisse der Literaturrecherche sind in Tabelle 3.2 zusammengefasst.

Die Positioniergenauigkeit für eine konstante Position des Fingers liegt ohne Unterstützung bei etwa 1 [50] bis 4 mm [60].

Die ununterstützte Hand eines Menschen driftet pro Sekunde etwa 8 mm wenn eine Trajektorie abgefahren werden soll, ohne dass der Proband seine Hand sehen kann. Dieser Überlegung liegt zu Grunde, dass eine durchschnittliche Ungenauigkeit der Bewegung von 13.55mm bei einem Durchgang, der 1.6s dauert, entsteht [22]. Unter visueller Kontrolle ist die Positionsabweichung mit 0.85mm [50] sehr viel geringer. Bei einer statischen Positionierung ohne visuelle Kontrolle driftet die Fingerspitze in 30s etwa 14mm [60].

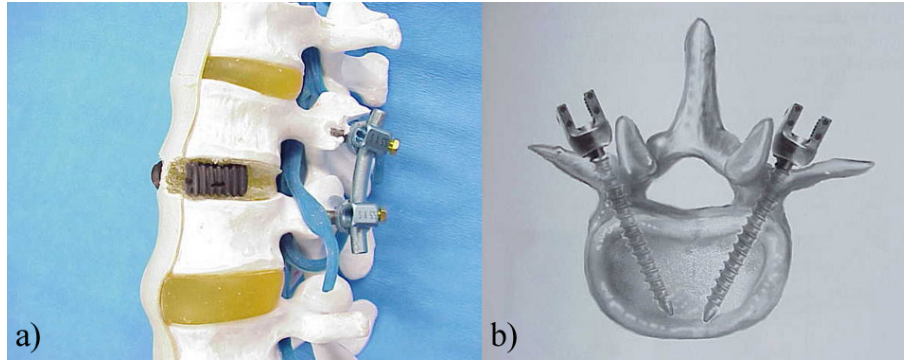


Abbildung 3.1: Exemplarische Darstellung der Pedikelverschraubung. Abb. aus [59]. a) zeigt ein Kunststoff-Modell einer Wirbelsäule von schräg vorne. Neben dem ventralen Band sind die Bandscheiben und ein eingesetzter Cage sichtbar. Im dorsalen Teil ist eine Instrumentierung zur Stabilisierung der Wirbelkörper ober- und unterhalb des Cages zu sehen. Die Stabilisierungsstangen sind mit Hilfe von vier Pedikelschrauben an den Wirbelkörpern fixiert. b) zeigt einen Wirbelkörper im transversalen Schnitt. Senkrecht nach oben deutet der nach dorsal deutende Processus spinalis. Nach links und rechts deutet je ein Processus costarius und nach schräg oben je ein Processus mamillaris. Diese Fortsätze bilden zusammen mit dem Wirbelkörper, mit dem sie über die Pedikel verbunden sind, den Spinalkanal. In der Abb. sind in den Pedikeln je eine Schraube zur Instrumentierung zu sehen.

**3.5.2.2.4 Folgerung für den Arbeitsraum** Da der Aufbau von Hein [50] nicht bekannt ist, werden dessen Werte nicht weiter betrachtet. Für die Abschätzung der Arbeitsraumgröße wird von einer Drift der Hand von  $8\text{mm/s}$  ausgegangen.

### 3.5.2.3 Untersuchung des Tremors

**3.5.2.3.1 Fragestellung** Es sollen die Frequenzen und Amplituden des Hand-Arm-Tremors ermittelt werden.

**3.5.2.3.2 Untersuchungsmaterial und Vorgehensweise** Die Untersuchung des Hand-Arm-Tremors erfolgte mit Hilfe einer Literaturrecherche, die im Abschnitt 3.5.10, Seite 47 ausführlich beschrieben ist.

**3.5.2.3.3 Ergebnisse** Der relevante Hand-Arm-Tremor befindet sich in einem Frequenzbereich von  $4\text{--}5$  und  $10\text{--}12\text{Hz}$ . Die Amplitude am Finger liegt hier bei  $0.63\text{mm}$  bzw.  $0.05\text{mm}$  im unermüdeten Fall. Die Amplitude steigt bei Ermüdung, die Frequenz im  $4\text{--}12\text{Hz}$ -Band sinkt bei steigender Belastung, die im  $12\text{--}15\text{Hz}$ -Band bleibt konstant [46, 92, 119, 121, 154]. Die Amplituden sind kleiner als  $1\text{mm}$ .

**3.5.2.3.4 Folgerung für den Arbeitsraum** Die Untersuchung des Tremors ergab, dass dessen Amplitude im Vergleich zur Atembewegung keinen nennenswerten Einfluss auf die Größe des Roboter-Arbeitsraumes haben wird.

### 3.5.2.4 Geometrie des Wirbelkörpers

**3.5.2.4.1 Fragestellung** Es sollen die Größe eines Wirbelkörpers sowie die der Pedikel bestimmt werden. Zusätzlich ist die Lage der Pedikel-Hauptachse von Interesse.

**3.5.2.4.2 Untersuchungsmaterial und Vorgehensweise** Zur Verfügung stand die Arbeit von Küper [77], die sich mit der Genauigkeit von navigiert eingebrachten Pedikelschrauben beschäftigt. Hier wurden umfangreiche Untersuchungen der Geometrie von Wirbelkörpern und ihren Pedikeln durchgeführt.

**3.5.2.4.3 Ergebnisse** Ein Wirbelkörper der Lendenwirbelsäule (Abb. 3.1 a)) ist etwa  $60\text{mm}$  breit. Ein Pedikel der Lendenwirbelsäule ist durchschnittlich  $14\text{mm} \pm 3\text{mm}$  breit [77].

Die Einbringung der Schrauben erfolgt unter einem Winkel von ca.  $29^\circ \pm 8.8^\circ$  zur Sagittal-Ebene des Patienten von links und von rechts [77] (Abb. 3.1 b).

Erfahrungsgemäß hat auch der Situs beim dorsalen Zugang in etwa diese Größe [38, 77] (Abb. 3.2).

**3.5.2.4.4 Folgerung für den Arbeitsraum** Es wird davon ausgegangen, dass der oben genannte Winkel der Pedikelachse zur Sagittal-Ebene nur ungefähr mit dem Augenmaß des Bedieners getroffen werden kann und daher eine Winkelverstellung des *TCP*-Koordinatensystems in etwa dieser Größenordnung sinnvoll ist. Außerdem kann bei einer solchen Winkelbeweglichkeit das Gehäuse seitlich verkippt und der Blick auf den Situs vereinfacht werden. Eine Winkelverstellung von mehr als  $20^\circ$  in allen Achsen ist jedoch für Parallelkinematiken nur schwer realisierbar [48]. Dieser Wert wird als geforderte Winkelverstellbarkeit für den handgehaltenen Roboter gewählt. Er soll für alle Achsen gleichzeitig gelten, damit die Vorpositionierung des Roboters für den Bediener vereinfacht wird.

**3.5.2.4.5 Synopsis** Zur Bestimmung der nötigen Größe des Arbeitsraumes des handgehaltenen Roboters soll eine worst-case-Betrachtung durchgeführt werden und alle Störampplituden addiert werden. *Arbeitsraum* ist hier zunächst als der Raum definiert, in dem der *TCP* durch den Roboter aktiv positioniert werden können muss. Die Beeinflussung der Orientierung wird unten betrachtet.

Die Überlegungen basieren auf folgenden Annahmen:

- Pro Arbeitsvorgang wird eine Bohrung durchgeführt, daher wird nur die Hälfte eines Wirbelkörpers als Situs angesehen. Es soll davon ausgegangen werden, dass ein erfahrener Chirurg mit dieser Genauigkeit den Wirbelkörper auch perkutan finden kann.
- Zu Beginn des Bearbeitungsvorganges befindet sich der *TCP* in der Mitte des Arbeitsraumes des Roboters.
- Die Tremor-induzierte Störampplitude wird vernachlässigt (siehe 3.5.2.3), da sie kleiner als  $1\text{mm}$  ist.
- Die Vorschubgeschwindigkeit liegt bei  $1\text{mm/s}$  [107].
- Die Amplituden der Störgrößen addieren sich (worst-case-Betrachtung) in allen Raumrichtungen.
- Die Bearbeitung erfolgt hauptsächlich in  $z$ -Richtung des Arbeitsraumes, die nach unten deutet; der Patient liegt in Bauchlage.
- Die Hauptachse des Pedikels ist  $29^\circ$  zur Sagittalebene geneigt. Es wird davon ausgegangen, dass ein erfahrener Chirurg diese Achse mit etwa  $\pm 10^\circ$  treffen kann. Für den handgehaltenen Roboter wird dieser Verstellbereich und zusätzlich die Standardabweichung von  $8.8^\circ$  als Winkelverstellbarkeit der Werkzeugplattform in allen Raumachse gefordert. Diese wird auf  $\pm 20^\circ$  aufgerundet.

Für den Querschnitt des Arbeitsraumes gilt dann, dass zur Amplitude der Atembewegung (siehe 3.5.2.1),  $7.5\text{mm}$ ) die Größe der Hand-Arm-Drift für eine Sekunde (siehe 3.5.2.2),  $8\text{mm}$ ) sowie die Hälfte der Wirbelkörperbreite (siehe 3.5.2.4),  $30\text{mm}$ ) addiert werden. Zu dieser Summe wird ein Sicherheitszuschlag von 20% addiert. Somit ergibt sich eine Strecke von  $55\text{mm}$ , die als Durchmesser für einen zylindrischen Arbeitsraum angenommen werden soll.

Für die Ausdehnung in  $z$ -Richtung kann angenommen werden, dass der Bediener nicht dauernd gezwungen werden soll, die Tiefenzustellung des Roboters nachzuführen. Für einen Vorschub von  $1\text{mm/s}$  und eine angenommene Bohrlochtiefe von  $50\text{mm}$  kann es als sinnvoll angesehen werden, wenn der Bohrer 20s lang arbeiten kann, ohne dass zwangsläufig eine Nachstellung auf Grund des Bohrvorschubs erfolgen muss. Für die spezifizierte Vorschubgeschwindigkeit von  $1\text{mm/s}$  bedeutet dies, dass der Fräser  $20\text{mm}$  weit fahren können soll, ohne dass der Bediener zum Nachführen aufgefordert werden muss. Die Länge des Arbeitsraumes in  $z$ -Richtung wird somit als Summe von  $20\text{mm}$  und der oben genannten Störampplituden der Drift und der Atmung und einem Sicherheitszuschlag von 20% zu  $43\text{mm}$  angenommen.



Abbildung 3.2: Darstellung des Situs bei einer navigierten Operation. Im linken Teil der Abb. ist ein mit vier Markerkugeln versehener Pointer zu sehen, mit dem die Knochenoberfläche abgetastet wird. Im rechten Teil der Abb. ein mit vier Markerkugeln versehener Markerstern, der am Processus spinalis befestigt ist und die Lage und Orientierung des Wirbelkörpers messbar macht. Abb. aus [38].

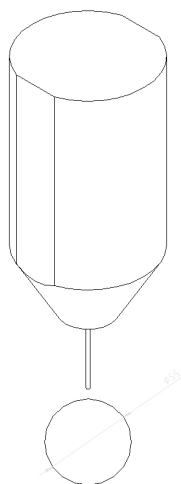


Abbildung 3.3: Geforderter Arbeitsraum. Die Kugel repräsentiert den Raum, in dem der TCP in allen Achsen ein Verdrehung von  $\pm 20^\circ$  erfahren soll.

Der nötige Arbeitsraum für eine Bohr-Bearbeitung für einen handgehaltenen Roboter ergibt sich somit als Zylinder mit  $55\text{mm}$  Durchmesser und  $43\text{mm}$  Länge. Innerhalb dieses Arbeitsraumes soll eine Winkelverstellbarkeit von  $\pm 20^\circ$  in den beiden Schwenkachsen sowie in der zusätzlich in der Rotationsachse des Bearbeitungswerkzeuges gleichzeitig realisierbar sein. Die Rotation um diese letzte Achse wird nötig, wenn für zukünftige Einsätze eine Stabilisierung in allen 6 Freiheitsgraden nötig wird. Wird der Arbeitsraum unabhängig von der Orientierung zwischen der Bohrerachse und der  $z$ -Achse des Roboters betrachtet, somit auch winkelig montierte Bearbeitungswerkzeuge berücksichtigt, wird der geforderte Arbeitsraum zu einer Kugel mit einem Durchmesser von  $55\text{mm}$ . Für die weiteren Überlegungen, Berechnungen und Simulationen wird von einem geforderten Arbeitsraum ausgegangen, der von einem Würfel mit  $40\text{mm}$  Kantenlänge repräsentiert wird. Ein solcher Würfel entspricht in etwa dem in die genannte Kugel eingeschriebenen Würfel, sodass seine Eckpunkte auf der genannten Kugel zu liegen kommen (Abb. 3.3).

### 3.5.3 Geschwindigkeit und Beschleunigung des TCP im Arbeitsraum

Die Größe und die Dynamik der auf den *TCP* wirkenden Störungen muss für die Regelung berücksichtigt werden.

#### 3.5.3.1 Atmen

Die Atemfrequenz liegt bei  $0.25\text{Hz}$  und etwa  $7.5\text{mm}$  Amplitude (Abschnitt 3.5.2 b). Dies führt zu einer Geschwindigkeit von

$$v_{\max} = \omega \cdot s_{\max} = 2 \cdot \pi \cdot 0.25 \frac{1}{s} \cdot 0.0075\text{m} = 0.01 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (3.1)$$

bzw. einer Beschleunigung von

$$a_{\max} = \omega^2 \cdot s_{\max} = \left(2 \cdot \pi \cdot 0.25 \frac{1}{s}\right)^2 \cdot 0.0075\text{m} = 0.02 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad (3.2)$$

#### 3.5.3.2 Drift

Wie in Abschnitt 3.5.2.2 beschrieben liegt die Hand-Arm-Drift bei etwa  $8\text{mm/s}$ . Über eine Beschleunigung der Bewegung kann keine Aussage getroffen werden, daher wird die Geschwindigkeit dieser Bewegung als konstant angenommen.

#### 3.5.3.3 Tremor

Die größte Tremorfrequenz liegt bei  $12\text{Hz}$  und  $1\text{mm}$  Amplitude (Abschnitt 3.5.10). Dies führt, unter der Annahme, dass es sich um eine sinusförmige Schwingung handelt, zu der Aussage, dass die größte hierbei auftretende Geschwindigkeit bzw. Beschleunigung bei

$$v_{\max} = \omega \cdot s_{\max} = 2 \cdot \pi \cdot 12 \frac{1}{s} \cdot 0.001\text{m} = 0.08 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (3.3)$$

$$a_{\max} = \omega^2 \cdot s_{\max} = \left(2 \cdot \pi \cdot 12 \frac{1}{s}\right)^2 \cdot 0.001\text{m} = 5.7 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad (3.4)$$

liegt.

#### 3.5.3.4 Transiente, Husten, Zucken

Ein Husten oder Zucken des Patienten, die auch unter Narkose auftreten können, bzw. Fallen lassen der Maschine durch den Bediener wird auf Grund der großen, sprungförmigen und kaum abschätzbaren Beschleunigungen nicht ausgeregelt werden können. Daher werden diese Größen nicht betrachtet und sollen ggf. durch eine entsprechende Sensorik detektiert werden, die für eine angebrachte Reaktion des Systems sorgt.

Untersuchungs-Gegenstand	Feggeler et al. [36], DIN [9]
Gewicht	<i>leichte</i> Geräte: bis 2kg; <i>mittelschwere</i> Geräte 2 bis 5kg; <i>schwere</i> Geräte: über 5kg
Griffausbildung	Griffdurchmesser bei reinen Schub/Druck oder Hebekräften quer zur Griffachse: 30 – 40mm.
Griffdurchmesser	beim Aufbringen von Drehmomenten um die Griffachse: 35 – 40mm
Griffanordnung	Griffe möglichst senkrecht zur Unterarmachse

Tabelle 3.3: Ergebnisse der Literaturrecherche zur Ergonomie von Handwerkzeugen

**3.5.3.4.1 Folgerung für die Geschwindigkeit und Beschleunigung des TCP** Für die Spezifikation der vom handgehaltenen Roboter erreichbaren Geschwindigkeiten bzw. Beschleunigungen ist im Prinzip eine Aufsummierung der Geschwindigkeiten der Störgrößen nötig.

Der größte Einfluss auf die Geschwindigkeit und Beschleunigung geht vom Tremor aus. Es ist daher sinnvoll allein diese Größen für die Spezifizierung der Maschine heranzuziehen. und mit einem Sicherheitsaufschlag zu versehen.

Es wird daher vom handgehaltenen Roboter gefordert, dass dieser an jedem Punkt des Arbeitsraumes und in jeder Raumrichtung Geschwindigkeiten von 200mm/s und Beschleunigungen von 6m/s<sup>2</sup> erreichen können muss.

### 3.5.4 Gewicht

Ein handgehaltener Roboter wird in der Hand des Benutzers geführt und von diesem getragen. Unter ergonomischen Gesichtspunkten ist daher das Gewicht beschränkt. Für die Entwicklung soll das Gewicht spezifiziert werden.

Zur Bestimmung des Maximalgewichts wurden eine Literaturrecherche zur Ermittlung ergonomischer Grundlagen (3.5.4.1) und eine Marktrecherche zur Bestimmung von gängigen Gewichten handgehaltener Maschinen (3.5.4.2) durchgeführt.

#### 3.5.4.1 Ergonomische Aspekte

**3.5.4.1.1 Fragestellung** Es ist das maximal zulässige Gewicht von handgehaltenen elektrisch betriebenen Werkzeugen zu bestimmen.

**3.5.4.1.2 Untersuchungsmaterial und Vorgehensweise** Feggeler et al. [36] untersuchen die Körper- und Handhaltung von Menschen beim Gebrauch verschiedener elektrischer Handwerkzeuge (Bohrmaschine, Stichsäge, Kreissäge, Winkelschleifer, Oberfräse). Die Datenerfassung zur Körperhaltung erfolgte mittels eines Trackingsystems, die der Handhaltung mittels Russchwärzung der Handgriffe und Auswertung der Schwärzung der Hand. Es werden Vorschläge zur Gestaltung von Handgriffen und Gehäuseformen gemacht. Er orientiert sich dabei an der DIN 33411 T4, Körperkräfte des Menschen, in der Gewichte und Körperhaltungen sowie die Arbeitsdauer bei der Benutzung von Handwerkzeugen beschrieben sind [9].

**3.5.4.1.3 Ergebnisse** Tabelle 3.3 fasst die Ergebnisse der Untersuchungen zusammen.

Es kann keine Aussage über das *ideale Gewicht* eines handgehaltenen elektrischen Werkzeugs gemacht werden. Das Gewicht ist abhängig von den Fähigkeiten, der Ausstattung und der Konstruktion des Gerätes. Ein großes Gewicht führt zu schnellerer Ermüdung des Bedieners, ein kleines Gewicht bzw. Trägheitsmoment um die Fräserachse kann zu größeren dynamischen Kräften auf das Hand-Arm-System führen, wenn das Gerät große (Winkel-) Beschleunigungen oder schnelle Kraft/Momenten-Wechsel ausführt.

Die Gewichtskraft eines handgehaltenen Roboters sollte die in der DIN 33411 angegebene maximale Haltekraft im Stand, zweiarmig, Unterarm angewinkelt keinesfalls überschreiten. Feggeler et al. [36] geben an, dass für ein ergonomisches, dauerhaftes Arbeiten Kräfte bis höchstens 15% der Angaben aus der DIN auftreten sollten. es werden *leichte* Geräte bis 2kg, *mittelschwere* Geräte von 2 bis 5kg sowie *schwere* Geräte über 5kg unterschieden [9, 36].



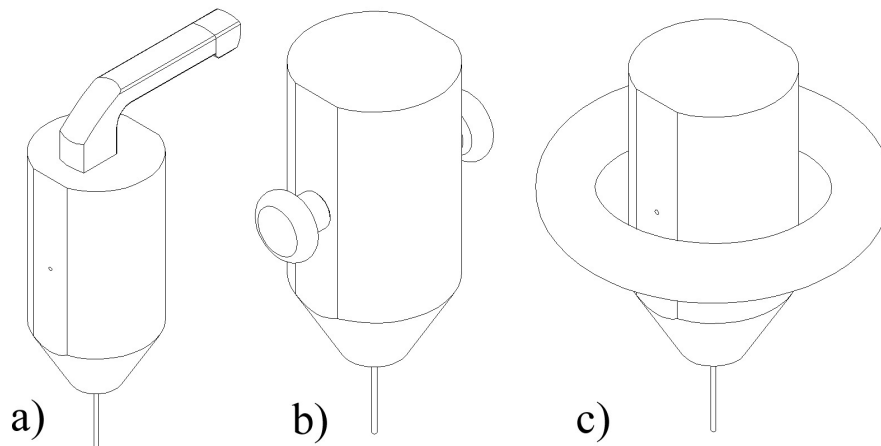


Abbildung 3.4: Mögliche Griffanordnungen. a) zeigt einen möglichen Aufbau des handgehaltenen Roboters mit einem einer Handbohrmaschine entlehnten Griff, der als eher ungünstig einzustufen ist. b) zeigt einen an eine Oberfräse erinnernden Griff, der ergonomisch günstiger ist. c) zeigt eine weitere günstige Griffvariante, die ein leichtes Umgreifen ermöglicht.

### 3.5.4.2 Gewichte elektrischer Handwerkzeuge

**3.5.4.2.1 Fragestellung** Für einen Vergleich soll das Gewicht von Akkuschraubern verschiedener Hersteller ermittelt werden.

**3.5.4.2.2 Untersuchungsmaterial und Vorgehensweise** Untersucht wurden Katalogangaben von Produkten der Firmen Fein (Stuttgart, D) [1], Festool (Esslingen, D) [2], Makita (Anjo, Aichi, Japan) [58] und DeWalt (Baltimore, MD, USA) [54]. Die Ergebnisse der untersuchten Geräte wurden tabellarisch zusammengestellt. Die Auswertung erfolgte mit Excel 2000 (Microsoft Corp., Redmond, WA, USA).

**3.5.4.2.3 Ergebnisse** Es wurden 15 Akkuschrauber untersucht und 12 in die Überlegung mit einbezogen. Die Maschinen wurden in *kleine* und *große* Bauformen eingeteilt. Die erste Gruppe kann Drehmomente bis 20Nm aufbringen, die zweite Drehmomente darüber. Die Einteilung dieser Gruppen erfolgte entsprechend der Serien der Gerätehersteller.

Akkuschrauber in der Drehmomentklasse *0 bis 20Nm* (2 bis 20Nm,  $n = 6$ , Durchschnitt  $13 \pm 6.16Nm$ ) wiegen durchschnittlich  $1.47 \pm 0.27kg$ . Akkuschrauber in der Drehmomentklasse *21Nm und darüber* (21 bis 60Nm,  $n = 6$ , Durchschnitt  $35.7 \pm 12.8Nm$ ) wiegen im Durchschnitt  $2.02 \pm 0.51kg$ .

**3.5.4.2.4 Synopsis** Es ist davon auszugehen, dass ein handgehaltener Roboter *so leicht wie möglich* sein sollte. Ein Gewicht bis etwa 3000g kann nach den Ergebnissen von Feggeler et al. [36] bei günstiger Griffanordnung (ähnlich einer Oberfräse (Abb. 3.4 b), c)) als annehmbar betrachtet werden. Die Lage des Schwerpunktes der Maschine sollte dabei so liegen, dass zum Erreichen der Haupt-Arbeitsposition keine Drehmomente durch den Benutzer aufgebracht werden müssen. Ausgegangen von einer an eine Oberfräse angelehnten Griff-Konfiguration bedeutet dies, dass der Schwerpunkt unterhalb der Verbindungslinie der Handgriffe und in deren Ebene liegen sollte. Bei einer solchen Griffanordnung ist der Haupt-Kraftangriffspunkt ebenfalls unterhalb der Griffebene. Dies führt dazu, dass der Benutzer statische und dynamische Kräfte und Momente aufbringen muss, um das Gerät in der gewünschten Position zu halten. Bei den Überlegungen zur Gestaltung der Maschine muss dafür Sorge getragen werden, dass diese Kräfte und Momente nicht zu einer vorzeitigen Ermüdung des Benutzers führen. Dies kann am ehesten erreicht werden, wenn die bewegten Massen möglichst gering und damit die Massenkräfte möglichst klein gehalten werden. Dazu sind entsprechende Normen zu Vibrationsamplituden und -frequenzen einzuhalten [10].

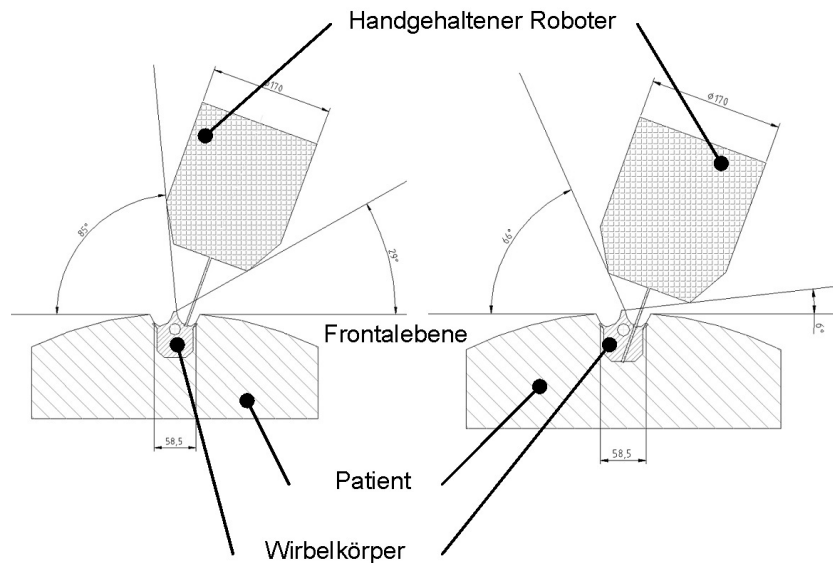


Abbildung 3.5: Schematische Darstellung (Schnitt in der Transversalebene) der Situation am Situs. a) zeigt einen am Eintrittspunkt angesetzten Roboter. b) zeigt einen mit dem Bearbeitungswerkzeug 50mm tief in den Wirbelkörper eingedrungenen Roboter. Der handgehaltene Roboter ist mit 170mm Durchmesser und 100mm Bohrerlänge dargestellt. Für den Zustand a) gilt, dass der Blickwinkel gegen die Frontalebene von lateral  $29^\circ$  und von medial  $85^\circ$  groß ist. Für den Zustand b) gilt entsprechend  $6^\circ$  und  $66^\circ$ .

### 3.5.5 Abmaße

Die Größe und Gestalt des Gehäuses bestimmt die Handhabbarkeit des Gerätes. Besonders der Querschnitt im vorderen Bereich beeinflusst die Sichtbarkeit des Situs. Abb. 3.5 verdeutlicht die Blickwinkelschränkung beim Bohren in einen Wirbelkörper mit einem Roboter mit 170mm Durchmesser und sich verjüngendem Gehäuse.

Für ein prismatisches und rotationssymmetrisches Gehäuse wird angenommen, dass die größte Diagonale kleiner als 250mm sein sollte, wenn eine Sichtbarkeit des Situs aus allen Richtungen senkrecht zur Bohrerachse gewährleistet werden soll. Besonders im vorderen Bereich des Gehäuses sollte dieses möglichst schlank ausgeführt werden. Eine Vergrößerung der Diagonale führt zu einer weiteren Einschränkung der Sicht auf den Situs, wobei die Länge des Gehäuses nahezu beliebig ist.

### 3.5.6 Genauigkeit des Bearbeitungsprozess

Die Genauigkeit des kompletten Bearbeitungsprozesses wird durch die Abweichung der postoperativ gemessenen Ist-Lage von der präoperativ festgelegten Soll-Lage der Pedikelschraube bestimmt. Der Bearbeitungsprozess umfasst alle Schritte der Diagnostik, Bildgebung (Messung), Operationsplanung, Navigation, der robotischen Bearbeitung sowie dem Einsetzen der Schraube.

In einem ersten Schritt soll untersucht werden, welche Fehler bei der Platzierung einer Pedikelschraube aus medizinischer Sicht tolerierbar sind (3.5.6.1). Mit Hilfe dieses Wissens und dem Wissen um die Geometrie eines Pedikels und einer Schraube soll dann die maximal tolerierbare Lage- und Orientierungsabweichung der Schraube bestimmt und in weiter verwertbaren Zahlenwerten formuliert werden (3.5.6.2). Dieser Wert dient als Toleranzintervall für die Gesamtgenauigkeit des Bearbeitungsprozesses. In Abschnitt 3.5.7 soll dieses Toleranzintervall genutzt werden, um die geforderte Genauigkeit des handgehaltenen Roboters zu ermitteln.

#### 3.5.6.1 Platzierung von Pedikelschrauben

**3.5.6.1.1 Fragestellung** Es soll die aus medizinischer Sicht maximal tolerierbare Lage- und Orientierungsabweichung einer Pedikelschraube im Lendenwirbelbereich ermittelt werden.

**3.5.6.1.2 Untersuchungsmaterial und Vorgehensweise** Im Rahmen einer Literaturrecherche wurden die folgenden Arbeiten untersucht.

Arand et al. [7] beschreiben, dass innerhalb ihrer Studie zwei Implantationsverfahren, die CT-basierte Navigation, die die gewünschte Lage der Schraube anhand von CT-Daten bestimmt, und die C-Bogen-basierte Navigation, die auf intraoperativ erstellten Röntgenbildern basiert, verglichen wurden. Implantiert wurden an Patienten 28 Schrauben (CT-Verfahren) bzw. 36 Schrauben (C-Bogen-Verfahren) in die Lendenwirbelsäule. Vergleichend wurden experimentelle Messungen an künstlichen Knochenpräparaten (Sawbones, Malmö, S) durchgeführt (jeweils  $n = 30$ ). Die Bildfassung erfolgte mit einem 4-Spulen-Spiral-CT (MX8000, Marconi, Wiesbaden, D) bzw. mit einem Siremobil ISO-C (Siemens AG, Erlangen, D). Implantiert wurden im Bereich der Lendenwirbelsäule Schrauben mit einem Außendurchmesser von  $6.2\text{mm}$  (Kern:  $5.5\text{mm}$ ). Ausgewertet wurde bei den in-vivo-Messungen die Lage der Schrauben nach dem folgenden Muster: Gruppe A *zentrale Schraubenlage ohne Perforation der Pedikelkortikalis*, Gruppe B *laterale oder mediale sowie kraniale oder kaudale Pedikelperforation geringer als Gewindetiefe*, Gruppe C *Pedikelperforation größer als Gewindetiefe*. Zusätzlich wurden experimentelle Untersuchungen am Präparat durchgeführt. Dabei wurde eine  $3.2\text{mm}$ -Bohrung auf das Zentrum zuvor implantierter  $4\text{mm}$ -Stahlkugeln hin getrieben. Später wurden die Koordinaten des Eintritts- und Austrittspunktes sowie die Koordinaten des Kugelmittelpunktes ermittelt und eine Abweichung von der Soll-Lage ermittelt. Für die Ermittlung der Spezifikationen der handgehaltenen Robotik werden hier nur die Ergebnisse für den Lendenwirbelbereich ausgewertet.

In seiner Dissertation befasst sich Küper [77] mit der Überprüfung der Genauigkeit eines Navigationssystems. Dabei wird die Fehlplatzierung von Pedikelschrauben, die mit Hilfe eines Navigationssystems (VectorVision, Brainlab AG, Heimstetten, D) eingebracht wurden, untersucht. Die Auswertung der Lage der Schrauben erfolgte, indem ein mit dem Navigationssystem erzeugter Screenshot mit einem postoperativ erzeugten CT mit AutoCAD (AutoDesk Inc., San Rafael, CA, USA) korreliert und dann in einer AutoCAD-Zeichnung kalibriert und ausgemessen wurde. Untersucht wurden 180 Schrauben.

Fritsch et al. [38] überprüfen die Lage von Pedikelschrauben, die mit Hilfe eines auf virtueller Fluoroskopie basierenden Navigationssystems (ION, Medtronic, Minneapolis, MN, USA) implantiert wurden. 30 Patienten nahmen an der Studie teil, 160 Schrauben wurden implantiert, 4 verschiedene Operateure führten die Implantationen durch. Bis zu drei Wirbelkörper wurden mit nur einem Markerstern gleichzeitig referenziert. Die Durchmesser der verwendeten Schrauben lagen bei  $5.5$ ,  $6.5$  und  $7.5\text{mm}$ . Die postoperative Kontrolle erfolgte mit dem Bildwandler (Hersteller unbekannt), die Nachuntersuchung mit einem Spiral-CT ( $1.3\text{mm}$  Schichtdicke, Hersteller unbekannt). Die Auswertung erfolgte unabhängig durch zwei Neuroradiologen. Unterschieden wird der Brust- und Lendenbereich der Wirbelsäule. Für die Auswertung wurden neben der Bewertung *ideal platziert*, 4 (Fehl-)Platzierungsgrade definiert:  $0 - 2\text{mm}$  (Grad 1),  $3 - 4\text{mm}$  (Grad 2),  $5 - 6\text{mm}$  (Grad 3) und  $> 6\text{mm}$  (Grad 4).

**3.5.6.1.3 Ergebnisse** Die ideale Lage einer Pedikelschraube ist coaxial mit der Mittellachse des betreffenden Pedikels, ohne Berührung oder gar Perforation der seitlichen Pedikelkortikalis und ohne zu tief nach ventral vorzudringen [7]. Auf diese Weise wird die beste Verankerung der Schraube im Knochen erreicht.

Bei rein manuellen Methoden, ohne computerunterstützte Navigation sind bis zu 40% der implantierten Pedikelschrauben in einer von den Autoren als *abweichend von der idealen Lage* klassifiziert [24, 64, 91]. Tabelle 3.4 gibt eine Übersicht über die Methoden und Ergebnisse der untersuchten Arbeiten.

### 3.5.6.2 Folgerung für die Genauigkeit des Bearbeitungsprozesses

Bei nicht navigierten Pedikelschrauben wird von einer Fehlplatzierungsrate von bis zu 40% berichtet [24, 64, 91]. Zwischen 7% und 11% von navigiert eingebrachten Pedikelschrauben perforieren die Wand des Pedikels [7]. Eine solche Fehlplatzierungsrate sollte ein handgehaltener Roboter mindestens erreichen, wobei hier zunächst nur die Lageabweichung betrachtet und die Winkelabweichung vernachlässigt wird.

Ein Pedikel der Lendenwirbelsäule kann als Zylinder mit durchschnittlich  $14 \pm 3\text{mm}$  Durchmesser und  $50\text{mm}$  Länge aufgefasst werden [77]. Eine Schraube für den Lendenwirbelbereich ist etwa  $6.2\text{mm}$  dick.

Untersuchungs-Gegenstand	Arand et al. [7]	Küper [77]	Fritsch et al. [38]
Ziel	Vergleich von 2 Navigationsmethoden: CT- und C-Bogen-basiert.	Überprüfung der Genauigkeit des verwendeten Navigationssystems.	Überprüfung der Genauigkeit eines Navigationsverfahrens (virtuelle Fluoroskopie).
In-vivo-Versuche	CT-basiert, $n = 28$ : Gruppe A: $n = 24$ (83%); Gruppe B: $n = 2$ (7%); Gruppe C: $n = 2$ (7%), Perforationsbreite $2 - 12mm$ , Austritte aus der Bogenwurzel; C-Bogen, $n = 36$ : Gruppe A: $n = 22$ (61%); Gruppe B: $n = 10$ (28%); Gruppe C: $n = 4$ (11%) Perforationsbreite $2 - 9.5mm$ , Perforation medial	Implantiert: $n = 197$ : Gruppe A und B: $n = 183$ (92.9%); Gruppe C: $n = 14$ (7.1%), Perforationsbreite $2 - 4mm$ 12 Perforationen lateral, 2 medio-caudal bzw. latero-cranial. Ausgewertet: $n = 180$ : Pedikel-Eintrittspunkt-Abweichung: $2 \pm 1.4mm$ . Winkelunterschied zwischen Virtueller- und CT-dokumentierter Schraubenachse: $3.65 \pm 3.2^\circ$	Implantiert (LWS) $n = 106$ : Grad 1: $n = 102$ (96.2%); Grad 2: $n = 2$ (lateral) (1.9%); Grad 3: $n = 2$ (lateral) (1.9%); keine Funktionsstörungen, keine Schraube re-implantiert
Versuche am Präparat	Sawbones CT-basiert, $n = 15$ Gruppe A: $n = 15$ Gruppe B: $n = 0$ Gruppe C: $n = 0$ C-Bogen, $n = 15$ Gruppe A: $n = 15$ Gruppe B: $n = 0$ Gruppe C: $n = 0$ Anmerkung: Bei den thorakalen Wirbeln zeigten sich durchaus Perforationen der Pedikelwände.	Wurden nicht durchgeführt.	Wurden nicht durchgeführt
Zielversuche	CT-basiert, $n = 15$ Abstand Bohrungsachse, Zielkugel $1.8mm$ (max. $3mm$ , min. $0.5mm$ ) C-Bogen, $n = 15$ Abstand Bohrungsachse, Zielkugel $2.0mm$ (max. $3mm$ , min. $1.2mm$ )	Wurden nicht durchgeführt.	Wurden nicht durchgeführt.
Sonstiges, Geometrie	Wurde nicht untersucht.	Ein Pedikel der Lendenwirbelsäule ist durchschnittlich $14 \pm 3mm$ breit. Die Einbringung der Schrauben erfolgt unter einem Winkel von ca. $29 \pm 8.8^\circ$ zur Sagittal-Ebene des Patienten von links und von rechts.	Vergleich mit Literatur nur insofern möglich, als dass mit CT-gestützt navigierten Schrauben verglichen wird. Diese haben geringfügig bessere Fehlplatzierungsraten.

Tabelle 3.4: Vergleich verschiedener Untersuchungsmethoden und –ergebnisse zur Genauigkeit der Platzierung von Pedikelschrauben.

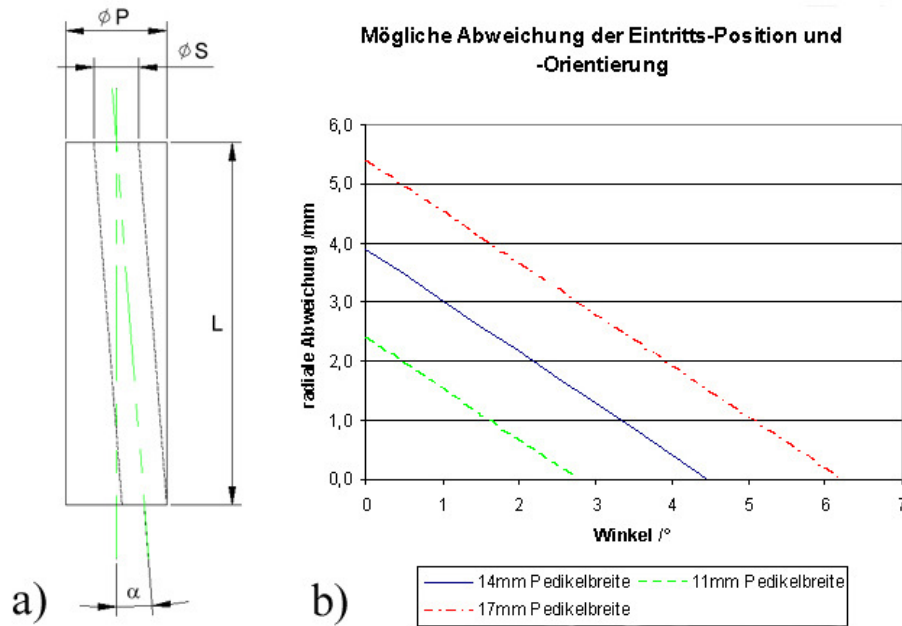


Abbildung 3.6: Abhängigkeit von tolerierbarer radialer Abweichung des Bohrlocheintrittspunktes und der tolerierbaren Winkelabweichung. a) zeigt eine Bohrung ( $\phi S = 6.2\text{mm}$ ) in einem Pedikel ( $P = 14\text{mm}$ ,  $L = 50\text{mm}$ ), die konzentrisch angesetzt wurde und den Winkelfehler aufweist. b) veranschaulicht die Abhängigkeit der Abweichung des Bohrlocheintrittspunktes und der Winkelabweichung. Es gilt, dass bei genauer Parallelität von Schrauben- und Pedikelachse Abweichungen bis  $3.9\text{mm}$  tolerierbar sind. Bei genau getroffener Eintrittsstelle, darf die Schraubenachse bis zu  $4.5^\circ$  von der Pedikelachse abweichen.

Zur Überführung der Genauigkeitsanforderungen in technische Werte wird ein geometrischer Ansatz gewählt, bei dem der durchschnittliche Durchmesser ( $14\text{mm}$ ) und Länge ( $50\text{mm}$ ) eines Pedikels der Lendenwirbelsäule angenommen wird und die maximale Abweichung der Lage der Schraube ( $6.2\text{mm}$ ) von der Mittelachse des Pedikels berechnet wird (Abb. 3.6 a).

Ergebnis dieser Untersuchung ist ein maximaler paralleler Achsversatz von  $\pm 3.9\text{mm}$  bzw. eine maximale Winkelabweichung bei Eintritt in den Pedikel in dessen Mittelachse von  $\pm 4.5^\circ$  (Abb. 3.4 b)). Für eine  $6.2\text{mm}$ -Schraube in einem  $11\text{mm}$ -Pedikel ergibt sich eine max. Winkelabweichung von  $\pm 3.0^\circ$  und eine max. Lageabweichung von  $2.4\text{mm}$ . Analog gilt für eine solche Schraube in einem  $17\text{mm}$ -Pedikel  $\pm 6^\circ$  und  $\pm 5.4\text{mm}$ .

Zum Vergleich sei hier aufgeführt, dass ein analoger Ansatz zur Ermittlung von Zahlenwerten aus medizinischen Vorgaben inzwischen von Ortmaier et al. [99] vorgestellt wurde. Die Autoren kommen dabei auf vergleichbare Werte. Außerdem fordern auch Rösler et al. eine Genauigkeit von  $\pm 10\text{mm}$  bei der Positionierung von Hüftendoprothesen. Innerhalb dieses Intervalls treten keine frühzeitigen Ausfallerscheinungen des Gelenks auf [127]. Für die Form- und Maßabweichungen der Bohrung gilt, dass diese nicht größer als 10% des Schraubendurchmessers sein sollten, um noch genügend Haltbarkeit zu gewährleisten [37].

### 3.5.7 Genauigkeit eines handgehaltenen Roboters

Die geforderte Genauigkeit des handgehaltenen Roboters soll mit zwei unterschiedlichen Ansätzen näher bestimmt werden. Als Genauigkeit wird hier die Standardabweichung einer Messung oder Bearbeitung betrachtet. Letztlich soll das Gesamtsystem –wenn möglich– so genau arbeiten, dass das Toleranzintervall größer als die 6-fache Standardabweichung des Gesamt-Prozesses ist.

Zum einen ist die erreichbare Genauigkeit des gesamten Bearbeitungsprozess von allen Gliedern der Genauigkeitskette abhängig. Ist die Genauigkeit ihrer Glieder bis auf die des handgehaltenen Roboters sowie zusätzlich die geforderte Gesamtgenauigkeit bekannt, kann die minimal nötige Genauigkeit des handgehaltenen Roboters bestimmt werden (3.5.7.1). Zum anderen kann die geforderte Genauigkeit des handgehaltenen Roboters über einen Vergleich mit anderen, ähnlich arbeitenden Systemen ermittelt werden (3.5.7.2).

Nr.	Benennung	Beschreibung Subsystem	Einzel-Genauigkeit
1	CT-Scan, Rekonstruktion	Mit dem ersten CT-Scan wird die Datenbasis für die weitere Planung der Implantatlage sowie die Trajektorie des Roboters geschaffen. Verzerrungen und Unschärfen des Bildes beeinflussen die weiteren Schritte.	Die Auflösung aktueller CT-Scanner liegt bei $0.4mm$ . Bei der Bestimmung von Lage und Größe eines Objektes kann nach dem Shannon-Theorem [74, 138, 173] von einer Messgenauigkeit von $0.8mm$ ausgegangen werden. $\sigma_{CT,praeop} = \frac{0.8mm}{6} = 0.13mm$
2	Planung der Implantatlage	Die Planung der Implantatlage besteht aus der Bestimmung der Pedikelachse über vier Randpunkte und eine Linie durch die Mittelpunkte der Verbindungslinie jeweils zweier gegenüber liegender Randpunkte.	Im günstigsten Fall lassen sich die Randpunkte auf einen Bildschirm-Pixel genau bestimmen. Die Genauigkeit ist abhängig vom Vergrößerungsfaktor der Darstellung [134]. Die Genauigkeit der Planung wird mit $0.4mm$ (doppelte CT-Genauigkeit) angenommen. $\sigma_{Planung} = \frac{0.4mm}{6} = 0.067mm$
3	Registrierung (Matching)	Die Registrierung erfolgt mit einem Surface-Matching-Verfahren, das die reale Knochenoberfläche mit der des virtuellen Modells abgleicht.	Die Genauigkeit ist abhängig von dem Schwellwert, der zur Knochenbestimmung im CT angenommen wurde [82, 171, 188] und wird mit $1.0mm$ angenommen. $\sigma_{Registrierung} = \frac{1mm}{6} = 0.167mm$
4	Tracking des Referenzsternes	Die Lage und Orientierung des Referenzsternes am Knochen wird mit Hilfe eines optischen Trackingsystems bestimmt.	Die Genauigkeit des Trackingsystems (Referenzsystem) wird mit $0.1mm$ pro Marker-LED angegeben. Diese Genauigkeit wird für den kompletten Stern und für alle auftretenden Geschwindigkeiten angenommen [57]. $\sigma_{TrackingI} = \frac{0.1mm}{6} = 0.0167mm$
5	Tracking des Roboters	Die Lage und Orientierung des Referenzsternes am handgehaltenen Roboter wird mit Hilfe eines optischen Trackingsystems bestimmt.	siehe 4. $\sigma_{TrackingII} = \frac{0.1mm}{6} = 0.0167mm$
6	Genauigkeit des Roboters	Der Roboter bohrt ein Loch mit einer bestimmten Orientierung an einem bestimmten Eintrittspunkt in den Knochen. Lage und Orientierung der Lochachse werden betrachtet.	Die Genauigkeit ist zu spezifizieren. $\sigma_{ITD}$
7	Implantation der Schraube	Die Schraube wird üblicherweise von Hand in das vorgebohrte Loch geschraubt. Die Schraube wird der Bohrung weitgehend folgen.	Die Genauigkeit dieses Arbeitsschrittes wird ignoriert. $\sigma_{Schraube}$
8	CT-Scan, Rekonstruktion	Mit dem CT-Scan am Ende der Genauigkeitskette wird die Abweichung der geplanten von der realen Lage der Schraube gemessen.	Siehe oben: $0.8mm$ $\sigma_{CT,postop} = \frac{0.8mm}{6} = 0.13mm$

Tabelle 3.5: Genauigkeitskette für den Prozess der handgehaltenen Robotik

### 3.5.7.1 Untersuchung der Genauigkeitskette

**3.5.7.1.1 Fragestellung** Gesucht ist die zur Einhaltung des in Abschnitt 3.5.6 formulierten Toleranzintervalls des kompletten Bearbeitungsprozesses nötige Genauigkeit der Maschine.

**3.5.7.1.2 Untersuchungsmaterial und Vorgehensweise** Die Glieder der Genauigkeitskette sind in der Prozessanalyse (Abschnitt 2.4, Tabelle 2.1) identifiziert. Mit Hilfe von Herstellerangaben und einer Literaturrecherche werden die Standardabweichungen der einzelnen Glieder bestimmt. Wenn nicht anders erwähnt, wird davon ausgegangen, dass erhobene Größen  $\pm\sigma$ -Werte sind. Die Addition der Unsicherheiten erfolgt entsprechend der in der DIN 13005 bzw. dem GUM-Dokument [31] beschriebenen Form mit der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung.

**3.5.7.1.3 Ergebnisse** Abb. 3.7 verdeutlicht die Genauigkeitskette. Diese führt zunächst vom initialen CT-Scan und dessen Bildrekonstruktion zur Planung der Implantatlage. Hier wird die Lage der Schraube(n) festgelegt. Der zweite Teil der Kette beinhaltet die Registrierung des Knochens, d.h. den Abgleich von realer Welt und virtuellem Modell des Knochens. Die Kette führt weiter über das Tracking des Referenzsternes am Knochen und dem entsprechenden Pendant am handgehaltenen Roboter bis hin zu dessen Bohrgenauigkeit und der Implantierung der Schraube durch den Operateur. Der letzte Teil der Genauigkeitskette besteht aus einem CT-Scan, mit dem die Genauigkeit des Implantationsprozess überprüft werden soll. Tabelle 3.5 zählt die Subsysteme und ihre Einzel-Genauigkeiten auf.

Die Gesamt-Unsicherheit der Kette ist die Wurzel der Summe der Quadrate der Einzel-Unsicherheiten

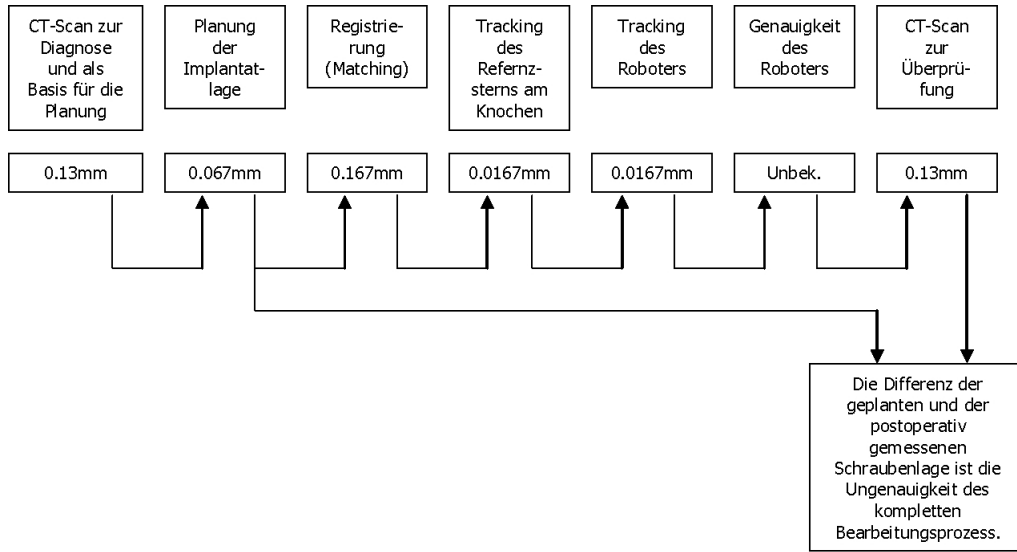


Abbildung 3.7: Darstellung der Genauigkeitskette von Operationen mit handgehaltenen Robotern zur Ermittlung der Genauigkeit des handgehaltenen Roboters. Die Zahlenwerte entsprechen der dreifachen Standardabweichung  $\sigma$ .

der Subsysteme.

$$\sigma_{ges}^2 = \sum_i \sigma_i^2 \quad (3.5)$$

Dabei gilt, dass die 6-fache Standardabweichung des Gesamt-Prozesses kleiner sein muss als der Toleranzintervall. Diese liegt nach der in Abschnitt 3.5.6 beschriebenen Überlegung bei  $\pm 3.9mm$ , wenn davon ausgegangen wird, dass keine Winkelabweichung des Bohrlochs vorliegt.

$$6\sigma_{ges} \leq T = 2 \cdot 3.9mm \quad (3.6)$$

$$\sigma_{ges} \leq 1.3mm \quad (3.7)$$

Diese kann nach der unbekannten, bzw. zu spezifizierenden Positionierungsunsicherheit des handgehaltenen Roboters aufgelöst werden. Es führt somit zu

$$\sigma_{ITD} = \sqrt{\sigma_{ges}^2 - (\sigma_{CT,praeop}^2 + \sigma_{Planung}^2 + \sigma_{Registrierung}^2 + \sigma_{Tracking1}^2 + \sigma_{Tracking2}^2 + \sigma_{CT,postop}^2)} \quad (3.8)$$

$$\sigma_{ITD} = \sqrt{1.3^2 - (0.13^2 + 0.067^2 + 0.167^2 + 0.0167^2 + 0.0167^2 + 0.13^2)} = 1.27mm \quad (3.9)$$

Wenn der handgehaltene Roboter mit einer Positionsunsicherheit von  $\pm 1.27mm$  arbeitet, wird die Spezifikation, dass eine Pedikelschraube in einem Toleranzintervall von  $\pm 3.9mm$  Breite (Abschnitt 3.5.6) gesetzt werden soll, noch mit Wahrscheinlichkeit erfüllt, die  $6\sigma$  entspricht. Wird von der Situation ausgegangen, dass der Pedikel einen Durchmesser von  $11mm$  hat (durchschnittlicher Durchmesser:  $14 \pm 3mm$  folgt, dass der Toleranzintervall  $\pm 2.4mm$  breit ist und die maximale Positionierungsungenauigkeit des handgehaltenen Roboters bei  $0.76mm$  liegen darf.

Die Überlegungen beziehen sich auf die Genauigkeit, mit der der Eintrittspunkt der Bohrung auf dem Knochen getroffen wird. Für die Genauigkeit, mit der die Richtung der Werkzeugachse mit der Achse der geplanten Bohrung übereinstimmt, gilt, dass die tolerierbare Winkelabweichung immer kleiner wird, je weiter der Bohrvorgang abgeschlossen ist.

**3.5.7.1.4 Diskussion** Der ermittelte Zahlenwert für die tolerierbare Positionierungsunsicherheit des handgehaltenen Roboters soll mit Literaturwerten verglichen werden. Dazu werden Teile der Genauigkeitskette diskutiert sowie vergleichbare Arbeiten untersucht.

Die Genauigkeit eines CT-Scans und der Rekonstruktion der Bilddaten zur Darstellung in beliebigen Schnittebenen ist abhängig von einer Reihe von Effekten wie dem Scanprotokoll, den

Artefakten und den gewählten Schwellwerten [40]. Eine genaue Aussage ist kaum zu treffen, da Herstellerangaben oft überaus positiv sind und wissenschaftliche Arbeiten sich auf eine sehr präzise beschriebene Situation beziehen, die nicht zwangsläufig mit der übereinstimmt, die beim Einsatz des handgehaltenen Roboters vorliegt. Die Aussage, dass der CT-Scan eine Genauigkeit von  $0.8\text{mm}$  erreicht, bedeutet, dass Strukturen, die kleiner sind als diese Größe nicht mehr eindeutig voneinander unterscheidbar sind.

Die Genauigkeit der Planung der Schraubenlage ist nur abzuschätzen. Die Definition einer Mittellinie in einer röhrenförmigen Knochenstruktur erfolgt üblicherweise mit einem Verfahren, welches das Finden von vier Punkten auf dem Rand der Darstellung der Knochenstruktur beinhaltet. Die Definition dieser Punkte erfolgt durch den Bediener und wird durch zwei Größen beschränkt. Zum einen ist die Darstellung des Knochenrandes durch die Digitalisierung treppenförmig, d.h. der Bediener interpoliert selbst eine Randlinie. Zum anderen ist der Knochen vom umliegenden Gewebe nicht scharf abgegrenzt, sondern es existiert eine schmale Übergangszone. Der Schwellwert (Grauwert), ab dem der Benutzer davon ausgeht, dass die Darstellung von Knochen vorliegt, ist also unscharf. Das Vergrößern der Bilddarstellung am Bildschirm hat einen positiven Einfluss auf die Genauigkeit, mit der die Punkte auf der Darstellung des Knochens gefunden werden [134]. Der geschätzte Wert der Genauigkeit von  $0.4\text{mm}$ , der doppelten Genauigkeit der CT-Darstellung beruht auf der Annahme, dass das Interpolieren der Randlinie durch den Benutzer und die vergrößerte Darstellung die Ablesegenauigkeit gegenüber den CT-Daten so stark verbessert, dass der Einfluss der nicht absolut zu bestimmenden und unscharfen Knochengrenze mehr als ausgeglichen werden kann. Eine weitere Verbesserung dieses Wertes durch Softwareunterstützung ist unter Umständen möglich. Ungenauigkeit der Darstellung der Schraube im Bild wird vernachlässigt, da davon auszugehen ist, dass die Abweichungen der realen Schraube und ihre Fertigungstoleranz von den schematischen Daten, die für die Planung vorliegen, marginal sind. Für die Betrachtung wird jedoch angenommen, dass die Kalibrierung der CT-Daten korrekt verlaufen ist. Alternative Planungsverfahren unterliegen den selben Restriktionen [162].

Die Genauigkeit des Surface-Matching ist von zwei Faktoren abhängig. Der Schwellwert, mit dem im CT die Präsenz von Knochen definiert wird, legt fest, wo die Oberfläche des virtuellen Knochenmodells verläuft. Die Kraft, mit der der Chirurg die Tasterspitze bei der Abtastung der Oberfläche auf den Knochen drückt, legt fest, wo die reale Knochenoberfläche liegt. Eine Studie, welche die Qualität eines Laser-Scanner-Verfahrens gegenüber am Kiefer montierten Markern, deren Position mittels CT-Scan bestimmt wurde, vergleicht, kommt auf eine Genauigkeit von  $0.9 \pm 0.2\text{mm}$  [82]. Ähnliche Ergebnisse berichten auch Zwickl et al. mit  $1.2\text{mm}$  Genauigkeit [188]. Hier ist jedoch zu beachten, dass das Laser-Scannen einer Oberfläche keine Verformung dieser nach sich zieht und dass die Segmentierung der Haut-Oberfläche aus dem CT-Scan recht einfach ist, da ein scharfer Gewebe-Luft-Übergang vorliegt. Beide Systeme verwenden eine Stereokamera vom Typ *Polaris* (NDI, Waterloo, Ontario, Kanada), für die der Hersteller eine RMS-Genauigkeit von  $0.35\text{mm}$  angibt. Experimentell wird die Genauigkeit der Kamera beim Antasten von Punkten auf der Knochenoberfläche mit  $0.5\text{mm}$  angegeben [75]. Bei beiden Angaben sind auch die Genauigkeit des CT-Scans und die des Laserscanners bereits enthalten.

Bei der Qualitätsanalyse des Knochen-Oberflächen-Matchings stellt sich heraus, dass die Ungenauigkeiten, die durch die Artefakte von Metall-Pins, die als Referenz verwendet werden sollen, im CT-Scan eine so große Ungenauigkeit entsteht, dass keine Aussage über die Genauigkeit des Oberflächen-Matchings als solchem zu machen ist [171]. Auch bei einer solchen Untersuchung ist die Genauigkeit des CT-Scans und der Stereokamera schon im Prozess enthalten. Für ein experimentelles, Pin-basiertes Navigationssystem, das ebenfalls eine *Polaris*-Kamera involviert, liegt eine Gesamtprozess-Genauigkeitsangabe von  $0.98 \pm 0.76\text{mm}$  vor [66]. Für den eigentlichen Iterative Closest-Point-Algorithm wird für ein Experiment im medizinischen Umfeld von Viceconti [163] eine Genauigkeitsangabe von  $0.19\text{mm} \pm 0.17\text{mm}$  bzw.  $0.11^\circ \pm 0.11^\circ$  genannt.

Es scheint also angebracht, als worst-case Genauigkeit für die Registrierung einen Wert von  $1.0\text{mm}$  anzunehmen. Dieser beinhaltet neben der eigentlichen Genauigkeit des Registriervorgangs auch die der Stereokamera, dem Referenzsystem und dem CT-Scan, sodass diese in der Genauigkeitskette also indirekt mehrfach aufgeführt sind.

Die Genauigkeit des Trackings wird mit  $\pm 0.1\text{mm}$  pro Marker angenommen. Diese Angabe ist eine Herstellerangabe [57] des derzeit verwendeten Trackingsystems (Metris AG, Leuven, Belgien). Das MOSCOT-Trackingsystem [73], welches innerhalb des ITD-Projekts verwendet wird, erreicht diese Genauigkeit bisher nicht. Es wird der Einfachheit halber davon ausgegangen, dass die Marker-Genauigkeitsangabe eines Trackingsystems auch für die Referenzsterne und die spezifizierte



Geschwindigkeit von  $0.2m/s$  (Abschnitt 3.5.3) gilt.

Die Implantation der Schraube selbst ist mit einer gewissen Unsicherheit behaftet, die jedoch nicht bestimmt werden konnte. Schlenzka [130] beschreibt, dass es möglich ist, dass –obwohl das vorgebohrte Loch (Durchmesser  $3.8mm$ ) korrekt im Pedikel zu liegen scheint– die Gewindegänge einer Schraube (Durchmesser  $6.0 - 6.7mm$ ) die Pedikelwand perforieren können. Die Formgenauigkeit des Bohrlochs wird hierbei nicht betrachtet. Die Schraube wird der Hauptachse des Lochs folgen, jedoch von den Inhomogenitäten des Knochenmaterials abgelenkt werden.

Die betrachtete Genauigkeitskette beginnt zunächst beim initialen CT-Scan, dessen Bilddaten als Basis für Planung und Navigation dienen. Zur Überprüfung der Arbeit dient am Ende der Kette ein erneuter CT-Scan. Der Soll-Ist-Vergleich, dessen Ergebnis letztendlich die Genauigkeit darstellt, bezieht sich auf die geplante Schraubenlage.

Schlenzka [130] berichtet, dass die Genauigkeit der Kette Präoperatives CT, Planung, Surface Matching, Navigation und *mechanische Ungenauigkeiten* sowie postoperatives Röntgenbild in seinen Untersuchungen  $1.74mm$  beträgt.

Die hier vorgestellte Überlegung kommt für eine vergleichbare Kette auf einen Wert von  $1.57mm$ . Dies bedeutet, dass die verschiedenen Annahmen und Überlegungen in etwa mit denen aus der Literatur übereinstimmen.

### 3.5.7.2 Vergleich mit ähnlich arbeitenden medizinischen Robotersystemen

**3.5.7.2.1 Fragestellung** Es soll die Genauigkeit bestimmt werden, mit der die kommerziell erhältlichen orthopädischen Robotersysteme ROBODOC [156] und CASPAR [101] eine Kavität fräsen können.

**3.5.7.2.2 Untersuchungsmaterial und Vorgehensweise** Mit Hilfe einer Literaturrecherche wird untersucht, wie genau bekannte Robotersysteme arbeiten können. Dabei wurden die folgenden Arbeiten identifiziert:

Thomsen, Aldinger und Kollegen [157] untersuchen die Rotationsstabilität von fünf verschiedenen Prothesentypen (je  $n = 7$ ) in Kunstknochen. Die Fräsungen wurden mit CASPAR bzw. ROBODOC (je nach Prothesensystem) ausgeführt. Zusätzlich wird der Füllgrad der Kavität durch ein Abdruck-Färbe-Verfahren ermittelt. Die mit den Robotern durchgeführten Fräsungen wurden mit händischen Implantationen verglichen.

Prymka und Kollegen [118] untersuchten den Füllgrad der Kavität nach Implantation der Prothese sowie die Breite der Spalte zwischen den Prothesen und der Kavitätswand. Es werden der Operationsroboter CASPAR ( $n = 5$ ) sowie eine Kontrollgruppe mit händischer Implantation untersucht.

Schneider und Kalender [131] untersuchen für ROBODOC und CASPAR über den kompletten Bearbeitungsprozess die Positionsabweichung der in einen künstlichen Knochen ( $n$  unbekannt) implantierten Prothese. Sie bemerken, dass akzeptierbare Genauigkeitsanforderungen für diese Roboter ihrer Ansicht nach nicht existieren.

Nishihara und Kollegen [93] untersuchen die Genauigkeit von ROBODOC anhand des Füllgrades der Kavität durch das Implantat bei 75 Patienten einen Monat postoperativ.

Honl et al. [51] untersuchen 154 Patienten, die randomisiert entweder mit ROBODOC ( $n = 74$ ) oder händisch ( $n = 80$ ) operiert wurden hinsichtlich des Beinlängenunterschieds (Nachsetzen der Prothese unter Belastung) und des Winkelunterschieds zwischen präoperativer Planung und Operationsergebnis. Die Untersuchungen erfolgten 3, 6, 12 und 24 Monate postoperativ.

**3.5.7.2.3 Ergebnisse** Wird die Implantation von künstlichen Hüftgelenken mit einem der bekannten orthopädischen Operationsroboter ROBODOC und CASPAR durchgeführt, weicht die Lage bzw. Orientierung der Prothese postoperativ zwischen  $\pm 0.5$  und  $\pm 1.8mm$  bzw.  $\pm 0.3$  und  $\pm 1^\circ$  von der präoperativ geplanten Lage ab. Tabelle 3.6 gibt einen Überblick über die Ergebnisse aus der Literatur.

**3.5.7.2.4 Diskussion** Die Genauigkeitsuntersuchung von orthopädischen Robotern wird von zwei unterschiedlichen Fragestellungen beeinflusst. Thomsen [157] und Honl [51] interessieren sich für medizinische Fragestellungen wie die Rotationsstabilität oder den Beinlängenunterschied. Absolute Zahlenwerte für die Implantationsgenauigkeit sind hier weniger wichtig, es wird das Verhalten der Prothese unter physiologischer Belastung ermittelt. Schneider und Kalender [131], Prymka

Untersuchungs-Gegenstand	Thomsen, Aldinger et al. [157]	Prymka et al. [118]	Schneider und Kalender [131]	Nishihara et al. [93]	Honl et al. [51]
Untersuchungs-material	Künstliche Femora, 5 verschiedene Prothesentypen, je $n = 7$	Leichenfemora ( $n=5$ )	Künstlicher Knochen (Femur und Becken), $n=?$	Patienten ( $n=75$ ), 1 Monat postoperativ	Patienten ( $n = 154$ , davon $n = 74$ mit Roboter)
Untersuchter Roboter	CASPAR, ROBODOC	CASPAR	CASPAR, ROBODOC	ROBODOC	ROBODOC
Untersuchungsziel	Rotationsstabilität, Füllgrad	Füllgrad der Kavität, Spaltgröße	Genauigkeit bei der Implantation eines künstlichen Hüftgelenkes	Genauigkeit der Achsausrichtung, Füllgrad der Kavität	Vergleich zwischen robotisch und händisch eingebrachter Prothese.
Lageabweichung	Wurde nicht untersucht.	Wurde nicht untersucht.	$\pm 0.5mm$ in den „kritischen Richtungen“	Wurde nicht untersucht.	postoperativer Beinlängenunterschied: $\pm 1.8mm$
Winkelabweichung	Abhängig von der Belastungskraft	Wurde nicht untersucht.	$\pm 0.3^\circ$ in den „kritischen Richtungen“	$\pm 1^\circ$ in mediolateraler und anteroposterior Richtung	$\pm 0.34^\circ$
Füllgrad der Kavität	Abhängig vom Prothesentyp und der Fräsbahn. Keine Zahlenwerte vorhanden	Füllgrad 93.2% $\pm 5\%$ , Spalthöhe: $0.2 \pm 0.1mm$	Wurde nicht untersucht.	besser 95%, kein Spalt breiter als $1mm$ .	Wurde nicht untersucht.

Tabelle 3.6: Ergebnisse zur Genauigkeitsuntersuchung von orthopädischen Medizinrobotern. Bei robotisch implantierten Hüftprothesen weicht die Lage der Prothese postoperativ zwischen  $\pm 0.5$  [131] und  $\pm 1.8mm$  [51] bzw.  $\pm 0.3$  [131] und  $\pm 1^\circ$  [93] von der präoperativen Planung ab.

[118] bzw. Nishihara et al. [93] betrachten das Ergebnis von Roboterfräsungen geometrisch und beziehen dabei den kompletten Bearbeitungsvorgang inkl. der prä- und postoperativen Bildgebung sowie der intraoperativen Messungen mit ein. Es erscheint daher schwierig eine absolute Aussage über die Genauigkeit der Roboter selbst zu machen. Hersteller-nahe Studien geben die Genauigkeit von Robodoc mit  $\pm 0.1 mm$  an [149]. Dieser Wert erscheint realistisch für die Genauigkeit, die ein entsprechender Roboter unter Laborbedingungen als Wiederholgenauigkeit erreichen kann. Wie die genannten Untersuchungen von Schneider und Kalender [131] sowie von Prymka et al. [118] zeigen, sind diese Werte im OP nicht reproduzierbar.

**3.5.7.2.5 Synopsis** Es erscheint sinnvoll, für den handgehaltenen Roboter eine Genauigkeit zu fordern, wie sie von den bekannten orthopädischen Robotersystemen erreicht wird. Für den Gesamtprozess bedeutet dies, dass der handgehaltene Roboter in der endgültigen Ausführung eine Pedikelschraube mit  $\pm 0.5mm$  Lageabweichung und  $\pm 1^\circ$  Abweichung in der Orientierung einbringen können sollte. Die Rechnung in Gl. 3.9 hat eine tolerierbare Positionierungsabweichung von  $\pm 1.27mm$  erbracht. Dieser Wert bezieht sich jedoch auf einen durchschnittlichen Pedikel und bei seiner Ermittlung wurde die Winkelabweichung vernachlässigt.

Es wird daher gefordert, dass der handgehaltene Roboter den *TCP* mit  $6\sigma$ -Wahrscheinlichkeit in einer Kugel um den geplanten Punkt im Patientenkoordinatensystem mit  $1mm$  Durchmesser hält. Entsprechend darf die Werkzeugachse nicht mehr als  $1^\circ$  von der geplanten Achse abweichen. Diese Definition gilt unter der Voraussetzung, dass der handgehaltene Roboter ein allseitig schneidendes Fräswerkzeug trägt, da es sonst zu großen Querkräften auf den Werkzeugschaft oder zu einem Abreißen der Magnetkupplung des Roboters kommen kann.

### 3.5.8 Anforderungen an die externe Sensorik

Alle Bewegungen, die der handgehaltene Roboter zur Realisierung der programmierten Trajektorie und zur Stabilisierung des Werkzeuges vornehmen muss, müssen innerhalb des vom Trackingsystem zur Verfügung gestellten Arbeitsvolumen (3.5.8.1) durchgeführt werden. Dieses Volumen sollte also einen bestimmten Bereich um die Trajektorie im Patientenkoordinatensystem abdecken. Das Trackingsystem selbst muss Anforderungen an Genauigkeit (3.5.8.2), Messfrequenz (3.5.8.3) und Latenz (3.5.8.4) erfüllen, die unten bestimmt werden. Für die technische Realisierung und die Regelung sind zusätzlich die Ausformung der Marker (3.5.8.5), die Richtung des Gewichtskraftvektors (3.5.8.6) sowie die Synchronisation mit dem Steuerungssystem (3.5.8.7) interessant.

### 3.5.8.1 Trackingvolumen

Das Trackingvolumen wird als Zylinder, dessen senkrechte Mittelachse durch den Eintrittspunkt der Bohrung in den Pedikel liegt, wenn der Patient sich in einer angenommenen Norm-Lage im OP befindet, definiert. Es setzt sich aus dem eigentlichen Arbeitsraum des handgehaltenen Roboters, einem Zuschlag damit der Roboter im Seek-Modus (Betriebsmodi: siehe Abschnitt 3.5.12.3) bereits ein Tracking-Signal erhält, einem Zuschlag für Patientenbewegungen und einem Zuschlag für die Tatsache, dass das Trackingvolumen fest im OP-Saal liegt, der Patient jedoch umpositioniert werden kann, zusammen. Das Trackingvolumen wird somit als Zylinder mit einem Radius, der der obigen Überlegung entspricht sowie einer Höhe, entsprechend der Länge der Frästrajektorie mit den genannten Zuschlägen, definiert. Für den konkreten Fall der Pedikelverschraubung wird davon ausgegangen, dass die Trajektorie eine Strecke mit  $50mm$  Länge vertikal im Raum ist. Für das Trackingvolumen gilt also unter der Berücksichtigung folgender Zuschläge:

- Zuschlag für Seek-Modus:  $150mm$
- Zuschlag für Patientenbewegung:  $100mm$
- Zuschlag für Patientenpositionierung:  $250mm$

$$V_T = r_z^2 \pi \cdot h_z = \left( \frac{55}{2} + 150 + 100 + 250 \right)^2 \pi \cdot (50 + 43 + 150 + 100 + 250) = 527.5^2 \pi \cdot 593 = 0.52m^3 \quad (3.10)$$

Das Trackingvolumen  $V_T$  entspricht also einem Zylinder von etwa einem Meter Durchmesser und einem halben Meter Höhe.

### 3.5.8.2 Genauigkeit

Die Messgenauigkeit des Trackingsystems geht mehrfach in die Gesamtgenauigkeit des Bearbeitungsprozesses ein (Abschnitt 3.5.7.2). In der dort durchgeführten Untersuchung der Genauigkeitskette wird in der Betrachtung von einer RMS-Genauigkeit der Positionsbestimmung der Marker von  $0.1mm$  ausgegangen. Für das Trackingsystem des handgehaltenen Roboters wird daher eine Genauigkeit von mindestens  $0.1mm$  pro Marker gefordert. Diese Genauigkeit muss auch bei der maximal vom System zu realisierenden Geschwindigkeit von  $200mm/s$  (Abschnitt 3.5.3) noch erreicht werden. Zu berücksichtigen ist, dass bei einer Belichtungszeit von  $1ms$  ein Marker sich bereits bis zu  $0.2mm$  verschieben kann.

### 3.5.8.3 Abtastfrequenz

Die größte, für die Stabilisierung relevante Frequenz einer (als sinusförmig angenommenen) Störgröße, liegt bei  $12Hz$  (siehe Abschnitte , 3.5.3 und 3.5.10). Gemäß dem Shannon-Theorem [74, 138, 173] muss nun, ideale Tiefpassfilterung vorausgesetzt, die Abtastrate bei  $24Hz$  liegen. In der digitalen Regelungstechnik werden üblicherweise Abtastraten gewählt, die etwa 4- bis 5-mal höher liegen [13]. Zu beachten ist, dass die Abtastfrequenz nicht beliebig erhöht werden kann, da die Belichtungszeit der Sensoren nicht beliebig verringert werden kann. Zusätzlich limitiert die Signalverarbeitungsgeschwindigkeit die Abtastrate. Für das Trackingsystem wird daher eine Abtastfrequenz von mindestens  $100Hz$  gefordert.

### 3.5.8.4 Latenz

Die Belichtungszeit und Signalverarbeitungs- und Übertragungsdauer des Trackingsystems bestimmt die Zeitverzögerung, mit der die Trackingdaten der Steuerung des handgehaltenen Roboters zur Verfügung stehen. Diese Latenz fehlt der Ausregelung der Störungen und führt zu einer Verringerung der Phasenreserve der Regelkreise. Die Phasendrehung, die als noch tolerierbar angesehen wird, liegt bei  $15^\circ$  [13]. Für die  $12Hz$ -Schwingung bedeutet dies, dass etwa  $3.5ms$  Latenz nicht überschritten werden dürfen. Arbeiten am Lehrstuhl für Automation der Universität Mannheim zeigen, dass ein Trackingsystem mit  $1ms$  Latenz für Ungenauigkeiten des handgehaltenen Roboters von etwa  $0.3mm$  verantwortlich ist [164]. Wird angenommen, dass sich die geforderte Gesamtgenauigkeit des handgehaltenen Roboters von  $1.0mm$  zu gleichen Teilen auf Tracking, Mechanik/interne Sensorik und Regelung verteilt, so gilt, dass von Seiten der Regelung, deren Genauigkeit vor allem

vom Tracking abhängt, eine Latenz für das Tracking von 1ms benötigt wird. Dieser Wert soll als Anforderung für das Tracking spezifiziert werden. Die Änderung der Latenz, der Jitter, sollte nicht größer sein als 10% der Latenz [163].

#### 3.5.8.5 Marker

Das Trackingsystem benötigt Markierungen an den Gegenständen, deren Position und Orientierung im Raum bestimmt werden soll. Für jeden starren Körper werden mindestens drei Punkte benötigt, die zu Markersternen zusammengefasst werden. Für den handgehaltenen Roboter werden mindestens zwei solcher Sterne, einer am Knochen und einer am Gerät selbst, benötigt. Mit einem dritten Stern kann ein Pointer versehen werden, der für die Registrierung (Abschnitt 2.4.1.4) verwendet wird. Es ist während des gesamten Prozesses nicht nötig, dass Pointer und Roboter gleichzeitig getrackt werden können.

Je nach Anordnung der Kameras und Markerpunkte, dem Winkel unter dem diese sichtbar sind sowie dem Grad der Redundanz, der erreicht werden soll, erhöht sich die Anzahl der nötigen Markerpunkte pro Stern. Am handgehaltenen Roboter müssen die Markerpunkte so angebracht sein, dass sie sich möglichst weit verteilt am Gehäuse befinden, jedoch auch so, dass sie nicht vom Bediener oder vom Gehäuse selbst verschattet werden. Es sind daher sechs Marker am Roboter so vorzusehen, dass immer mindestens drei sichtbar bleiben und diese den Kameras nicht in einer Linie erscheinen.

Die Markerpunkte an den am Knochen montierten Sternen müssen sterilisierbar sein, da diese im Situs angebracht sind. Auch die Marker am Gehäuse des handgehaltenen Roboters sind aus diesem Grund sterilisierbar zu gestalten. Für die Marker am Patienten ist es günstig, wenn diese *passiv* sind, d.h. nicht selbst leuchten, sondern Licht in die Kameras reflektieren. Auf diese Weise wird der technische Aufwand gering gehalten. Die Marker am Gehäuse des handgehaltenen Roboters können aktiv leuchten, wenn dies von Seiten des Trackingsystems günstiger ist, da hierbei keine besonderen technischen Schwierigkeiten entstehen.

#### 3.5.8.6 Richtung des Gewichtskraftvektors

Für die Regelung ist es wichtig, die Richtung des Erdbeschleunigungsvektors im Kamera-Koordinatensystem zu kennen. Daher sollte im Rahmen der Registrierung dieser im Kamera-Koordinatensystem bestimmt werden.

#### 3.5.8.7 Synchronisation mit dem Steuerungssystem

Zur Synchronisation des Trackingsystems mit dem Steuerungssystem des handgehaltenen Roboters muss ein geeignetes Verfahren gewählt werden. Wichtig ist besonders die Übrückung des Messzeitpunkts (Timestamp), um die Prädiktion der Patienten- und Roboterbewegung möglichst genau durchführen zu können.

#### 3.5.8.8 Folgerung für das Trackingsystem

Tabelle 3.7 fasst die Anforderungen an das Trackingsystem zusammen.

### 3.5.9 Kräfte und Momente am TCP

Der handgehaltene Roboter soll Löcher in Knochen bohren bzw. fräsen können. Dies erfordert das Aufbringen von Vorschub- und Querkraften (3.5.9.1, 3.5.9.2) sowie das Gegenhalten des Bohrer-drehmoments, das vom Antriebsmotor aufgebracht wird (3.5.9.3). Für die Spezifizierung ist die Kenntnis dieser Größen nötig. Für die Entwicklung sollen sowohl menschliches Knochenmaterial als auch tierische Knochen berücksichtigt werden.

#### 3.5.9.1 Bohrkräfte

**3.5.9.1.1 Fragestellung** Es sollen die Vorschubkräfte beim Bohren bzw. Fräsen in Knochen bestimmt und die darauf Einfluss nehmenden Parameter identifiziert werden.

Nr.	Spezifikation	Wert	Begründung
3.5.8.1	Trackingvolumen	Zylinder mit 1m Durchmesser und 50cm Höhe	Patientenpositionierung, Bewegung des Roboters und Größe der Trajektorie
3.5.8.2	Genauigkeit	0.3mm pro Marker	Siehe Abschnitt 3.5.7. Genauigkeit muss sowohl statisch als auch bei 0.2m/s Markergeschwindigkeit eingehalten werden.
3.5.8.3	Abtastfrequenz	100Hz	Die maximal zu messende Frequenz liegt bei 12Hz, die Abtastrate sollte mindestens vier Mal größer sein, besser jedoch noch höher.
3.5.8.4	Latenz	1ms, Jitter geringer als 10%	Die max. ertragbare Phasendrehung und Erfahrungswerte lassen eine Abschätzung zu.
3.5.8.5	Marker am Roboter	360° sphärisches Sichtfeld, aktive Marker möglich	Technische sowie hygienische Anforderungen
3.5.8.5	Marker am Patienten	mindestens 3 Marker, passiv, sterilisierbar.	Technische sowie hygienische Anforderungen
3.5.8.6	Richtung des Gewichtskraftvektors	Richtung sollte initial bestimmt werden.	Regelungstechnische Anforderung
3.5.8.7h)	Synchronisation	Synchronisation mit Timestamp	Regelungstechnische Anforderung

Tabelle 3.7: Zusammenfassung der Anforderungen an das Trackingsystem für den gehaltenen Roboter.

**3.5.9.1.2 Untersuchungsmaterial und Vorgehensweise** Mit Hilfe einer Literaturrecherche konnte eine Reihe von Arbeiten zu diesem Thema identifiziert werden.

*Bohren* ist definiert als spanabhebendes Fertigungsverfahren mit Vorschub ausschließlich in Längsrichtung des Werkzeugs. Beim *Fräsen* erfolgt der Vorschub üblicherweise senkrecht zur Werkzeugachse [159].

In seiner Dissertation untersucht Fuchsberger [39] eine große Anzahl von Parametern bei der spanenden Bearbeitung (Bohren) von Knochen.

Beachtet wurde:

- Die Eigenschaften der Knochen verschiedener Spezies hinsichtlich einer Reihe von Festigkeitsparametern.
- Der Einfluss des Geschlechts, der Körperhälfte und des Alters auf die Bruchfestigkeit von Knochen.
- Die Art des Knochens: Lange oder Röhrenknochen, kurze Knochen, platte Knochen, luftthaltige Knochen.
- Die Abhängigkeit der Parameter von der Lage der untersuchten Struktur auf dem Knochen.
- Die Lagerung des Präparates und der Einfluss des Lagerungsmediums und der Trocknungszeit auf den E-Modul.
- Die Härte des Knochens.

Fuchsberger [39] beschreibt zwei Arten von Versuchen: Messungen des Vorschubwegs über der Zeit bei konstanter Vorschubkraft (mit Gewicht aufgebracht, 35N) sowie Messung der Vorschubkraft bei konstanter Vorschubgeschwindigkeit (45mm/min) mit Drehzahlen zwischen 700 und 1200U/min. Als Bohrwerkzeug dient ein Handstück und Antrieb der Fa. Aesculap, Tuttlingen, D. Bei beiden Versuchsreihen wurde die im Werkzeug und im Werkstück entstehende Temperatur mit integrierten Thermoelementen bzw. durch möglichst nah am Bohrkanal installierte Fühler gemessen. Es wird ausschließlich monokortikal gebohrt.

Ong et al. [98] beschreiben in ihrer Arbeit den Versuchsaufbau zur Messung der Kraft, die beim radialen Bohren in einen Röhrenknochen (Schweine-Femur) auftritt. Die Versuche wurden mit konstanter Vorschubgeschwindigkeit (90mm/min), zwei verschiedenen Drehzahlen (1000 und 1900 U/min) sowie mit verschiedenen steif (10.9N/mm, 5.68N/mm und 2.8N/mm) eingespannten Knochenstücken durchgeführt. Zum Einsatz kam ein mit Druckluft betriebener Antrieb (Hersteller unbekannt), ein Standard-HSS-Bohrer sowie ein chirurgischer Bohrer (Fa. Synthes, Solothurn, CH), beide mit 2.5mm Durchmesser. Eigentliches Ziel der Arbeit ist die Detektion des Durchbruchs aus

der zweiten Kortikalis, daher legen die Autoren mehr Wert auf den Kraftgradienten und beschreiben die absoluten Kraftwerte nicht weiter.

Wiggins und Malkin [174] beschreiben eine Versuchsreihe, mit der allgemeine Aussagen über die Vorschubkräfte beim Bohren in humanen kortikalen Knochen gemacht werden sollen. Sie verwenden dazu u.a. einen herkömmlichen HSS-Bohrer (Spitzenwinkel  $118^\circ$ , Spiralwinkel  $28^\circ$ , Spanwinkel zwischen  $-30^\circ$  und  $30^\circ$ , Durchmesser 1.98, 3.18 und 4.76mm, Drehzahl 40 und 1150U/min) und einen chirurgischen Bohrer (Spitzenwinkel  $60^\circ$ , Spiralwinkel  $20^\circ$ , Spanwinkel  $0^\circ$ , Durchmesser 2.77mm, Drehzahl 40U/min). Gebohrt wird radial in den mittleren Bereich eines in Formalin fixierten Femurs eines 50-jährigen Mannes. Es wird ausschließlich in kortikalen Knochen gebohrt. Gemessen werden die Vorschubgeschwindigkeit und das Bohrmoment bei gegebener auf die Querschnittsfläche der Bohrung normierter Vorschubkraft und Drehzahl. Die Ergebnisse werden in einem doppelt-logarithmischen Diagramm aufgetragen. Mit Hilfe einer quadratischen Regression wird eine Gerade durch die Messpunkte gelegt und die Koeffizienten der Geradengleichung bestimmt. Die Späne werden elektronenmikroskopisch bzw. eingegossen und im Anschliff untersucht.

**3.5.9.1.3 Ergebnisse** Fuchsberger [39] liefert einen sehr umfassenden Überblick über die Parameter, die einen Einfluss auf die Bearbeitungskräfte haben. Er bezieht sich dabei auf Versuche an Knochenmaterial und nicht auf in-vivo-Experimente.

- Spezies: Bovines Knochenmaterial besitzt am ehesten mit menschlichem Knochen vergleichbare Eigenschaften.

Parameter	Mensch	Pferd	Hausschwein	Wildschwein	Hirsch	Rind
Zugfestigkeit /N/mm <sup>2</sup>	145	115	107	116	130	133
Druckfestigkeit /N/mm <sup>2</sup>	160	165	105	133	140	155
Scherfestigkeit /N/mm <sup>2</sup>	80	90	70	90	(-)	95
Stauchung /%	1.9	2.2	1.9	1.8	1.6	1.8

Tabelle 3.8: Mechanische Eigenschaften von Knochen (Femora, Kortikalis) verschiedener Spezies

- Geschlecht, Händigkeit, Alter (siehe hierzu auch [76]): Bei Frauen ändern sich die mechanischen Eigenschaften des Knochens mit dem Alter.

Alter	Männer	Frauen
< 64	ca. 225 (links) bis 240 (rechts) /N/mm <sup>2</sup>	ca. 230 (links) bis 225 (rechts) /N/mm <sup>2</sup>
> 64	ca. 225 (links) bis 230 (rechts) /N/mm <sup>2</sup>	ca. 195 (links) bis 190 (rechts) /N/mm <sup>2</sup>

Tabelle 3.9: Eigenschaften von Knochen in Abhängigkeit von Alter und Geschlecht

- Art des Knochens: Lange Knochen (Röhrenknochen), kurze Knochen, Plattenknochen, luft-haltige Knochen haben unterschiedliche Eigenschaften. Einzig bei Röhrenknochen sind wiederholbare Messungen möglich.
- Lagerung des Präparates: Der E-Modul nimmt während der Trocknung ab, die Härte jedoch zu (siehe hierzu auch [35]). Lagerung in Alkohol bewirkt eine irreversible Abnahme der Nachgiebigkeit.

Frischer Knochen besitzt einen E-Modul von etwa 18000N/mm<sup>2</sup>, nach 60 Minuten Trocknen sinkt dieser auf 15500N/mm<sup>2</sup>. In der gleichen Zeit nimmt die Härte der Oberfläche von 0-8HV10 auf 25HV10 zu. Die Messung der Härte ist jedoch abhängig von der Lage der Messstelle in der Kortikalis. Am äußeren Rand etwa 15-20HV10, etwa 4mm unter der äußeren Oberfläche beträgt die Härte etwa 7 bis 12HV10 (Minimum) und am inneren Rand der Kortikalis (6mm Dicke der kortikalen Schicht) steigt der Härtewert wieder auf etwa 15 bis 20HV10 (gemessen in axialer Richtung) [39].

Die Härte ist zusätzlich abhängig von der topographischen Lage der Messstelle auf dem Knochen. Dabei schwankt der Härtewert zwischen 19HV10 bis 25HV10.

- Lage der untersuchten Struktur im Knochen: Die Lage der untersuchten Struktur innerhalb des Knochens hat einen relativ großen Einfluss auf die Bruchspannung. Untersucht wurden Rinder-Tibiae in longitudinaler und radialer Richtung. Die longitudinale Bruchspannung liegt im epiphysären Bereich (d.h. an den Enden des Knochens im Bereich des Knies bzw. des Sprunggelenks) bei etwa  $110N/mm^2$ , im diaphysären Bereich (d.h. im mittleren Bereich, in dem der Knochen Röhrengestalt besitzt) bei  $200N/mm^2$ , wohingegen die radiale Bruchspannung im Bereich der Epiphysen zwar ebenfalls bei etwa  $110N/mm^2$  liegt, jedoch im diaphysären Bereich auf  $70N/mm^2$  abfällt.
- Bohrer-Geometrie: Der ideale Bohrer zur Bearbeitung von Knochen besitzt einen Drallwinkel von  $10^\circ$ - $14^\circ$ , einen Spitzenwinkel von  $70^\circ$ - $80^\circ$ , einen Freiwinkel von  $18^\circ$ - $24^\circ$  sowie eine Kerndicke von etwa 10% des Bohrerdurchmessers [39].
- Bohrbedingungen: Die mittlere Schnittgeschwindigkeit sollte bei 9-14m/min liegen. Eine *angepasste Vorschubkraft* liegt für einen 4.5mm-Bohrer bei 30 bis 45N bei 9 – 16m/min für eine Drehzahl von 700 bis 1200U/min. Der Einsatz von Kühlmittel (isotonische Kochsalzlösung) wird empfohlen, um die Temperatur an der Bohrstelle zu kontrollieren. Pro Schliff sollten maximal 20-30 Bohrungen durchgeführt werden.

Ong et al. bemerken einen Zusammenhang zwischen der steigenden Steifigkeit der Einspannung und den wachsenden Kräften beim Bohren mit konstanter Vorschubgeschwindigkeit [98].

Tabelle 3.10 gibt einen Überblick über die Kräfte beim Bohren bzw. Fräsen in Knochen.

Mit Hilfe der von Wiggins und Malkin [174] aufgestellten Gleichung, die den Zusammenhang von Vorschubkraft und -geschwindigkeit berechnet,

$$f = B \cdot p^x \quad (3.11)$$

$f$	Vorschub in mm/U
$p$	Vorschubdruck, auf die Querschnittsfläche der Bohrung normierte Vorschubkraft
$B$	Vorschub bei einem Vorschubdruck von $1N/mm^2$
$x$	Maß für die Abhängigkeit der Eindringfähigkeit und Vorschubdruck

kann eine Aussage über die zu erwartende Vorschubgeschwindigkeit bei gegebener Vorschubkraft, Bohrerdurchmesser und Schneidengeometrie gemacht werden. Dazu wurden die Parameter  $B$  und  $x$  in kortikalem Knochen von den Autoren experimentell für den HSS-Bohrer zu  $B_{HSS} = 3.7$  und  $x_{HSS} = 1.8$  bzw. für den chirurgischen Bohrer zu  $B_{chir} = 3.8$  und  $x_{chir} = 2.2$  ermittelt. Wird die Formel nach der Vorschubkraft  $F_f$  umgestellt, ergibt sich die Gleichung

$$F_f = A \cdot e^{\frac{\log \frac{f}{B}}{x}} \quad (3.12)$$

Mit ihrer Hilfe kann die Vorschubkraft für einen von den Autoren untersuchten chirurgischen Bohrer (Durchmesser 2.77mm, Spitzenwinkel  $60^\circ$ , Vorschubgeschwindigkeit 30mm/min, Drehzahl 40U/min) zu 27N berechnet werden, wenn für  $B$  ein Wert von 3.8mm/U und für  $x$  ein Wert von 2.2 angenommen wird. Mit dem für HSS Spiralbohrer mit einem Spitzenwinkel von  $118^\circ$  angegebenen Werten für  $B$  und  $x$  kann für einen Bohrer gleichen Durchmessers, bei gleicher Vorschubgeschwindigkeit und Drehzahl eine Vorschubkraft von 38N errechnet werden.

Mit der Gleichung von Wiggins und Malkin [174] können die Werte von Fuchsberger [39] und Ong [98] überprüft werden. Für den von Fuchsberger vorgeschlagenen Spiralbohrer (4.5mm Durchmesser, Spitzenwinkel  $70^\circ$ - $80^\circ$ , gewählt:  $75^\circ$ , Drehzahl 700 – 1200U/min, gewählt: 950U/min, Vorschubgeschwindigkeit 90mm/min ergibt sich für  $B = 3.8mm/U$  und  $x = 2.2$  (Annahme: chirurgischer Bohrer, da recht spitz) eine Vorschubkraft von ca. 45N. Fuchsberger gibt hier einen Bereich von 30 – 45N an. Die Unterschiede können sich durch die unterschiedliche Ausprägung der Querschneide oder des Spanwinkels ergeben. Ong schlägt zum einen HSS-Spiralbohrer mit 2.5mm Durchmesser, einer Vorschubgeschwindigkeit von 90mm/min und einer Drehzahl von 1000U/min vor. Wird zusätzlich ein Spitzenwinkel von  $118^\circ$  angenommen können in der Formel von Wiggins und Malkin  $B$  zu 3.7mm/U und  $x$  zu 1.8 gewählt werden. Es ergibt sich eine Vorschubkraft von 18.5N. Ong gibt hier einen Wert von 49N an. Für den alternativ von Ong untersuchten chirurgischen Bohrer kann die Vorschubkraft zu 14.4N berechnet werden. Ong gibt hier 27N an.

Quelle	Werkzeug	Vorschubkraft
Fuchsberger [39], Messwerte	Spiralbohrer (4.5mm Durchmesser, $v_f = 45\text{mm/min}$ , $n = 1000\text{U/min}$ )	51N
Fuchsberger [39], empfohlene Werte	Spiralbohrer (4.5mm Durchmesser); Drallwinkel: $10^\circ$ - $14^\circ$ , Spitzenwinkel: $70^\circ$ - $80^\circ$ , Freiwinkel: $18^\circ$ - $24^\circ$ , Kerndicke: 10% des Bohrerdurchmessers, $n = 700 - 1200\text{U/min}$ , Kühlung, 20 – 30 Bohrungen pro Schliff	30 – 45N, konstante Vorschubkraft
Ong et al. [98]	HSS-Spiralbohrer, 2.5mm Durchmesser, $v_f = 90\text{mm/min}$ , $n = 1000\text{U/min}$ , steifste Einspannung	49N
Ong et al. [98]	Chirurgischer Spiralbohrer, 2.5mm Durchmesser, $v_f = 90\text{mm/min}$ , $n = 1000\text{U/min}$ , steifste Einspannung	27N
Wiggins et al. [174] (Bohrversuch)	chirurgischer Bohrer (Durchmesser: 2.77mm, Spitzenwinkel: $60^\circ$ , $v_f = 30\text{mm/min}$ , Drehzahl: $40\text{U/min}$ )	27N
Wiggins et al. [174] (Bohrversuch)	HSS Spiralbohrer (Durchmesser: 2.77mm, Spitzenwinkel: $60^\circ$ , $v_f = 30\text{mm/min}$ , Drehzahl: $40\text{U/min}$ )	38N

Tabelle 3.10: Kräfte beim Bohren bzw. Fräsen in Knochen in Abhängigkeit von Verfahren und Werkzeuggeometrie

Diese bemerkenswerten Differenzen können nicht durch unterschiedliche Spanwinkel oder falsche Annahmen für die fehlenden Parameter erklärt werden. Es ist zusätzlich davon auszugehen, dass Ong ein Messverfahren verwendet, dass keine klare Aussage zu den Vorschubkräften zulässt, da eigentliches Ziel seiner Arbeit die Detektion des Durchbruchs der Bohrspitze durch die Kortikalis ist und deshalb nur der Maximalwert der Kraft vorliegt.

Für den Einsatz als handgehaltener Roboter für die Pedikelverschraubung müssen Löcher mit einem Durchmesser von 3.3mm und einer Länge von etwa 50mm für eine Schraube im Durchmesserbereich von 6 – 6.7mm [130] gebohrt werden. Wird die Vorschubsgeschwindigkeit mit 60mm/min wie in [107] vorgeschlagen angesetzt, ergibt sich mit der Formel nach Wiggins und Malkin eine Kraft von 23N beim Bohren durch den kortikalen Knochen. Wird die Vorschubsgeschwindigkeit auf 25mm/min reduziert, ergibt sich eine Vorschubskraft im kortikalen Bereich des Wirbelkörpers von 19.5N. Für das weitere Bohren im spongiösen Bereich des Knochens kann die Vorschubsgeschwindigkeit wieder erhöht werden. Diese Kräfte gelten für die Annahme, dass das Bohrloch gut gespült wird und die Reibung des Bohrers an der Wandung keine Rolle spielt. Es soll daher davon ausgegangen werden, dass eine Vorschubskraft von 20N vom handgehaltenen Roboter aufgebracht werden muss.

Ein Vergleich mit der Schnittkraftberechnung nach Kienzle [69]

$$F_f = k_{f1.1} \cdot b \cdot h^{1-m} \cdot K \quad (3.13)$$

erscheint nicht nötig, da zum einen die Parameter  $1 - m$  und  $k_{f1.1}$  nicht vorliegen und zum anderen die Vorschubkraft mit der von Wiggins und Malkin vorgeschlagenen Formel [174] berechnet werden kann.

Für erste Versuche mit dem handgehaltenen Roboter in Knochenmaterial ist frischer Rinderknochen aus dem Femur oder der Scapula zu verwenden, da dieser den Eigenschaften des menschlichen Knochens am ehesten entspricht und gut verfügbar ist [39].

### 3.5.9.2 Querkräfte

Beim Bohren bzw. Fräsen eines Loches in ein Werkstück kann es zu einem Verlaufen der Werkzeug-Achse aus der gewünschten Bohrungsachse kommen. Gründe hierfür können die Schneidengeometrie, die Vorschubgeschwindigkeit, die Drehzahl, die Spanbildung oder Inhomogenitäten des Werkstoffes sein. Besonders letztere sind beim Bohren in Knochen von Relevanz. Die Querkräfte können in der Größenordnung der Vorschubkräfte liegen [15] und werden zur Sicherheit mit 20N angenommen.

**3.5.9.2.1 Folgerung für die am TCP wirkenden Bearbeitungskräfte** Fuchsberger [39] stellt in seiner sehr umfangreichen Arbeit vor allem die auf die Festigkeit und Härte des Knochens Einfluss nehmenden Parameter vor, zeigt aber nicht direkt den Einfluss auf die Bohrkräfte. Er nutzt



diese Daten zum Teil, um die Schwankungen seiner Ergebnisse zu erklären und um Gesetzmäßigkeiten dabei aufzustellen. Besonders geht es in seinen Untersuchungen um die Temperaturentwicklung, die großen Einfluss auf die Physiologie besitzt, für die Spezifikationen des handgehaltenen Roboters zunächst jedoch keine große Wichtigkeit hat. Da er seine Versuche zum größten Teil mit konstanter Vorschubkraft durchführt, hier jedoch Ergebnisse für Versuche mit konstanter Vorschubgeschwindigkeit nötig sind, ist das Resümee seiner Arbeit, dass weitere Bohrversuche eine große Zahl von Parametern berücksichtigen müssten, um valide Ergebnisse zu erhalten. Eine Abschätzung der entstehenden Kräfte ist jedoch möglich.

Ong et al. [98] untersuchen in ihrer Arbeit primär eine Methode zur Detektion des Bohrerdurchbruchs durch die Kortikalis mit Hilfe einer einachsigen Kraftmessung. Die dabei gemessenen absoluten Kraftwerte als solche sind für die Autoren nicht interessant, vielmehr wird die Änderung der Kraftwerte untersucht. Bemerkenswert ist jedoch, dass die Vorschubkraft von der Steifigkeit der Einspannung des Knochens abhängig ist und umso größer wird, je steifer die Einspannung wird.

Wiggins und Malkin [174] stellen eine Formel vor, die den Zusammenhang zwischen Vorschubkraft und -geschwindigkeit beschreibt. Diese bezieht sich jedoch ausschließlich auf den kortikalen Knochen im diaphysären Bereich eines einzigen Femurs und vernachlässigt die Variationen die hier bei den Materialeigenschaften möglich sind. Einzig für die Schneidengeometrie präsentieren die Autoren Werte für die Parameter in ihrer Formel. Trotz allem erlaubt diese die Validierung der Angaben von Fuchsberger [39] und Ong [98] und erlaubt eine Abschätzung der Vorschubkräfte, mit denen beim Bohren in einen Pedikel gerechnet werden muss.

Die Annahme der Querkkräfte in der Größenordnung der Vorschubkräfte basiert auf einer einzigen Arbeit [15], die als nicht besonders valide angesehen werden muss, da in ihr die Arbeit mit einem handgehaltenen Bohraparat und Kugelfräsern beschrieben ist. Nichts desto trotz stellt die Annahme eine *worst-case*-Betrachtung da, mit der einerseits eine Bohrerverbiegung durch Kalzifizierungen des Knochens und anderer Inhomogenitäten abgedeckt ist und andererseits die Wahl der Bohrerachse im Koordinatensystem der Werkzeug-Plattform frei ist. Darüber hinaus kann mit den genannten Querkkräften auch ein Vorschub senkrecht zur Werkzeugachse realisiert werden, wie er beim Fräsen nötig wird.

### 3.5.9.3 Bohr- und Drehmomente

Beim axialen Bohren oder Fräsen in ein Werkstück kommt es zwischen dem Bearbeitungswerkzeug und der Lochwand zu Kräften, die auf den Materialabtrag an der Spitze des Werkzeuges sowie auf die Reibkraft zwischen Werkzeugschaft und Lochwand zurück zu führen sind. Mit dem Radius des Werkzeuges wirken diese in Form von Reibmomenten auf den Antrieb und dessen Widerlager. Diese Momente können je nach Tiefe des Bohrlochs und Qualität des Spanabtransports nicht vernachlässigt werden, sind jedoch nur bedingt vorhersagbar [174]. Da sich jedoch das Antriebsmoment des Werkzeuges auf das zum Abtrag nötige Drehmoment und das Reibmoment zwischen Werkzeug und Lochwand aufteilt, ist für die Bestimmung des von der Maschine aufzubringenden Gegenmoments das Wissen um das maximal vom Motor aufbringbare Drehmoment ausreichend.

Zusätzlich wirken Drehmomente in  $x$ - und  $y$ -Richtung auf Grund von Querkkräften, die am Bohrer oder Fräser aus dem Bearbeitungsprozess wirken. Diese greifen mit der Länge des Werkzeugs als Hebel an.

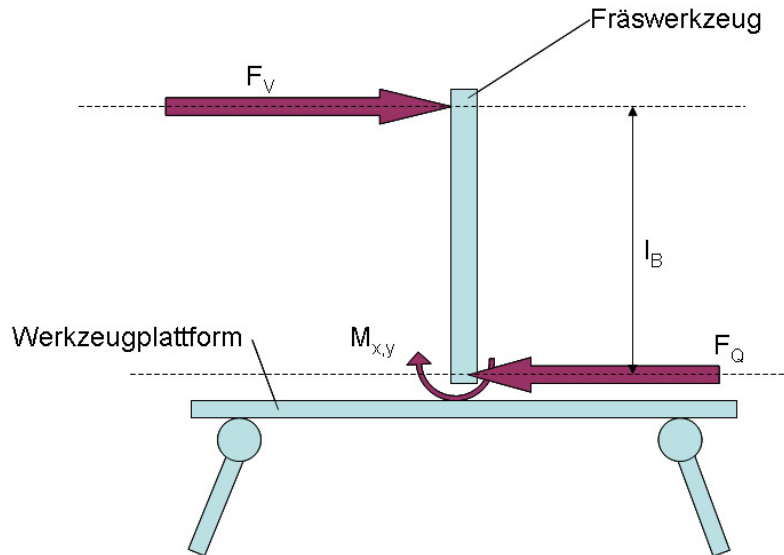
Ein elektrischer Antrieb ist für den Einsatz am handgehaltenen Roboter günstig, da auf die Bereitstellung einer zusätzlichen Energiequelle (Druckluft) verzichtet werden kann. Dazu kommt, dass die Zu- und Abluftschläuche (Schlauchpaket) eines pneumatischen Antriebs relativ schwer und steif sind und daher nur schwerlich in den Aufbau zu integrieren sind. Es werden daher nur elektrische Antriebe betrachtet.

**3.5.9.3.1 Fragestellung** Die Größe der Drehmomente am TCP beim Bohren in Knochen beim Einsatz elektrischer Antriebseinheiten soll ermittelt werden. Hierbei wird unterschieden in das Moment, das in der Werkzeugrichtung ( $z$ -Achse) aufgrund des Bohrvorganges selber, und das Moment, das bedingt durch die Querkkräfte in  $x$ - und  $y$ -Richtung wirkt.

**3.5.9.3.2 Untersuchungsmaterial und Vorgehensweise** Aus den Katalogangaben von Herstellern chirurgischer Bohrinstrumente wurde entnommen, wie groß die maximalen Drehmomente von chirurgischen Bohrwerkzeugantrieben sind.

Bezeichnung	Leistung	Drehmoment	Drehzahl
Aesculap GD657 Micro-speed Hi 100	100W	max. 0.61Nm	5.000 – 30.000U/min
Aesculap GD656 Micro-speed Hi 100	100W	max. 0.32Nm	10.000 – 75.000U/min

Tabelle 3.11: Eigenschaften von medizinischen Bohr- und Fräsantrieben

Abbildung 3.8: Freischnitt des Bearbeitungswerkzeuges. Eingezeichnet sind die Vorschubkraft  $F_V$ , die Werkzeuglänge  $l_B$  sowie die auf die Werkzeugplattform wirkenden Kräfte  $F_Q$  bzw.  $M_{x,y}$ .

**3.5.9.3.3 Ergebnisse** Untersucht wurden Maschinen der Fa. Aesculap, Tuttlingen, D [8]. Diese stellt verschiedene Systeme her, von denen zwei exemplarisch untersucht wurden, weil sie elektrisch betrieben werden können und in der benötigten Leistungsklasse liegen. Tabelle 3.11 gibt einen Überblick.

Das maximal aufbringbare Drehmoment der untersuchten Werkzeugantriebe liegt bei 0.61Nm.

Werden die Kräfte, die beim Fräsen senkrecht zur Werkzeugachse entstehen [15], betrachtet, ergibt sich, dass auf die Werkzeugplattform ein Drehmoment wirkt, das vom Abstand der Werkzeugspitze zur Werkzeugplattform  $l_B$  und der maximal aufbringbaren Vorschubkraft  $F_V$  bestimmt wird (Abb. 3.8). Diese worst-case-Betrachtung kommt zu der Aussage, dass an der Werkzeugplattform ein Drehmoment von maximal

$$M_{x,y} = F_V \cdot l_B = 20N \cdot 0.05m = 1Nm \quad (3.14)$$

wirkt. Dabei wird davon ausgegangen, dass das Bearbeitungswerkzeug nicht nennenswert länger ist, als die Maximaltiefe der Bohrung.

**3.5.9.3.4 Folgerung für die am TCP wirkenden Drehmomente** Das Drehmoment, das in  $z$ -Richtung auf Grund des Bohrvorganges störend auf das Regelsystem wirkt liegt bei max. 0.61Nm. Für den handgehaltenen Roboter wird es mit einem Sicherheitszuschlag versehen und mit 0.8Nm spezifiziert.

In  $x$ - und  $y$ -Richtung des Werkzeugkoordinatensystems soll für die Auslegung des handgehaltenen Roboters von einem Drehmoment in Höhe von 1Nm ausgegangen werden. Wird jedoch ein längeres Werkzeug verwendet, um Kollisionen zu vermeiden oder tiefere Löcher zu realisieren, wird die maximal erreichbare Querkraft verringert.

### 3.5.10 Störgrößen, -Amplituden und -Frequenzen

Aufgabe eines handgehaltenen Roboters ist es, die durch die Bewegungen des Bedieners und die des Patienten auftretende Lageabweichung des Werkzeugs gegenüber dem Knochen zu kompensieren und einen Bearbeitungsprozess durchzuführen. Um diesen Vorgang spezifizieren zu können, müssen die Störungen sowie ihre Frequenzen und Amplituden bekannt sein.

Zur Bestimmung der Arbeitsraumgröße wurden oben die geometrischen Störgrößen bereits beschrieben. Diese sind die Atembewegung des Patienten (3.5.10.1), die Drift der Hand des Bedieners bei mangelnder visueller Kontrolle (3.5.10.2) sowie der unwillkürliche Hand-Arm-Tremor des Bedieners (3.5.10.3). Dazu kommen transiente Ereignisse wie das (absichtliche) Verreißen der Maschine, ein unbeabsichtigtes Fallen lassen oder ein Husten oder Zucken des Patienten (3.5.10.4). Störgrößen, die auf Grund von Kräften zwischen dem Bearbeitungswerkzeug und dem Knochen entstehen, müssen ebenfalls berücksichtigt werden. Diese rühren vom Fräsvorgang her und sind Vibrationen (3.5.10.5), die bei der Zerspanung entstehen, Querkräfte, die beim Verlaufen der Bohrspitze aus der gewünschten Richtung entstehen (3.5.10.6), und Drehmomente aus der Reibung zwischen Fräser und Lochwand (3.5.10.7).

Für die Spezifizierung sollen die Charakteristika der Störgrößen bestimmt werden. Die Atembewegung bzw. der Drift wurden in Abschnitt 3.5.2 bereits bei der Bestimmung der Arbeitsraumgröße berücksichtigt und sind hier der Vollständigkeit halber erneut erwähnt.

#### 3.5.10.1 Atembewegung

Die Atembewegung wurde oben bereits beschrieben (Abschnitt 3.5.2.1) und als sinusförmige Schwingung mit einer Amplitude von 7.5mm bei 0.25Hz angenommen [32, 80, 106].

#### 3.5.10.2 Drift

Die Drift der Hand bei fehlender visueller Kontrolle (Abschnitt 3.5.2.2) wurde oben bereits beschrieben und wird als konstante Geschwindigkeit von 8mm/s angenommen [22, 60].

#### 3.5.10.3 Hand-Arm-Tremor

**3.5.10.3.1 Fragestellung** Zur Definition der aus den unwillkürlichen Zitterbewegungen des Bedieners ausgehenden Störungen, soll der Tremor hinsichtlich seines Entstehens und seiner Wirkungen beschrieben und analysiert werden. Von besonderem Interesse sind dabei die Frequenzen und Amplituden des Hand-Arm-Tremors eines gesunden Erwachsenen.

**3.5.10.3.2 Untersuchungsmaterial und Vorgehensweise** Es wurden fünf Arbeiten zu dieser Fragestellung untersucht, die mit ähnlichen Methoden arbeiten [46, 92, 119, 121, 154]. Die Bewegungen der untersuchten Armsegmente (Finger, Hand, Unterarm, Oberarm) wurde mit Beschleunigungsaufnehmern gemessen [46, 92, 119, 121, 154]. Zusätzlich erfolgte z.T. eine Aufnahme von Nervenströmen mittels Haut- [119] oder Nadelelektroden [46]. Für die Messungen wurden die jeweils nicht betrachteten Segmente auf eine feste Unterlage aufgelegt und/oder fixiert. Das untersuchte Arm-Segment konnte sich frei bewegen, d.h. es erfolgte eine Abstützung der jeweils anderen Segmente. Für die Untersuchung des Fingers wurde die Hand aufgelegt, für die Untersuchung der Hand war der Unterarm abgestützt, für die Untersuchung des Unterarms wurde der Ellbogen aufgesetzt und für die Untersuchung des Oberarms lehnte sich der Proband an eine Wand an (Weitere Beschreibung des Versuchsaufbaus bei Takanokura [154]). Die Probanden mussten mit einem Finger (Zeige- oder Mittelfinger) auf einen Zielpunkt deuten [154]. Die Signale der Beschleunigungsaufnehmer wurden verstärkt, gesampelt und gespeichert. Die Samplingraten lagen zwischen 100 und 200Hz.

#### 3.5.10.3.3 Ergebnisse

**3.5.10.3.4 Allgemeines** Die Ansteuerung des Muskels erfolgt durch sog. Motoneuronen, die jeweils mit einer Anzahl von Muskelfasern (5 bis >1000) eine motorische Einheit bilden. Die Muskelfasern einer motorischen Einheit können über den ganzen Muskel verteilt sein.

Eine Muskelfaser hat etwa 10 bis 100µm Durchmesser. Mit bloßem Auge sichtbar sind die Muskelfaserbündel mit etwa 100 bis 1000µm Durchmesser. Die Faser selbst besteht aus Myofibrillen mit etwa 1µm Durchmesser. Diese wiederum beinhalten jeweils eine Anzahl Sarkomere, die für die eigentliche Kontraktion sorgen [144].

Eine Abstufung der Muskelaktivität kann zum einen über die Anzahl der rekrutierten motorischen Einheiten erreicht werden, zum anderen durch die Impulsfrequenz der Ansteuerung [144].

Untersuchungs-Gegenstand	Takanokura [154]	Reitsma [121]	Raethjen [119]	Morrison [92]	Halliday [46]
Finger	10.1 & 19.0Hz	-	1 - 4 & 7 - 11 & 15 - 30Hz	20 - 22Hz	8 - 12Hz & 15 - 30Hz & 30 - 40Hz
Hand	10.1 & 7.3Hz	-	7.7 (5.2)Hz <sup>1</sup>	8 - 12Hz	8 - 12Hz
Unterarm	10.9 & 5.0Hz	-	-	-	8 - 12Hz & 3 - 5Hz
Oberarm / Ganzer Arm	10.1 & 4.0Hz	10 - 17 Hz	1 - 4Hz	2 - 4Hz	-

Tabelle 3.12: Literaturrecherche zum Hand-Arm-Tremor.

**3.5.10.3.5 Tremor** Der Tremor entsteht durch ein unwillkürliches Feuern der Motoneuronen (*Hintergrundrauschen*) und besteht aus zwei, sich überlagernden Effekten [154]:

Das unwillkürliche Feuern erfolgt mit einer Frequenz von 8 – 12Hz. Mit dieser schwingen alle betrachteten Armsegmente (Finger, Hand, Unterarm, Oberarm), unabhängig von einer zusätzlichen Belastung oder gehaltenen Masse.

Das Feuern der Motoneuronen führt zu einer Schwingungsanregung des Feder-Masse-Systems bestehend aus den jeweiligen muskulären Antagonisten und den Armsegmenten. Diese (Resonanz-) Frequenz ( $f$ ) ist abhängig von der Masse ( $m$ ) und Form des Schwingers, d.h. sie kann durch Erhöhung der Masse verringert und durch Vergrößerung der Federsteifigkeit ( $C$ ) vergrößert werden ( $f \sim \sqrt{C/m}$ ). Die zweite Frequenz ist somit zwischen den Armsegmenten verschieden. Tabelle 3.12 gibt einen Überblick über die Ergebnisse der Literaturrecherche.

Aus [154] geht die maximale Beschleunigung am Oberarm (Montageort des Sensors) bei 4Hz zu 1.5mV, entspricht 0.087m/s<sup>2</sup> hervor. Am Sensor entspricht dies einer Amplitude von 0.138mm. Entsprechend der Größenverhältnisse am Arm [26] entspricht das ca. 0.625mm Tremoramplitude am Finger.

Betrachtet man die Hand und den in ihr induzierten Tremor alleine, geht aus [154] eine Amplitude von 0.018mm am Sensor und entsprechend der Geometrie der Hand [26] etwa 0.046mm am Finger hervor.

Die Muskelspannung hat einen signifikanten Einfluss auf die effektive Tremorfrequenz des Arms. Bei schwacher isometrischer Kontraktion beträgt die Frequenz etwa 10Hz, bei maximaler willkürlicher Anspannung etwa 17Hz [92, 121]. Der Effekt ist aus der Beziehung  $f \sim \sqrt{C/m}$  herzuleiten.

Die Tremorfrequenz an der Hand ist nicht direkt vom Geschlecht der Testperson abhängig; die durchschnittlich kleinere weibliche Hand führt jedoch zu einer leicht höheren Tremorfrequenz bei Frauen [119].

Das Alter hat ebenfalls keinen signifikanten Einfluss auf den Tremor gesunder Probanden [119].

**3.5.10.3.6 Folgerung für die Stabilisierung des Bearbeitungswerkzeuges** Für handgehaltene Roboter können Frequenzen, die nur in den Fingern auftreten (mehr als 12Hz) vernachlässigt werden, da das Gerät mit den Fingern umfasst wird, und die Finger somit nicht gegenüber der Hand schwingen können.

Die 8 – 12Hz-Frequenz bleibt innerhalb einer Testperson über die Zeit nahezu konstant. Ihre Amplitude an der Hand beträgt zunächst etwa 0.02mm.

Die unbelastete Resonanzfrequenz des ganzen Arms beträgt 2 – 5Hz bei 0.6mm Amplitude an der Hand. Es ist davon auszugehen, dass die Frequenz mit zunehmender Ermüdung sinkt und die Amplitude zunimmt, weil die Muskelspannung der Antagonisten und somit die Steifigkeit des Systems nachlässt. Gleichzeitig ist davon auszugehen, dass auf Grund der nachlassenden Konzentration die Regelung der Hand-Auge-Koordination nachlässt und auch deswegen die Tremor-Amplitude steigen wird. Der Tremor in diesem Frequenzbereich ist zusätzlich direkt abhängig von der Belastung des Armes [119].

Für die Mechanik wird festgelegt, dass zum Ausgleich der oben beschriebenen Frequenzen und Amplituden sinusförmige Schwingungen des TCP an allen Stellen des Arbeitsraumes und in allen Raumrichtungen von 5Hz, bei einer angenommenen max. Amplitude von 2.5mm sowie sinusförmige Schwingungen von 12Hz bei einer angenommenen max. Amplitude von 1mm durchführbar sein müssen.

#### 3.5.10.4 Transiente

Ereignisse auf der Seite des Bedieners wie ein Verreißen oder ein zu Boden fallen der Maschine können nicht vollkommen ausgeschlossen werden. Sie können jedoch mit einer entsprechenden Beschleunigungssensorik erfasst werden. Es ist sinnvoll, die Maschine beim Auftreten eines solchen Ereignisses so schnell wie möglich still zu setzen, damit ein rotierendes Werkzeug keinen Schaden anrichten kann. Ein Ausregeln der Wirkung solcher Ereignisse erscheint auch deswegen wenig sinnvoll, weil die Mechanik des handgehaltenen Roboters sehr bald an den Rand ihres Arbeitsraumes gelangt und eine weitere Stabilisierung auch aus diesem Grund nicht möglich sein wird.

Ein Zucken oder Husten auf Seite des Patienten während der OP kann vorkommen und zu Beschleunigungen führen, die größer sind, als sie die Maschine kompensieren kann. Auch hier muss es zu einem sofortigen Abschalten der Maschine kommen.

#### 3.5.10.5 Vibrationen

Bei der spanenden Bearbeitung von Werkstücken entstehen Vibrationen, die von verschiedenen Parametern abhängig sind.

**3.5.10.5.1 Fragestellung** Die Parameter, die die Vibrationen bei der Zerspanung von Knochen beeinflussen sowie die zu erwartenden Frequenzen sollen bestimmt werden.

**3.5.10.5.2 Untersuchungsmaterial und Vorgehensweise** Vibrationen bei der spanenden Bearbeitung von Werkstücken entstehen durch periodische Anregung der Maschine durch die Schnittkräfte. Die Frequenz der Anregung ist der Werkzeugdrehzahl und der Anzahl der Schneiden direkt proportional [159].

**3.5.10.5.3 Ergebnisse** Die niedrigste Anregungsfrequenz lässt sich mit der Formel

$$f = n \cdot m \tag{3.15}$$

mit  $n$  für die Drehzahl in  $1/s$  und  $m$  für die Anzahl der Schneiden auf dem Umfang berechnen.

Der Drehzahlbereich für handgehaltene chirurgische Fräser (Kugelfräser) liegt bei 10000 bis 75000  $U/min$  [15]. Die vorgesehenen elektrischen Fräserantriebe besitzen analog den herkömmlichen, mit Druckluft betriebenen chirurgischen Antrieben sehr weiche Kennlinien, so dass es bei wechselnder Belastung des Antriebs zu großen Drehzahlschwankungen kommt. Es ist für einen Kugelfräser mit 8 Schneiden also mit einer Anregungsfrequenz von 2 bis 11  $kHz$  zu rechnen. Robodoc und Caspar verwenden mit Druckluft angetriebene Zylinderfräser mit 4 Schneiden [158].

Alternativ dazu können zum Bohren auch stärker untersetzte Antriebe eingesetzt werden, die mit 700 – 1200  $U/min$  drehen [39]. Wird hier von einem zweischneidigen Spiralbohrer ausgegangen, entstehen Anregungsfrequenzen von 23 bis 40  $Hz$ . Für 4-schneidige Werkzeuge liegen die Werte entsprechend doppelt so hoch. Die Amplituden der durch diese Kräfte angeregten Schwingungen sind abhängig von der Steifigkeit der Maschine [95] und der Dämpfung durch die Struktur der Maschine und sind damit nicht *a priori* bestimmbar. Es sollte jedoch bei der Konstruktion eines handgehaltenen Roboters darauf geachtet werden, dass die Eigenfrequenzen der Baugruppen der Maschine nicht im Bereich der Anregungsfrequenzen liegen. Zusätzlich ist für eine entsprechende dämpfende Struktur auslegung Sorge zu tragen.

Zu beachten ist, dass beim Bohren in Knochen ein inhomogenes Material (Knochenlamellen, Osteophyten, Kalzifizierungen, etc.) vorliegt und es daher zu einem stark schwankenden Widerstand und verstärkten Schwingungen kommen kann [39].

Folgerung für die Stabilisierung des Bearbeitungswerkzeuges Die Schwingungen, die durch wechselnde Bohrkräfte induziert werden besitzen je nach verwendeten Antrieben und Schneidwerkzeugen Frequenzen zwischen 20 und 11000  $Hz$ . Diese liegen jenseits einer erreichbaren Bandbreite des Roboters und es soll für erste Experimente mit einem Prototyp davon ausgegangen werden, dass die Amplitude der von der periodischen Anregung induzierten (Struktur-)Schwingungen des handgehaltenen Roboters beherrschbar sind.

#### 3.5.10.6 Querkräfte

Die Querkräfte wurden in Abschnitt 3.5.9 behandelt und liegen bei  $\pm 20N$ .

### 3.5.10.7 Drehmomente

Die Drehmomente wurden in Abschnitt 3.5.9 behandelt und werden mit  $\pm 0.8Nm$  in  $z$ -Richtung, sowie mit  $\pm 1Nm$  in  $x$ - und  $y$ -Richtung angenommen.

**3.5.10.7.1 Synopsis** Auf das System, dass die Ausrichtung des Bearbeitungswerkzeuges gegenüber dem Knochen regeln soll, wirken geometrische Störgrößen in Form von Zitter- und Driftbewegungen an der Basis (Handgriff) des Roboters sowie Atembewegungen des Patienten am Werkzeug des Roboters. Weitere Störgrößen sind die Kräfte und Momente, die aus der Bearbeitung des Knochens durch das Werkzeug entstehen.

Für die tremorbedingten Zitterbewegungen wird davon ausgegangen, dass das System in der Lage sein soll, Schwingungen mit einer Frequenz im Bereich von  $4 - 5Hz$  und einer maximalen Amplitude von  $2.5mm$  sowie in einem Frequenzbereich von  $12Hz$  und einer Amplitude von  $1mm$  auszuregulieren. Für die Mechanik bedeutet dies, dass sie eine Bewegungsbandbreite von mindestens  $12Hz$  haben muss, wobei hier Latenzen der Sensorik und des Regelsystems noch nicht berücksichtigt sind.

Zur Erzeugung der spezifizierten Schwingungen muss das mechanische System am *TCP* Beschleunigungen von mindestens

$$\hat{a} = \omega^2 \cdot \hat{s} = \left(2\pi 12 \frac{1}{s}\right)^2 \cdot 0.001m = 5.7 \frac{m}{s^2} \quad (3.16)$$

erzeugen können muss. Dies gilt für alle Stellen des Arbeitsraumes bei allen spezifizierten Orientierungen des *TCP*-Koordinatensystems. Die  $5Hz$ -Frequenz bedingt max. Beschleunigungen von

$$\hat{a} = \omega^2 \cdot \hat{s} = \left(2\pi 5 \frac{1}{s}\right)^2 \cdot 0.0025m = 2.47 \frac{m}{s^2} \quad (3.17)$$

Diese sind kleiner als die Maximalbeschleunigung der  $12Hz$ -Frequenz und somit von dieser Spezifikation abgedeckt.

Die Vibrationen des Bohrers und die daraus erzwungenen Schwingungen des Gesamtsystems können zum jetzigen Zeitpunkt nicht abgeschätzt werden und werden vernachlässigt. Auch soll die Drift für die mechanischen Spezifikationen der Maschine nicht weiter betrachtet werden, da sie keine besonderen Anforderungen an die Dynamik stellt.

Transiente Bewegungen wie ein Husten oder Zucken des Patienten bzw. das Verreißen oder Fallenlassen der Maschine durch den Bediener soll über eine entsprechende Beschleunigungssensorik detektiert werden und zu einem Abschalten der Maschine führen.

### 3.5.11 Sterilisierbarkeit

Sterilisation ist die Verminderung der Anzahl von Mikroorganismen, die in und an Gegenständen vorkommen, bis zu einem berechenbaren, für die Anwendung am Menschen notwendigen Grade. Sie erfolgt in sterilhaltender Verpackung.

Es existiert eine Reihe von Sterilisierverfahren, von denen jedoch nicht alle weite Verbreitung finden. Am einfachsten durchführbar sind die Sterilisationsverfahren in gespanntem Wasserdampf und in Ethylenoxid [180].

#### 3.5.11.1 Sterilisation in Wasserdampf

Gängige Sterilisierungsprotokolle sehen vor, das Sterilisiergut eine Anzahl von Zyklen zwischen nahezu 0bar und Raumtemperatur und  $134^\circ C$  mit Wasserdampf (entspricht 3.04bar, Sattedampf) zu beaufschlagen. Die Evakuierung des Autoklaven erfolgt, um die Luft aus dem Sterilisiergut und seiner Verpackung zu entfernen. Nach der Sterilisierphase wird ebenfalls evakuiert, um das Sterilisiergut zu trocknen [180].

Die eigentliche Sterilisierzeit liegt je nach Sterilisiergut und Verpackung zwischen drei und 20 Minuten. Sie wird so bemessen, dass alle Teile der zu sterilisierenden Gegenstände keimfrei gemacht werden können. Die eigentliche Abtötungszeit liegt zwischen einer und 15 Minuten, je nach Keim, der abgetötet werden soll.

Zusätzlich kann es angebracht sein, vor dem eigentlichen Sterilisieren das Sterilgut 15-30 Minuten in eine Desinfektionslösung gegen Prionen einzubringen [55]. Die genaue Beschreibung des

Untersuchungs-Gegenstand	Dampf-Sterilisation	EO-Sterilisation
Dauer des Sterilisierungsvorgangs komplett	2 Stunden, im Blitz-Autoklaven etwa 20-30 Minuten	24 Stunden
Dauer des eigentlichen Sterilisierens	3 bis 20 Minuten	etwa 4 bis 6 Stunden
maximale Temperatur	134°C oder 121°C je nach Prozess	20°C bis 60°C. Üblicherweise 55°C
maximaler Druck	3.039bar bzw. 2.025bar, je nach Prozess	Umgebungsdruck
minimaler Druck	50 bis 100mbar	50 bis 100mbar
Anforderung an die elektrische Schutzklasse [56]	IP68	IP66

Tabelle 3.13: Übersicht über die physikalischen Größen verschiedener Sterilisierverfahren.

Verfahrens und der verwendeten Chemikalien wird von Bertram et al. weitergehend beschrieben [17].

Die Sterilisierung von mechatronischen Geräten in Wasserdampf erfordert eine elektrische Schutzklasse IP68 [56] und setzt voraus, dass die Geräte die Temperatur im Autoklaven überstehen.

### 3.5.11.2 Sterilisation in Ethylenoxid

Die Sterilisierung in Ethylenoxyd ( $C_2H_4O$ , Abkürzung: EO) stellt geringere Anforderungen an die Schutzklasse und Temperaturfestigkeit des Sterilisiergutes. Ethylenoxid ist extrem reaktionsfreudig. Seine Wirkungsweise basiert auf seiner Verbindung mit Proteinen von vegetativen Zellen, Viren und Nukleinen. Diese Reaktion wird als Alkylierung bezeichnet und führt zu einer irreversiblen Schädigung der betroffenen Organismen [180]. Ethylenoxid wird auch zur Abtötung von Schädlingen in Getreidespeichern und Schiffen sowie als Kampfgas eingesetzt.

Das Sterilisiergut muss Spülmaschinenfest (IP66) sein und kurzzeitig ein Vakuum überstehen. Der Sterilisationsprozess in Ethylenoxid dauert etwa 24 Stunden.

Tabelle 3.13 stellt die beiden Verfahren hinsichtlich der physikalischen Parameter einander gegenüber.

**3.5.11.2.1 Folgerung für die Konstruktion des handgehaltenen Roboters** Für mechatronische Geräte kommt eine Sterilisierung in Wasserdampf kaum in Frage. Zu viele Bauteile können voraussichtlich für die hohen Temperaturen nicht ausgelegt werden. Auch erscheint eine dauerhafte und sichere Abdichtung des Gehäuses gegen Dampf für den Prototyp kaum möglich.

Die Sterilisierung in Ethylenoxid erscheint geeignet für den Prototyp und erste Serienmuster des handgehaltenen Roboters. Da jedoch die Sterilisierungsdauer mit 24h für einen regelmäßigen klinischen Einsatz zu lange ist, erscheint es sinnvoll, zu fordern, dass der Teil der Maschine, der die wärmeempfindlichen Bauteile enthält, unsteril zu lassen und mit einer sterilisierbaren intraoperativ anzubringenden Abdeckung zu versehen und den dampfsterilisierbaren Teil anzukoppeln.

## 3.5.12 Sicherheitseinrichtungen

Der handgehaltene Roboter darf in keinem Betriebszustand den Patienten, den Bediener oder sonstiges Personal gefährden. Auch soll die Beschädigung von Gegenständen oder des Roboters selbst vermieden werden. Für die Definition von Sicherheitseinrichtungen ist daher zunächst eine Untersuchung der sicherheitsrelevanten Betriebszustände Lagerung (a), Programmierung (b), Betrieb (c) und Betriebsstörungen (d) nötig.

### 3.5.12.1 Lagerung, Reinigung

Die Reinigung und Lagerung des handgehaltenen Roboters muss so erfolgen, dass keine Verletzung des Personals durch das Gerät (Klemmen, Quetschen, usw.) oder die Steuerungselektronik (Restspannung in Kondensatoren, usw.) entstehen können. Dies betrifft vor allem das Design der mechanischen Elemente und elektrischen Schnittstellen.

### 3.5.12.2 Programmierung, Trajektorienplanung

Die Planung der Frästrajektorien des handgehaltenen Roboters muss so erfolgen, dass sichergestellt wird, dass keine wichtigen anatomischen Strukturen unbeabsichtigt tangiert oder verletzt werden können. Dies beinhaltet eine Analyse der den Knochen umgebenden Weichteile und eine Prüfung der korrekten Freilegung der Fräser Eintrittsstelle in den Knochen vor dem eigentlichen Fräsvorgang.

Weiterhin muss sichergestellt werden, dass die Bahnplanung auch am entsprechenden Patienten bzw. am entsprechenden Bohrloch durchgeführt wird und keine Verwechslungen vorkommen können.

### 3.5.12.3 Betrieb, Betriebsmodi

Während des Betriebs des handgehaltenen Roboters werden verschiedene Betriebsmodi auftreten, die von einer state machine gesteuert werden. Die Betriebsmodi haben einen großen Einfluss auf die Sicherheit eines handgehaltenen Roboters und sollen daher genauer dargestellt werden.

Nach dem Abgleich von realem und virtuellem Knochenkoordinatensystem (Registrierung) erfolgt die Initialisierung, die ein Referenzieren der internen und externen Sensorik beinhaltet. Hierzu befindet sich das Gerät in seinem Lagerungsständer, der entsprechend den Achsen des Weltkoordinatensystems ausgerichtet ist. Nach der Referenzierung fährt die Werkzeugplattform langsam in die Mitte ihres Arbeitsraumes und das Gerät wechselt in den *Freeze*-Modus, der dafür sorgt, dass Werkzeugplattform und Basis über die Motoren fest miteinander verbunden sind (statische Positionsregelung). Auch die externe Sensorik (optisches Tracking) muss vor der Inbetriebnahme des Gesamtsystems mit Hilfe eines Kalibrierkörpers überprüft werden.

Danach erfolgen die Festlegung der Bohrung und das Laden der Bohrtrajektorie in die Maschinensteuerung. Der handgehaltene Roboter wird in den *Seek*-Modus versetzt und zeigt dann über eine entsprechende Benutzerschnittstelle an, wo sich der Eintrittspunkt in den Knochen befindet, somit kann der Benutzer den Roboter über dem Situs ausrichten. Wenn dies korrekt erfolgt ist, befindet sich die Bohrtrajektorie im Arbeitsraum des Roboters. Bis zu diesem Zeitpunkt befindet sich der Roboter im *Freeze*-Modus.

Startet der Benutzer nun den Bearbeitungsvorgang wechselt die Maschine zunächst in den *Stabilize*-Modus und richtet das Werkzeug gegenüber dem Knochen so aus, dass es koaxial zur Bohrung ist. Dies geschieht nicht schlagartig sondern mit geringer Geschwindigkeit; ist jedoch die gewünschte Position einmal erreicht stabilisiert die Maschine das Werkzeug mit der vollen zur Verfügung stehenden Dynamik. Wird nun der Bearbeitungsvorgang freigegeben schaltet das Gerät in den *Drill*-Modus, startet den Werkzeugantrieb und fährt an eine Stelle einige Millimeter oberhalb der Eintrittsstelle und startet von dort mit Vorschubgeschwindigkeit den Bearbeitungsvorgang. Während dessen ist der Benutzer angehalten, die Werkzeugplattform in etwa in der Mitte des Arbeitsraumes des Roboters zu halten und führt sie somit nach.

Ist die programmierte Tiefe erreicht bzw. der Fräsvorgang beendet, wechselt das System in den *Remove*-Modus und fährt das Bearbeitungswerkzeug aus dem Knochen heraus, wobei der Benutzer angehalten ist, das Gerät ebenfalls zurück zu ziehen.

Sobald das Werkzeug vollständig aus dem Knochen zurückgezogen ist und der Roboter einen gewissen Abstand zum Situs erreicht hat, fährt die Werkzeugplattform in Nullstellung und das Gerät schaltet in den *Freeze*-Modus. Von hier aus kann nun die nächste Bohrung in Angriff genommen werden und der Prozess beginnt erneut ab der Festlegung der durchzuführenden Bohrung.

Sind alle Bohrungen ausgeführt, wird das Gerät, das sich noch im *Freeze*-Modus befindet, in seinen Ständer zurückgelegt und abgeschaltet, d.h. in den *SwitchOff*-Modus überführt. Dazu fährt die Werkzeugplattform langsam in Richtung Schwerkraftvektor bis zum Rand des Arbeitsraumes bevor die Motoren abgeschaltet werden und wechselt dann in den *Off*-Modus.

### 3.5.12.4 Störungen

Es können eine Reihe von Störungen auftreten, die je nach vorherrschendem Betriebszustand unterschiedliche Auswirkungen haben können (Tab. 3.14). Mögliche Reaktionen können die Wechsel in die Betriebszustände *Freeze*, d.h. das Festhalten der Werkzeugplattform gegenüber der handgehaltenen Basis, *Loose*, also das kontrollierte Lockern der Antriebe, *MotorOff*, das sofortige Abschalten der Motoren bei Beibehaltung der internen Referenzierung und *Off*, das sofortige stromlos schalten der kompletten Maschine sein. Störmeldungen sollen dem Benutzer akustisch angezeigt und visuell weiter verdeutlicht bzw. erklärt werden.



Betriebsmodus; Störung; Stö- rungsreaktion	Initialize	Freeze	Seek	Drill	Remove	SwitchOff
Fallen lassen	keine Verlet- zungsgefahr	geringe Verletzungs- gefahr	mittlere Verletzungs- gefahr	große Verlet- zungsgefahr	große Verlet- zungsgefahr	keine Verlet- zungsgefahr
...Reaktion	Warnmeldung	Warnmeldung	Warnmeldung	MotorOff, Loose, Warn- meldung	MotorOff, Loose, Warn- meldung	Warnmeldung
Verreißen	nicht möglich	geringe Verletzungs- gefahr	mittlere Verletzungs- gefahr	große Verlet- zungsgefahr	große Verlet- zungsgefahr	nicht möglich
...Reaktion	keine	keine	Warnmeldung	MotorOff, Loose	MotorOff, Loose	keine
interner Senso- rausfall	unkontrollierte Bewegung der TP, keine Verletzungs- gefahr	unkontrollierte Bewegung der TP, große Verletzungs- gefahr	unkontrollierte Bewegung der TP, große Verletzungs- gefahr	unkontrollierte Bewegung der TP, große Verletzungs- gefahr	unkontrollierte Bewegung der TP, große Verletzungs- gefahr	unkontrollierte Bewegung der TP, keine Verletzungs- gefahr
...Reaktion	Warnmeldung	Loose, MotorOff	Loose, MotorOff	Loose, MotorOff	Loose, MotorOff	Warnmeldung
Ausfall Tracking	unkontrollierte Bewegung der TP, keine Verletzungs- gefahr	unkontrollierte Bewegung der TP, große Verletzungs- gefahr	unkontrollierte Bewegung der TP, große Verletzungs- gefahr	unkontrollierte Bewegung der TP, große Verletzungs- gefahr	unkontrollierte Bewegung der TP, große Verletzungs- gefahr	unkontrollierte Bewegung der TP, keine Verletzungs- gefahr
...Reaktion	Warnmeldung	Loose, MotorOff	Loose, MotorOff	Loose, MotorOff	Loose, MotorOff	Warnmeldung
Verrutschen eines Markers- terns	unkontrollierte Bewegung der TP, keine Wirkung	unkontrollierte Bewegung der TP, keine Wirkung	unkontrollierte Bewegung der TP, mittlere Verletzungs- gefahr	unkontrollierte Bewegung der TP, sehr große Verlet- zungsgefahr	unkontrollierte Bewegung der TP, sehr große Verlet- zungsgefahr	unkontrollierte Bewegung der TP, keine Wirkung
...Reaktion	Warnmeldung	Warnmeldung	Warnmeldung	MotorOff, Loose	MotorOff, Loose	keine
Ausfall der Steuerung	unkontrollierte Bewegung der TP, keine Wirkung	unkontrollierte Bewegung der TP, keine Aussage möglich	unkontrollierte Bewegung der TP, keine Aussage möglich	unkontrollierte Bewegung der TP, keine Aussage möglich	unkontrollierte Bewegung der TP, keine Aussage möglich	unkontrollierte Bewegung der TP, keine Wirkung
...Reaktion	wenn möglich Freeze	wenn möglich Freeze oder Off	wenn möglich Freeze oder Off	wenn möglich MotorOff und Freeze oder Off	wenn möglich MotorOff und Freeze oder Off	wenn möglich Off
Stromausfall	keine Wir- kung	Werkzeug- plattform fällt herun- ter, geringe Verletzungs- gefahr	Werkzeug- plattform fällt herun- ter, mittlere Verletzungs- gefahr	Werkzeug- plattform fällt herunter, große Verlet- zungsgefahr	Werkzeug- plattform fällt herunter, große Verlet- zungsgefahr	keine Wir- kung
...Reaktion	keine möglich	keine möglich	keine möglich	keine möglich	keine möglich	keine möglich

Tabelle 3.14: Mögliche Fehlerzustände, Wirkungen und Reaktionen für den Prozess des handgehaltenen robotischen Bohrens. 'TP' steht für Werkzeugplattform.

Für den Fall, dass die Kräfte, die vom Bearbeitungswerkzeug auf den Knochen des Patienten ausgeübt werden, so groß werden, dass eine Verletzung des Patienten oder eine Beschädigung des Werkzeugs bzw. des handgehaltenen Roboters auftreten würde, ist eine geeignete Abrissvorrichtung z.B. in Form einer Magnetkupplung zwischen Fräser bzw. Fräserantrieb und Werkzeugplattform vorzusehen.

### 3.5.13 Sonstiges

Für den Betrieb und Einsatz eines handgehaltenen Roboters in einem medizinisch-chirurgischen Umfeld gelten eine Reihe weiterer Spezifikationen, die aus der Diskussion mit potenziellen Anwendern und aus Vorschriften für den Einsatz im OP stammen.

#### 3.5.13.1 elektrische Eigenschaften

Für die elektrischen Eigenschaften des Gerätes gilt generell die VDE 0752 „Grundsätzliche Aspekte der Sicherheit elektrischer Einrichtungen in medizinischer Anwendung“ [12]. Diese macht Vorschriften über Erdungswiderstände und Isolation Spannungsführender Teile. Zusätzlich existieren hier Vorschriften über Erdungspotenziale, Isolation von OP-Stromnetzen gegen andere Netze der Klinik und allgemeine Sicherheits- und Konstruktionshinweise. Sowohl primärseitig als auch auf der

Niederspannungsseite des handgehaltenen Roboters ist zusätzlich die DIN EN 61000 „Elektromagnetische Verträglichkeit“ einzuhalten.

Es erscheint nicht sinnvoll, für einen routinemäßigen Einsatz eine Notstromversorgung vorzusehen, da Operationssäle üblicherweise an eine Notstromversorgung angeschlossen sind.

#### **3.5.13.2 Medizinproduktegesetz**

Bei der Weiterentwicklung des handgehaltenen Roboters zu einem Medizinprodukt müssen entsprechend des Medizinproduktegesetzes (MPG) und der Medizinproduktebetreiberverordnung (MPBetreibV) die folgenden Normen herangezogen werden:

- DIN EN 60601-1: „Medizinische elektrische Geräte: Allgemeine Festlegungen für die Sicherheit“
- DIN EN 60601-1-1: „Medizinische elektrische Geräte: Allgemeine Festlegungen für die Sicherheit; Ergänzungsnorm: Festlegungen für die Sicherheit von elektrischen medizinischen Systemen“
- DIN EN 60601-1-2 „Medizinische elektrische Geräte: Allgemeine Festlegungen für die Sicherheit; Ergänzungsnorm: Elektromagnetische Verträglichkeit - Anforderungen und Prüfungen“
- DIN EN 61000-Reihe „Elektromagnetische Verträglichkeit“
- DIN EN 62304: „Medizingeräte-Software: Software-Lebenszyklus-Prozesse“
- DIN EN ISO 14971: „Medizinprodukte: Anwendung des Risikomanagements auf Medizinprodukte,“
- DIN EN ISO 10993-1 „Biologische Beurteilung von Medizinprodukten, Teil 1: Beurteilung von Prüfungen“

#### **3.5.13.3 Kühlung des Gerätes**

Für den Einsatz direkt neben oder über dem Patienten gilt, dass das Gerät so wenig wie möglich den sog. *Laminar Airflow* im Operationssaal stören darf. Dies bedeutet, dass dort keine Lüfter oder sonstige die Luft bewegendende Elemente eingesetzt werden dürfen, welche die keimfreie Luftströmung über dem Operationstisch negativ beeinflussen könnten [125]. Die im Gerät entstehende Abwärme der Antriebsmotoren und deren Endstufen muss abgeführt werden. Sollte dies nicht über Konvektion über das Gehäuse möglich sein, muss die Wärme mit Hilfe einer Fluidkühlung transportiert und außerhalb des Laminar Airflow an die Umgebungsluft oder das Klimatisierungssystem der Klinik abgegeben werden.

#### **3.5.13.4 Kühlung des Bearbeitungsvorganges, Spülung des Situs**

Fuchsberger [39] betont, dass bei der spanenden Bearbeitung von Knochen Temperaturen entstehen können, die zu einer Koagulierung von Eiweiß im Gewebe führen. Um dies zu vermeiden, muss der Situs bzw. das Bohrloch mit isotonischer Kochsalzlösung gespült werden. Am handgehaltenen Roboter sind daher ein Spülrohr und eine Sprühvorrichtung vorzusehen, die an eine handelsübliche chirurgische Spülpumpe angeschlossen werden. Gleichzeitig ist aus hygienischen Gründen dafür zu Sorge zu tragen, dass die Spüllösung nicht vom rotierenden Bearbeitungswerkzeug im Operationssaal verteilt wird [94].

#### **3.5.13.5 Beleuchtung des Situs**

Da der handgehaltene Roboter wie oben beschrieben (Abb. 3.3) von oben auf den Situs gerichtet wird, kommt es zu einer Verschattung der OP-Beleuchtung in diesem Bereich. Um diesen Effekt zu verringern müssen am Gehäuse Beleuchtungskörper vorgesehen werden, die den Situs in geeigneter Weise beleuchten.

Abs.	Spezifikation	Begründung	Wert
	Aufgabe: Fräsen bzw. Bohren von Löchern in Knochen (Pedikel von Wirbelkörpern)	Ziel des Projekts	$\varnothing 5\text{mm}$ , 50mm tief
3.5.1	Räumliche Beweglichkeit	Störbewegungen aus der Hand des Bedieners und Patienten-induzierte Störbewegungen sind freie räumliche Bewegungen mit sechs Freiheitsgraden.	6 Freiheitsgrade
3.5.2	Größe des Arbeitsraumes	Die Amplituden der Störgrößen Drift (8mm/s) und Atmen (7.5mm) addieren sich zum Vorschub des Bearbeitungswerkzeuges und der ungefähren Größe des Situs.	Zylinder $\varnothing 55 \times 43\text{mm}$ bzw. Würfel $40 \times 40 \times 40\text{mm}$
3.5.3	Geschwindigkeit und Beschleunigung des TCP im Arbeitsraum	Max. Geschwindigkeit und Beschleunigung der Störgrößen und Sicherheitszuschlag von 100%	$200\text{mm/s}$ , $6\text{m/s}^2$
3.5.4	Gewicht	Vergleich mit DIN, experimentelle Ergebnisse [36] und Herstellerdaten von Akkuschraubern	$\leq 3000\text{g}$
3.5.5	Abmaße	Sichtbarkeit des Situs, Länge ist nahezu beliebig	$\varnothing 250 \times 500\text{mm}$ , vorderes Ende möglichst kegelig
3.5.6	Genauigkeit des Bearbeitungsprozess	Geometrische Betrachtung, der den Pedikel als Zylinder auffasst, in dem die Schraube zu liegen kommen muss.	max. $\pm 3.9\text{mm}$ Achsversatz oder $\pm 4.5^\circ$ Winkelversatz
3.5.7	Genauigkeit des handgehaltenen Roboters	Untersuchung der Genauigkeitskette, worst-case-Betrachtung, Vergleich mit anderen orthopädischen Robotern.	$\pm 0.5\text{mm}$ , $\pm 1^\circ$
3.5.8	Anforderungen an die externe Sensorik	Untersuchung der Genauigkeitskette, Regelungstechnische Grundlagen, Anforderungen aus dem medizinischen Umfeld	Trackingvolumen als Zylinder mit $\varnothing 100 \times 50\text{cm}$ , 3- $\sigma$ -Genauigkeit 0.1mm, 1ms Latenz.
3.5.9	Kräfte und Momente am TCP	Literatur-Recherche, Werkzeuggeometrie, Schnittparameter	20N in allen Raumrichtungen, 0.8Nm um die z-Achse, 1Nm um x- und y-Achse
3.5.10	Störgrößen, -amplituden und -Frequenzen	Betrachtung der geometrischen Störungen wie Tremor, Drift, Atmen und der Kraftwirkungen (Bearbeitungskraft, Querkraft, Drehmomente, Vibrationen)	4–5Hz, 2.5mm, 12Hz, 1.0mm, Kräfte: 20N in allen Richtungen, Momente: 0.8Nm in z-Richtung, 1Nm in x- und y-Richtung
3.5.11	Sterilisierbarkeit	Untersuchung verschiedener Sterilisierungsprozesse, Werkstoff- und Systemeigenschaften	Elektronikteil EO-stabil ( $55^\circ\text{C}$ , 100mbar abs., IP66) oder steril abdeckbar. Patienteneingriffsteil Dampfsterilisierbar.
3.5.12	Sicherheitseinrichtungen	Diskussion mit Anwendern und Entwicklern, DIN Normen, VDE-Normen, MPG, MPBetreibV	siehe Text
3.5.13	Sonstiges	Diskussion mit Anwendern und Entwicklern	siehe Text

Tabelle 3.15: Zusammenfassung der Spezifikationen

### 3.5.13.6 Modularität der Konstruktion

Für eine spätere Realisierung für den routinemäßigen klinischen Einsatz erscheint es aus konstruktiven und zulassungsspezifischen Gründen sinnvoll den Aufbau so modular wie möglich zu gestalten. Somit kann gewährleistet werden, dass große Teile für weitere medizinische Indikationen eingesetzt werden können und die entsprechend nötigen Zertifizierungen leichter zu erreichen sind.

### 3.5.14 Design

Für den späteren Einsatz soll auf ein ansprechendes, den Innovationsgehalt der Idee unterstreichendes Design des Gehäuses und der übrigen Systemkomponenten geachtet werden.

sectionZusammenfassung Tabelle 3.15 bietet eine Zusammenfassung der oben erarbeiteten Spezifikationen des handgehaltenen Roboters.

## 3.6 Diskussion der Spezifikationen

Die beschriebenen Spezifikationen beziehen sich auf den Einsatz eines handgehaltenen Roboters in der orthopädischen Chirurgie für das Bohren von Löchern zur Implantation von Pedikelschrauben. Für alternative Anwendungen in der orthopädischen Chirurgie oder weiteren medizinischen Disziplinen kann es sinnvoll sein, die Spezifikationen anzupassen. Auch stellt ein ebenfalls denkbarer handwerklicher oder industrieller Einsatz weniger große Anforderungen an die Sterilisierbarkeit,

dafür u.U. größere Ansprüche an Kräfte und Wartungsfreiheit. Dies soll hier jedoch nicht weiter betrachtet werden.

Die Spezifikationen werden zum größten Teil aus Literaturrecherchen abgeleitet. Dieses Vorgehen erscheint sinnvoll, da zu den meisten Fragestellungen bereits Vorarbeiten anderer Wissenschaftler existieren, welche für die vorliegende Arbeit herangezogen werden können. Auf eine experimentelle Überprüfung dieser Angaben kann nach dem Studium der jeweiligen Methoden und auf Grund des Vergleichs mit ähnlichen Arbeiten verzichtet werden.

Für die formulierten Spezifikationen ist jedoch zu beachten, dass eine Reihe von Annahmen auf Durchschnittswerten basieren, bei denen die Streuweite des untersuchten Patientenkollektivs recht breit ausfallen kann. Als Beispiel sei hier die Streuung der Pedikelbreite in der lumbalen Wirbelsäule von  $14 \pm 3\text{mm}$  also  $\pm 21\%$  [77] betrachtet. Bei der Festlegung der Genauigkeitsanforderung wurde von einem Durchschnitts-Pedikel ausgegangen, für kleinere Pedikel wird die Maschine nicht geeignet sein. Es kann somit nicht sichergestellt sein, dass ein handgehaltener Roboter, der nach den hier spezifizierten Vorgaben realisiert wird, für alle Patienten der genannten Indikation geeignet sein wird und beispielsweise die Größe der zu bearbeitenden knöchernen Struktur eine Kontraindikation darstellen kann. Solche Überlegungen sind in die Planung einer Operation mit dem handgehaltenen Roboter mit einzubeziehen. Auch werden die Störgrößen als Sinusschwingungen angenommen, was nicht genau der Realität entspricht. Jedoch wäre eine genauere Modellierung dieser Größen mit weiteren Annahmen und resultierenden Ungenauigkeiten behaftet, die ein solches Vorgehen nicht rechtfertigten.

Besonders die geforderte Genauigkeit für das Komplettsystem ist mit einer Reihe von unbekannten oder ungenau bekannten Größen behaftet, so dass diese Anforderung mit besonderer Aufmerksamkeit für den weiteren Entwicklungsprozess verfolgt werden muss. Die oben genannten Spezifikationen legen u.a. die Größe und Ausformung des Arbeitsraums, in dem sich der TCP bewegen können soll, und die Baugröße der Maschine selbst, die vom Operateur in der Hand gehalten wird, fest. Aus diesem Grund erscheint das Verhältnis von Arbeitsraum und Bauraum der Kinematik, auf der ein zu realisierender handgehaltener Roboter beruht, besonders wichtig. Das Arbeitsraum-Bauraum-Verhältnis legt fest, wie groß eine auf einer bestimmten Kinematik und ihrer spezifischen Ausführung basierenden Maschine mindestens wird. Von Größe, Gewicht und Praktikabilität des handgehaltenen Roboters wiederum hängt die Machbarkeit eines solchen Vorhabens maßgeblich ab.



# Kapitel 4

## Die Epizaktor-Kinematik

Der folgende Abschnitt befasst sich mit dem kinematischen Prinzip des Epizaktors. Dieses realisiert die translatorische Verschiebung eines Anlenkpunktes in einer Ebene und benutzt dazu ausschließlich drehende Bewegungen. In Abschnitt 4.1 soll dieses Prinzip genauer vorgestellt und in Abschnitt 4.2 die Singularitätsproblematik untersucht werden. In Abschnitt 4.3 soll das ebene 2-DOF-Epizaktor-Prinzip systematisch auf sechs Freiheitsgrade erweitert werden. In Abschnitt 4.4 wird für jede der identifizierten 6-DOF-Epizaktor-Varianten die Lösung des direkten und inversen kinematischen Problems präsentiert. Das für die weiteren Simulationen nötige dynamische Modell wird in Abschnitt 4.5 erarbeitet. In Abschnitt 4.6 wird für die günstigste 6-DOF-Epizaktor-Kinematik eine Singularitätsvermeidung in Form eines singularitätsrobusten Reglerkonzepts vorgestellt, simuliert und mit einer herkömmlichen Achsenregelung verglichen. Die ermittelten Varianten der 6-DOF-Epizaktor-Kinematik sollen in Abschnitt 4.7 anhand einer Reihe von Kriterien miteinander und im Hinblick auf das Ziel verglichen werden, eine für den Einsatz in einem handgehaltenen Roboter optimale Epizaktor-Kinematik zu bestimmen. In Abschnitt 4.8 werden die Ergebnisse diskutiert.

Als „Epizaktor“ werden hier Kinematiken bezeichnet, die Bewegungen mit zwei oder mehreren Freiheitsgraden erzeugen können und sich dazu ausschließlich der Drehbewegungen von Systemen aus zwei bzw. drei planar angeordneten Scheiben mit parallelen Drehachsen bedienen. Es ist also möglich, einen Anlenkpunkt in zwei orthogonalen Achsen zu verschieben. Abb. 4.1 zeigt das zugrunde liegende Schema für ein 2-DOF-System. Das Kunstwort setzt sich aus den Teilen „EPIZyklisches Getriebe“ und „AKTOR“ zusammen [116].

### 4.1 Das kinematische Prinzip in einer Ebene

Ein Scheibensystem (Abb. 4.1) kann zwei Freiheitsgrade in der Ebene realisieren und besteht aus umschließendem Gehäuse (1), großer Scheibe (2) und kleiner Scheibe (3). Am Anlenkpunkt  $P$  (4) ist das zu bewegende Element befestigt. Große und kleine Scheibe können unabhängig voneinander (motorisch) verdreht werden. Der Abstand des Anlenkpunktes  $P$  von der Drehachse  $O'$  der kleinen Scheibe (3) entspricht dem Abstand der Drehachsen beider Scheiben, daher kann der Anlenkpunkt (4) jeden Punkt mit dem Abstand  $2r$  von der Drehachse  $O$  der großen Scheibe (2) erreichen. Der Drehfreiheitsgrad des Anlenkpunktes ist abhängig von der Verdrehung der Scheiben. Wird der Anlenkpunkt zusätzlich separat verdreht, entsteht ein Scheibensystem mit drei DOF.

Konstruktiv wird die Verdrehung der kleinen Scheibe über einen innen verzahnten Ring erreicht, der coaxial mit der großen Scheibe rotieren kann und in dessen innerer Verzahnung die innere Scheibe kämmt. Der Ring selber kann auf die gleiche Weise wie die äußere Scheibe aktuiert werden. Diese Anordnung ermöglicht es, die Antriebe gehäusefest zu montieren. Es ist möglich, dem Anlenkpunkt einen dritten (Dreh-) Freiheitsgrad zu ermöglichen, indem über ein zusätzliches Zahnringgetriebe der Anlenkpunkt verdreht wird.

### 4.2 Singularitäten

Problematisch für eine praktische Realisierung sind die Singularitäten in der Mitte sowie am Rand des Arbeitsraumes. Eine Singularität ist im Allgemeinen dann erreicht, wenn die Übersetzungsfaktoren zwischen Antriebs- und Abtriebsgrößen in einer bestimmten Richtung gegen null oder gegen

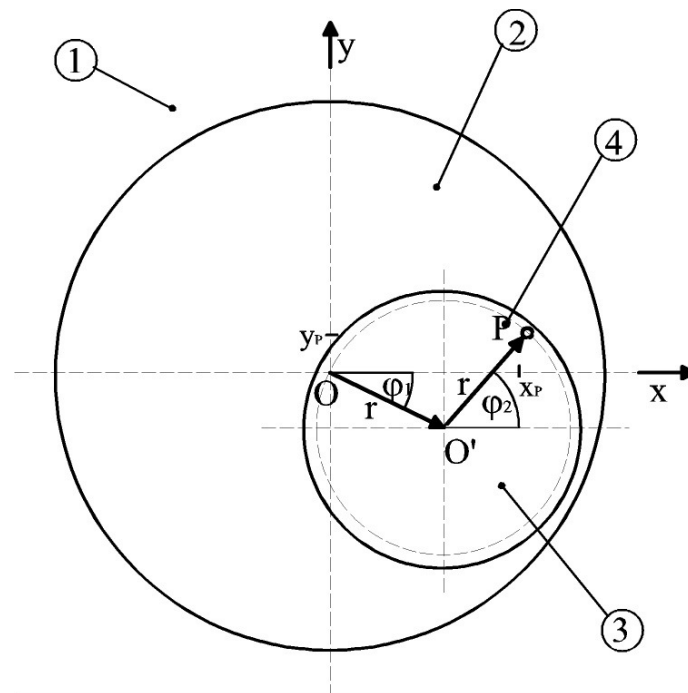


Abbildung 4.1: Schema eines 2-DOF Epizaktors. (1) feststehendes Gehäuse, (2) große Scheibe, (3) kleine Scheibe, (4) Anlenkpunkt. Der Abstand der Drehachsen der Scheiben durch  $O$  bzw.  $O'$  ist so groß wie der Abstand von  $O'$  nach  $P$ . Somit kann  $P$  jede Position auf einem Kreis mit Radius  $2r$  um  $O$  erreichen

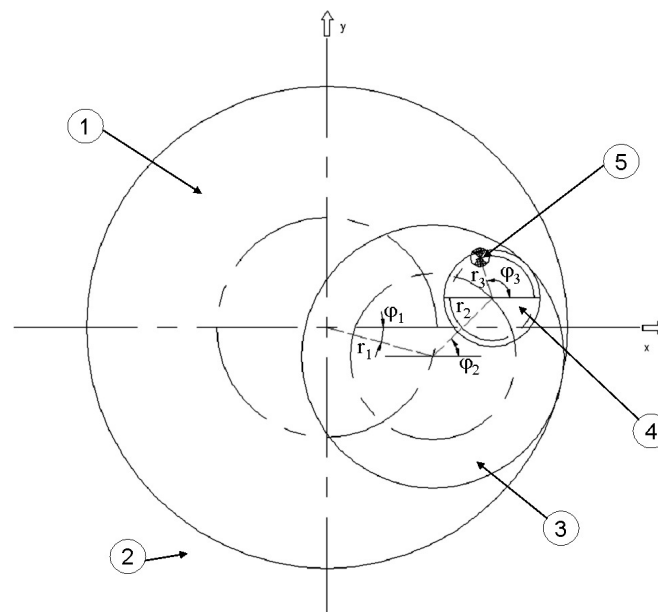


Abbildung 4.2: 3-Scheiben-System mit Singularitäts-Kompensation. 1) Chassis, 2) große Scheibe, 3) mittlere Scheibe, 4) kleine Scheibe, 5) Anlenkpunkt

unendlich streben. Unterschieden werden dabei zwei Fälle, so genannte Singularitäten der ersten (Strecklage) und der zweiten Art (Klemmlage) [133]. Eine Singularität der ersten Art ist dadurch definiert, dass die Determinante der Jacobimatrix null wird. Damit werden die Transformationsgleichungen der Gelenkgeschwindigkeiten auf die Werkzeuggeschwindigkeiten linear abhängig und beim Lösen dieser Gleichungen bleibt mindestens ein frei wählbarer Parameter übrig.

Der umgekehrte Fall, das Verschwinden der Determinante der Inversen der Jacobimatrix, beschreibt eine Singularität der zweiten Art. Die Transformation der Geschwindigkeiten am Werkzeug in die Antriebsgeschwindigkeiten wird in diesem Fall linear abhängig, die inverse Kinematik ist also nicht mehr eindeutig definiert. Es gibt nun Bewegungsrichtungen des Werkzeuges, die in keinem der Antriebe eine Geschwindigkeit hervorrufen, sodass die Steifigkeit des Mechanismus in dieser Richtung gegen null geht und er sich frei bewegen lässt. In der Nähe von Singularitäten verursachen Bewegungen in der singulären Richtung nur sehr kleine Bewegungen der Antriebe, damit aber auch sehr große Kräfte, die bis zum Unendlichen reichen und damit den Mechanismus zerstören können [48].

Die Singularität am Rand des Arbeitsraumes eines Scheibensystems ist die *Streckstellung* der Scheiben bei einer Bewegungsrichtung vom Zentrum des Aufbaus in radialer Richtung und ist zu umgehen, indem zum Rand des Arbeitsraumes ein Mindestabstand eingehalten wird. Bei den folgenden kinematischen Simulationen liegt dieser Mindestabstand bei  $3\text{mm}$ . Die Vorgehensweise orientiert sich hierbei an [150] und vergrößert das Scheibensystem nur unwesentlich.

Die Singularität in der Mitte des Arbeitsraumes hingegen ist nicht einfach vermeidbar, da dieser Bereich ständig angefahren werden muss. Zur Vermeidung dieser wird eine zusätzliche, dritte, Scheibe so montiert und eingesetzt, dass durch diese entstandene Redundanz und mit Hilfe eines entsprechenden, singularitätsrobusten Reglergesetzes eine Umgehung der singulären Lagen möglich wird (Abb. 4.2). Der Antrieb der mittleren Scheibe sowie der inneren Scheibe erfolgt wie oben beschrieben über Zahnringe. Dieser zusätzliche Konstruktionsaufwand scheint gerechtfertigt, da die Funktion des Scheibensystems singularitätsfrei wird und die Baugröße eines Scheibensystems nur geringfügig vergrößert wird. Ein solches singularitätsfreies Scheibensystem soll hier als *nonsingu-*System bezeichnet werden.

### 4.3 Räumliche Konfigurationen von Epizaktoren

Eine sinnvolle räumliche Anordnung von 2-DOF-Scheibensystemen führt zu Kinematiken mit mehr als zwei Freiheitsgraden. Im Folgenden soll untersucht werden, wie Scheibensysteme angeordnet werden können, um ein Verbindungselement im Raum zu bewegen. An diesem Verbindungselement wird – vergleichbar mit der Werkzeugplattform einer Parallelkinematik – das Bearbeitungswerkzeug montiert. Das Verbindungselement ist bei den vorgestellten Epizaktor-Konfigurationen starr.

#### 4.3.1 Vorgehensweise

Auf die Funktionalität einer 6-DOF-Epizaktor-Kinematik haben vor allem die Gelenke, mit denen das Verbindungselement an den Anlenkpunkten der Scheibensysteme befestigt wird, Einfluss. Zur systematischen Ermittlung werden zunächst die Gelenke nach Anzahl ihrer Freiheitsgrade klassifiziert und in Tab. 4.1 zusammengefasst. Eine übersichtliche Zusammenstellung von Gelenktypen im Allgemeinen und besonders für parallelkinematische Werkzeugmaschinen liefert [100].

In einem weiteren Schritt werden die möglichen räumlichen Anordnungen der Scheibensysteme untersucht. Diese erfolgt in den drei räumlichen Ebenen, wobei Konfigurationen, die sich durch Vertauschen von Koordinatenachsen oder -ebenen ergeben, ignoriert werden. Auch werden nur „sinnvolle“ Gelenkkonfigurationen, d.h. solche, die nicht prinzipiell zu freien, d.h. nicht steuerbaren Freiheitsgraden des Verbindungselementes führen, weiter ausgewertet.

Die identifizierten Kinematiken werden mit der Grübler-Formel [44] (Gl. 4.1) untersucht und tabellarisch zusammengefasst.

$$f = T(l - n - 1) + \sum_{i=1}^n d_i \quad (4.1)$$

$T$	Typ des Getriebes, 6 für räumliche Getriebe, 3 für sphärische oder ebene Getriebe
$l$	Anzahl der Körper, inkl. der Basiskörper
$n$	Anzahl der Gelenke



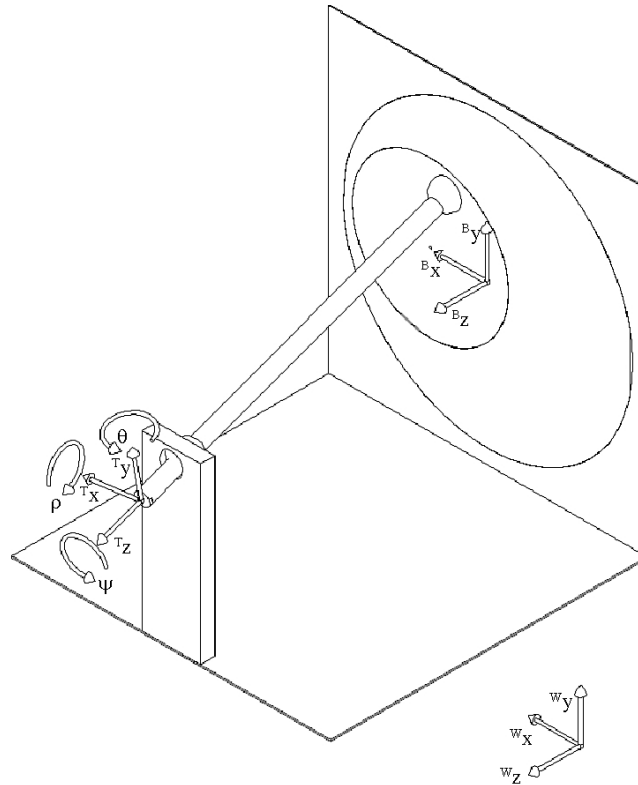


Abbildung 4.3: Bezeichnung und Lage der Koordinatensysteme am Beispiel des Epizaktors der Variante 2-DOF-2.  $\{T\}$  steht für das Werkzeugkoordinatensystem,  $\{B\}$  für das Basiskoordinatensystem und  $\{W\}$  für das Weltkoordinatensystem.

$d_i$	Anzahl der Freiheitsgrade pro Gelenk $i$
$f$	Anzahl der Freiheitsgrade des Mechanismus

Zu beachten ist, dass ein Epizaktor-Scheibensystem zu einem planaren Gelenk mit zwei Freiheitsgraden (Verschiebung in  $x$ - und  $y$ -Richtung des Scheibensystems) zusammengefasst werden kann. Dieses wird als ein kinematisches Element gezählt. Die Nummerierung der Kinematiken erfolgt in der Reihenfolge der Aufnahme in die Auswertetabelle.

### 4.3.2 Koordinaten-Achsen, Winkel- und Begriffsdefinitionen

Per Definition liegt das erste Scheibensystem in der  $xy$ -Ebene des Basiskoordinatensystems und entsprechend einem rechtshändigen Koordinatensystem wird die  $z$ -Achse aufgespannt. Das Werkzeugkoordinatensystem ist im  $TCP$  definiert. Abb. 4.3 verdeutlicht die Lage der Koordinatensysteme beispielhaft anhand der Variante 2-DOF-2.

$\rho$	bezeichnet die Verdrehung des Werkzeugkoordinatensystems um die $x$ -Achse.
$\theta$	bezeichnet die Verdrehung des Werkzeugkoordinatensystems um die $y$ -Achse.
$\psi$	bezeichnet die Verdrehung des Werkzeugkoordinatensystems um die $z$ -Achse.

Als „Scheibensystem“ wird eine Anordnung aus umhüllendem Gehäuse, großer und kleiner Scheibe, Anlenkpunkt (Gelenk) und Antrieben (Abbn. 4.1 und 4.2) bezeichnet.

Das „Verbindungselement“ ist das von den Scheibensystemen im Raum bewegte starre kinematische Element, an dem der  $TCP$  definiert ist.

Als „Werkzeugplattform“ wird das kinematische Element bezeichnet, das von Stützen, die ihrerseits von den Scheibensystemen bewegt werden, angelenkt wird.










Gelenktyp	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Abb.									
Anzahl DOF gesamt	0	1	1	2	2	3	4	3	3
Anzahl DOF rotatorisch	0	1	0	1	2	3	3	2	2
Anzahl DOF translatorisch	0	0	1	1	0	0	1	1	1
Beschreibung	feste Einspannung	Gabelgelenk	Linearführung	Schub-Dreh-Gelenk	Kardangelenk	Kugelgelenk	Kugel-Schubgelenk	Gleichlaufgelenk mit Keilprofil innen	Gleichlaufgelenk mit Innengewinde

Tabelle 4.1: Übersicht über Gelenktypen. Die Varianten B und E bis I, finden Einsatz bei 6-DOF-Epizaktoren.

### 4.3.3 Gelenke

Die Definition der Gelenktypen ist in Tab. 4.1 zusammengefasst. Die Tabelle ist der umfangreichen Übersicht von Gelenkklassifizierungen, die Otremba zusammengestellt hat, entlehnt [100].

### 4.3.4 Epizaktoren mit zwei Freiheitsgraden

Tabelle 4.2 fasst Epizaktoren mit zwei Freiheitsgraden zusammen.

Es existieren drei Konfigurationen ohne freie Freiheitsgrade, d.h. Bewegungsrichtungen, auf die kein Einfluss genommen werden kann. Für die Variante 2-DOF-1 ist das Konfiguration 1.1, bei welcher der *TCP* im Anlenkpunkt selbst definiert ist, da hier eine feste Einspannung (Tabelle 4.1, Gelenktyp A) vorliegt. Mit der Grübler-Formel (Gl. 4.1) wird hier gezeigt, dass der Anlenkpunkt eines Epizaktor-Scheibensystems 2 DOF besitzt.

Für die Variante 2-DOF-2 wurden zwei Konfigurationen identifiziert, die keine freien Freiheitsgrade besitzen. Bei Konfiguration 2.1 ist der Verdrehwinkel um die Längsachse des Verbindungselementes konstant, bei Konfiguration 2.3 dreht sich das Verbindungselement mit.

#### 4.3.4.0.1 Variante 2-DOF-1, Konfiguration 1.1

*T*: ebenes Getriebe: 3  
*l*: Basis, große Scheibe, kleine Scheibe: 3  
*n*: 2 Drehachsen: 2  
*d*<sub>1</sub>, *d*<sub>2</sub>: Typ B (Gabelgelenk): 1 DOF

$$f = T(l - n - 1) + \sum_{i=1}^n d_i = 3(3 - 2 - 1) + 1 + 1 = 2 \quad (4.2)$$

#### 4.3.4.0.2 Variante 2-DOF-1, Konfiguration 2.1 bzw. 2.3

*T*: ebenes Getriebe: 3  
*l*: Basis, Verbindungselement, ein Scheibensystem: 3  
*n*: ein Scheibensystem, 2 Gelenke: 3  
*d*<sub>1</sub>, *d*<sub>2</sub>: Scheibensystem: 2 DOF, *d*<sub>2</sub>: Typ E (Kardangelenk): 2 DOF, *d*<sub>3</sub>: Typ G (Kugelschubgelenk): 4 DOF

$$f = T(l - n - 1) + \sum_{i=1}^n d_i = 6(3 - 3 - 1) + 2 + 2 + 4 = 2 \quad (4.3)$$

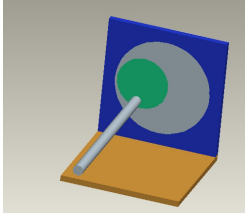
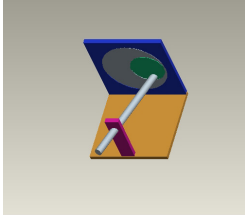
Lfd. Nr.	Variante	Gelenk-Konfiguration	Angetriebene DOF	Freie DOF	Erzwungene DOF
1.1	2-DOF-1: ein 2-DOF-Scheibensystem 	Typ A	$x, y$	keine	$\psi$ dreht mit, $\rho, \theta, z = 0$
1.2		Typ B	$x, y$	$\psi$	$\rho, \theta, z = 0$
1.3		Typ C	$x, y$	$z$	$\psi$ dreht mit, $\rho, \theta = 0$
1.4		Typ D	$x, y$	$z, \psi$	$\rho, \theta$
2.1	2-DOF-2: ein 2-DOF-Scheibensystem; ein Lagerklotz 	Scheibe: Typ G; Klotz: Typ E	$\rho, \theta$	keine	$x, y, z, \psi = \text{const}$
2.2		Scheibe: Typ F; Klotz: Typ G	$\rho, \theta$	$\psi$	$x, y, z$
2.3		Scheibe: Typ E; Klotz: Typ G	$\rho, \theta$	keine	$x, y, z, \psi$ dreht mit
2.4		Scheibe: Typ G; Klotz: Typ G	$\rho, \theta$	$z, \psi$	$x, y$

Tabelle 4.2: Epizaktoren mit 2 DOF

### 4.3.5 Epizaktoren mit drei Freiheitsgraden

Tabelle 4.3 fasst die Epizaktoren mit drei Freiheitsgraden zusammen.

Hier wird jeweils ein Scheibensystem mit drei Freiheitsgraden, d.h. mit aktiv verdrehbaren Anlenkpunkt, eingesetzt. Es existiert eine Reihe von sinnvollen Konfigurationen ohne freie Freiheitsgrade. Für Variante 3-DOF-1 gilt analog zu Variante 2-DOF-1, dass ein im Anlenkpunkt definierter *TCP* in zwei Raumrichtungen verschoben, jedoch zusätzlich seine Orientierung kontrolliert werden kann (Konfiguration 3.1).

Bei Variante 3-DOF-2 existieren drei Konfigurationen ohne freie Freiheitsgrade. Bei Konfiguration 3.1 ist die Verschiebung und Verdrehung des *TCP*-Koordinatensystems steuerbar, bei Konfiguration 4.1 ist die Orientierung des *TCP*-Koordinatensystems steuerbar, bei Konfiguration 4.3. die Richtung des *TCP*-Koordinatensystems sowie die Verschiebung in Achsrichtung des Verbindungselementes.

#### 4.3.5.0.3 Variante 3-DOF-1, Konfiguration 3.1

$T$ : ebenes Getriebe: 3  
 $l$ : Basis, große Scheibe, kleine Scheibe, Anlenkpunkt: 4  
 $n$ : 3 Drehachsen: 3  
 $d_1, d_2, d_3$ : Typ B (Gabelgelenk): 1 DOF

$$f = T(l - n - 1) + \sum_{i=1}^n d_i = 3(4 - 3 - 1) + 1 + 1 + 1 = 3 \quad (4.4)$$

#### 4.3.5.0.4 Variante 3-DOF-2, Konfiguration 4.1

$T$ : räumliches Getriebe: 6  
 $l$ : Basis, Verbindungselement, ein Scheibensystem: 3  
 $n$ : ein Scheibensystem, 2 Gelenke: 3  
 $d_1$ : Scheibensystem: 2 DOF  
 $d_2$ : Typ E (Kardangelenke): 2 DOF  
 $d_3$ : Typ G (Kugelschubgelenk): 4 DOF

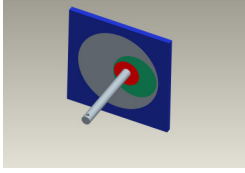
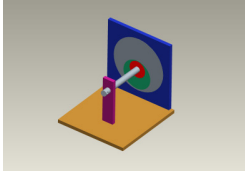
Lfd. Nr.	Variante	Gelenk-Konfiguration	Angetriebene DOF	Freie DOF	Erzwungene DOF
3.1	3-DOF-1: ein 3-DOF-Scheibensystem 	Typ A	$x, y, \psi$	keine	$\rho, \theta, z = 0$
3.2		Typ C	$x, y, \psi$	$z$	$\rho, \theta = 0$
3.3		Typ E	$x, y, \psi$	$\rho, \theta$	$z$ abhängig von $\rho$ und $\theta$
4.1	3-DOF-2: ein 3-DOF-Scheibensystem, ein Lagerklotz $z$ 	Scheibe: Typ E; Klotz: Typ G	$\rho, \theta, \psi$	keine	$x, y, z$
4.2		Scheibe: Typ H; Klotz: Typ G	$\rho, \theta, \psi$	$z$	$x, y$
4.3		Scheibe: Typ H; Klotz: Typ I	$\rho, \theta, z$	keine	$x, y, \psi$ dreht mit

Tabelle 4.3: Epizaktoren mit 3 DOF

$$f = T(l - n - 1) + \sum_{i=1}^n d_i = 6(3 - 3 - 1) + 3 + 2 + 4 = 3 \quad (4.5)$$

#### 4.3.5.0.5 Variante 3-DOF-2, Konfiguration 4.3

$T$ : räumliches Getriebe: 6  
 $l$ : Basis, Verbindungselement, ein Scheibensystem: 3  
 $n$ : ein Scheibensystem, 2 Gelenke: 3  
 $d_1$ : Scheibensystem: 2 DOF  
 $d_2$ : Typ H (Gleichlaufgelenk mit Innenprofil): 3 DOF  
 $d_3$ : Typ I (Gleichlaufgelenk mit Innengewinde): 3 DOF

$$f = T(l - n - 1) + \sum_{i=1}^n d_i = 6(3 - 3 - 1) + 3 + 3 + 3 = 3 \quad (4.6)$$

#### 4.3.6 Epizaktoren mit vier Freiheitsgraden

Tabelle 4.4 fasst Epizaktoren mit vier Freiheitsgraden zusammen.

Es existieren zwei Varianten und insgesamt vier Konfigurationen mit sinnvollen Bewegungsfreiheitsgraden.

Variante 4-DOF-1 kann in Konfiguration 5.2 sowie 5.4 die Richtung sowie die Position des Verbindungselementes in jeweils zwei Koordinaten ansteuern. Die Verschiebungen in Richtung sowie um die Achse des Verbindungselementes sind jedoch nicht steuerbar. Variante 4 DOF 2 kann in den Konfigurationen 6.1 und 6.2 die räumliche Position des  $TCP$  sowie einen Verdrehwinkel ansteuern.

#### 4.3.6.0.6 Variante 4-DOF-1, Konfiguration 5.2 bzw. 5.4

$T$ : räumliches Getriebe: 6  
 $l$ : Basis, Verbindungselement, 2 Scheibensysteme: 4  
 $n$ : 2 Scheibensysteme, 2 Gelenke: 4  
 $d_1, d_2$ : (Scheibensysteme) 2 DOF  
 $d_3$ : Typ E (Kardangelenke): 2 DOF  
 $d_3$ : Typ G (Kugelschubgelenk): 4 DOF

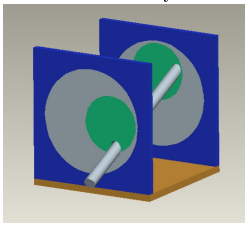
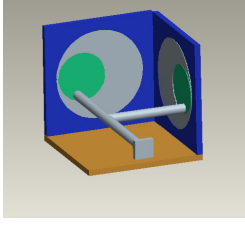
Lfd. Nr.	Variante	Gelenk-Konfiguration	Angetriebene DOF	Freie DOF	Erzwungene DOF
5.1	4-DOF-1: zwei parallele 2-DOF-Scheibensysteme 	Scheibe 1: Typ G; Scheibe 2: Typ G	$x, y, \rho, \theta$	$z, \psi$	$\rho, \theta, z = 0$
5.2		Scheibe 1: Typ E; Scheibe 2: Typ G	$x, y, \rho, \theta$	keine	keine
5.3		Scheibe 1: Typ F; Scheibe 2: Typ G	$x, y, \rho, \theta$	$\psi$	$\psi, z$
5.4		Scheibe 1: Typ G; Scheibe 2: Typ E	$x, y, \rho, \theta$	keine	$z, \psi$
5.5		Scheibe 1: Typ G; Scheibe 2: Typ F	$x, y, \rho, \theta$	$\psi$	$z$
6.1	4-DOF-2: zwei 2-DOF-Scheibensysteme an einer Kante senkrecht aufeinander stehend 	Scheibe 1: Typ D; Scheibe 2: Typ G	$x, y, \psi$	keine	$\rho, \theta = 0$
6.2		Scheibe 1: Typ G; Scheibe 2: Typ D	$x, y, z, \rho$	keine	$\theta, \psi = 0$
6.3		Scheibe 1: Typ G; gekoppelt; Scheibe 2: Typ F; gekoppelt	$x, y, \rho, \theta$ $z, \psi$	keine	Kopplungen
6.4		Scheibe 1: Typ G; gekoppelt; Scheibe 2: Typ G; gekoppelt	$x, y, \rho, \theta$ $z, \psi$	frei beweglich	Kopplungen

Tabelle 4.4: Epizaktoren mit 4 DOF

$$f = T(l - n - 1) + \sum_{i=1}^n d_i = 6(4 - 4 - 1) + 2 + 2 + 2 + 4 = 4 \quad (4.7)$$

#### 4.3.6.0.7 Variante 4-DOF-2, Konfiguration 6.2 bzw. 6.2

$T$ : räumliches Getriebe: 6  
 $l$ : Basis, Verbindungselement, 2 Scheibensysteme: 4  
 $n$ : 2 Scheibensysteme, 2 Gelenke: 4  
 $d_1, d_2$ : (Scheibensysteme) 2 DOF  
 $d_3$ : Typ D (rundes Gleitlager): 2 DOF  
 $d_3$ : Typ G (Kugelschubgelenk): 4 DOF

$$f = T(l - n - 1) + \sum_{i=1}^n d_i = 6(4 - 4 - 1) + 2 + 2 + 2 + 4 = 4 \quad (4.8)$$

### 4.3.7 Epizaktoren mit sechs Freiheitsgraden

Tabelle 4.5 gibt einen Überblick über die Epizaktor-Varianten mit sechs Freiheitsgraden.

Es konnten sieben verschiedene Varianten identifiziert werden. Diese können entsprechend der Anordnung der Scheibensysteme sowie der Ausführung des Verbindungselementes eingeordnet werden.

Die Varianten 6-DOF-1, -2, -3, -4 und -6 besitzen ein starres Verbindungselement, die Varianten 6-DOF-5 und -7 besitzen eine, den bekannten Parallelkinematiken [89] entlehnte Werkzeugplattform, die gelenkig mit Stützen und somit den Scheibensystemen verbunden ist.

Variante 6-DOF-6 besitzt eine Sonderstellung, da hier die Scheibensysteme über jeweils drei Freiheitsgrade verfügen und die Bewegung des Verbindungselementes u.a. über eine Gewindespindel erfolgt.

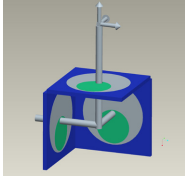
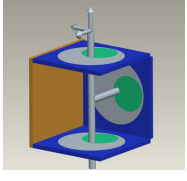
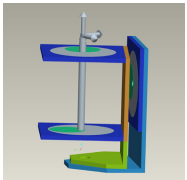
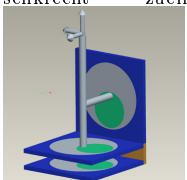

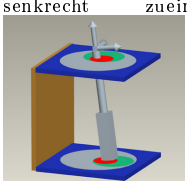
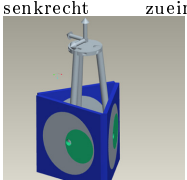
Lfd. Nr.	Variante	Gelenk-Konfiguration	Angetriebene DOF	Freie DOF	Erzwungene DOF
7.1	6-DOF-1: 3 2-DOF-Scheibensysteme senkrecht zueinander 	Scheibe 1: Typ G; Scheibe 2: Typ G; Scheibe 3: Typ G	$x, y, z, \rho, \theta, \psi$	keine	keine
8.1	6-DOF-1: 3 2-DOF-Scheibensysteme senkrecht zueinander 	Scheibe 1: Typ G; Scheibe 2: Typ G; Scheibe 3: Typ G	$x, y, z, \rho, \theta, \psi$	keine	keine
9.1	6-DOF-1: 3 2-DOF-Scheibensysteme senkrecht zueinander 	Scheibe 1: Typ G; Scheibe 2: Typ G; Scheibe 3: Typ G	$x, y, z, \rho, \theta, \psi$	keine	keine
10.1	6-DOF-1: 3 2-DOF-Scheibensysteme senkrecht zueinander 	Scheibe 1: Typ G; Scheibe 2: Typ G; Scheibe 3: Typ G	$x, y, z, \rho, \theta, \psi$	keine	keine
11.1	6-DOF-1: 3 2-DOF-Scheibensysteme senkrecht zueinander 	Scheibe 1: Typ G; Scheibe 2: Typ G; Scheibe 3: Typ G	$x, y, z, \rho, \theta, \psi$	keine	keine
12.1	6-DOF-1: 3 2-DOF-Scheibensysteme senkrecht zueinander 	Scheibe 1: Typ G; Scheibe 2: Typ G; Scheibe 3: Typ G	$x, y, z, \rho, \theta, \psi$	keine	keine
13.1	6-DOF-1: 3 2-DOF-Scheibensysteme senkrecht zueinander 	Scheibe 1: Typ G; Scheibe 2: Typ G; Scheibe 3: Typ G	$x, y, z, \rho, \theta, \psi$	keine	keine

Tabelle 4.5: Epizaktoren mit 6 DOF

Variante 6-DOF-1 besteht aus drei senkrecht zueinander angeordneten Scheibensystemen, die jeweils über Kugelschubgelenke (Tabelle 4.1, Gelenktyp G) mit vier Freiheitsgraden das starre Verbindungselement anlenken. Der *TCP* befindet sich für die Berechnungen am Kreuzungspunkt der drei senkrecht zueinander angeordneten Achsen des Verbindungselementes.

Variante 6-DOF-2 und 6-DOF-4 können gemeinsam betrachtet werden. Zwei Scheibensysteme sind parallel zueinander angeordnet. Ein weiteres Scheibensystem liegt senkrecht dazu zwischen den parallelen Systemen (Variante 6-DOF-2) bzw. daneben (6-DOF-4). Das Verbindungselement besteht aus zwei starr und senkrecht verbundenen Achsen, von denen eine durch die zwei parallel angeordneten Scheibensysteme geht, der senkrechte Abzweig durch das dritte System. Das Verbindungselement ist mit Kugelschubgelenken (Tabelle 4.1, Gelenktyp G) angelenkt.

Variante 6-DOF-3 besitzt zwei parallel angeordnete Scheibensysteme, die das stangenförmige Verbindungselement bewegen. Diese zwei Systeme sind gemeinsam coaxial dreh- und axial verschiebbar (Tabelle 4.1, Gelenktyp D) auf einer Bühne gelagert, die von einem weiteren Scheibensystem in eben diesen Achsen bewegt wird. Das Verbindungselement ist in einem Scheibensystem mit einem Kardangelenke (Tabelle 4.1, Gelenktyp E), im anderen mit einem Kugelschubgelenk (Tabelle 4.1, Gelenktyp G) befestigt. Diese Variante wurde wie die Übrigen im Rahmen des Brainstormingprozess gefunden, im Nachhinein jedoch verworfen, da die Anordnung des Verbindungselementes auf einem der parallel angeordneten Scheibensysteme drehstarr um die Längsachse erfolgen muss, um Drehmomente übertragen zu können. Dies führt jedoch zu großen Verdrehungen des Verbindungselementes um die  $z$ -Achse, wenn eine Verstellung der übrigen Achsen erfolgt. Somit wäre eine volle 6-DOF-Funktionalität zwar theoretisch möglich, jedoch mit dem Epizaktor-Prinzip praktisch nicht umzusetzen.

Die Varianten 6-DOF-5 und 6-DOF-7 orientieren sich in ihrem Aufbau stärker an bekannten Parallelkinematiken [16]. Sie besitzen eine Werkzeugplattform, an der mit Hilfe von Gabelgelenken (Tabelle 4.1, Gelenktyp B) insgesamt drei Stützen befestigt sind. Jedes Scheibensystem besitzt ein Kugelgelenk (Tabelle 4.1, Gelenktyp F), um die Stützen anzusteuern. Bei Variante 6-DOF-5 sind die Scheibensysteme in Form eines gleichseitigen Dreiecks in einer Ebene angeordnet und bei Variante 6-DOF-7 einander zugewandt.

Variante 6-DOF-6 besitzt zwei parallel angeordnete Scheibensysteme mit je drei Freiheitsgraden. Dies bedeutet, dass die jeweiligen Anlenkpunkte bzw. Gelenke aktiv verdreht werden können. Einer dieser Punkte ist als Gelenk ausgeführt, das bei axialer Verschiebbarkeit, eine Verdrehung des Verbindungselementes bewirken kann (Tabelle 4.1, Gelenktyp H). Das andere Gelenk kann im Gegensatz dazu das Verbindungselement axial verschieben (Tabelle 4.1, Gelenktyp I). Das Verbindungselement besitzt zur einen Hälfte einen mit dem erstgenannten Gelenk korrespondierenden prismatischen Querschnitt, zur anderen Hälfte ein Gewinde.

Im folgenden Abschnitt soll gezeigt werden, dass die identifizierten Kinematiken bzw. Mechanismen theoretisch über sechs Freiheitsgrade verfügen.

### 4.3.8 Überprüfung der Bewegungsfreiheitsgrade der 6-DOF-Epizaktoren

Die Epizaktoren mit sechs Freiheitsgraden sollen zur Überprüfung mit der Grübler-Formel (Gl. 4.1) untersucht werden. Die Beschreibung der Gelenktypen kann Tabelle 4.1 entnommen werden.

#### 4.3.8.0.8 Variante 6-DOF-1

$T$ :	räumliches Getriebe: 6
$l$ :	Basis, Verbindungselement, drei Scheibensysteme: 5
$n$ :	drei Scheibensysteme, drei Gelenke: 6
$d_1, d_2, d_3$ :	Scheibensystem mit 2 DOF
$d_4, d_5, d_6$ :	Typ G (Kugelgelenk mit Verschiebefreiheitsgrad) (Typ G): 4 DOF

$$f = T(l - n - 1) + \sum_{i=1}^n d_i = 6(5 - 6 - 1) + 2 + 2 + 2 + 4 + 4 + 4 = 6 \quad (4.9)$$

#### 4.3.8.0.9 Variante 6-DOF-2

$T$ :	räumliches Getriebe: 6
$l$ :	Basis, Verbindungselement, drei Scheibensysteme: 5
$n$ :	drei Scheibensysteme, drei Gelenke: 6
$d_1, d_2, d_3$	Scheibensystem mit 2 DOF
$d_4, d_5, d_6$	Typ G (Kugelgelenk mit Verschiebefreiheitsgrad) (Typ G): 4 DOF

$$f = T(l - n - 1) + \sum_{i=1}^n d_i = 6(5 - 6 - 1) + 2 + 2 + 2 + 4 + 4 + 4 = 6 \quad (4.10)$$

#### 4.3.8.0.10 Variante 6-DOF-4

$T$ :	räumliches Getriebe: 6
$l$ :	Basis, Verbindungselement, drei Scheibensysteme: 5
$n$ :	drei Scheibensysteme, drei Gelenke: 6
$d_1, d_2, d_3$	Scheibensystem mit 2 DOF
$d_4, d_5, d_6$	Typ G (Kugelgelenk mit Verschiebefreiheitsgrad) (Typ G): 4 DOF

$$f = T(l - n - 1) + \sum_{i=1}^n d_i = 6(5 - 6 - 1) + 2 + 2 + 2 + 4 + 4 + 4 = 6 \quad (4.11)$$

#### 4.3.8.0.11 Variante 6-DOF-5

$T$ :	räumliches Getriebe: 6
$l$ :	Basis, drei Scheibensysteme, drei Stützen, Werkzeugplattform: 8
$n$ :	9
$d_1, d_2, d_3$	Scheibensystem mit 2 DOF
$d_4, d_5, d_6$	Typ B (Gabelgelenk): 1 DOF
$d_7, d_8, d_9$	Typ F (Kugelgelenk): 3 DOF

$$f = T(l - n - 1) + \sum_{i=1}^n d_i = 6(8 - 9 - 1) + 2 + 2 + 2 + 1 + 1 + 1 + 3 + 3 + 3 = 6 \quad (4.12)$$

#### 4.3.8.0.12 Variante 6-DOF-6

$T$ :	räumliches Getriebe: 6
$l$ :	Basis, Verbindungselement, zwei Scheibensysteme: 4
$n$ :	4
$d_1, d_2$	Scheibensystem mit 3 DOF
$d_3$	Typ H (Gleichlaufgelenk mit Innenprofil): 3 DOF
$d_4$	Typ F (Kugelgelenk): 3 DOF

$$f = T(l - n - 1) + \sum_{i=1}^n d_i = 6(4 - 4 - 1) + 3 + 3 + 3 + 3 = 6 \quad (4.13)$$

#### 4.3.8.0.13 Variante 6-DOF-7

$T$ :	räumliches Getriebe: 6
$l$ :	Basis, drei Scheibensysteme, drei Stützen, Werkzeugplattform: 8
$n$ :	9
$d_1, d_2, d_3$	Scheibensystem mit 2 DOF
$d_4, d_5, d_6$	Typ B (Gabelgelenk): 1 DOF
$d_7, d_8, d_9$	Typ F (Kugelgelenk): 3 DOF



$$f = T(l - n - 1) + \sum_{i=1}^n d_i = 6(8 - 9 - 1) + 2 + 2 + 2 + 1 + 1 + 1 + 3 + 3 + 3 = 6 \quad (4.14)$$

### 4.3.9 Auswertung und Diskussion

Die Verwendung der Grübler-Formel (Gl. 4.1) gilt als schneller und praktikabler Weg, eine Kinetik auf ihre Funktionsfähigkeit zu überprüfen [23, 79]. Bei der Untersuchung wurden Epizaktor-Scheibensysteme als Gelenke mit einem Freiheitsgrad von 2 angenommen, der der Zusammenfassung eines Scheibensystems nach Grübler entspricht. Dieses Vorgehen ist somit zulässig. Die Grübler-Formel macht keine Aussage, ob ein Mechanismus singuläre Lagen besitzt, so dass diese diesbezüglich noch weiter untersucht werden müssen, wenn es zu einer technischen Realisierung kommen soll.

Die vorgestellte Auswahl der Konfigurationen von Scheibensystemen und Gelenken berücksichtigt nicht die theoretisch denkbaren aber gänzlich ungeeigneten Möglichkeiten und stellt somit eine Vorauswahl dar. Das Vorgehen scheint gerechtfertigt, da sonst eine Unzahl an Konfigurationen nach ihrer Aufstellung sofort wieder verworfen werden müssten.

Die Epizaktor-Varianten mit 2, 3 und 4 Freiheitsgraden sind nach der hier beschriebenen Vorgehensweise technisch möglich und funktionsfähig, jedoch wurde nicht untersucht, ob ein solcher Mechanismus praktisch sinnvoll ist.

Alle untersuchten 6-DOF Kinematiken weisen tatsächlich sechs Freiheitsgrade auf. Damit sind alle sechs Anordnungen als 6-DOF- Kinematiken theoretisch funktionsfähig.

Im folgenden Abschnitt soll von den sechs 6-DOF-Konfigurationen diejenige ausgewählt werden, die am ehesten für einen handgehaltenen Roboter geeignet sein könnte.

## 4.4 Direkte und inverse Kinematik der untersuchten Epizaktor-Varianten

Zur Umrechnung der Positionskoordinaten des *TCP* in Stellungen der Antriebe bzw. für den umgekehrten Fall ist das inverse bzw. direkte kinematische Problem zu lösen.

Die Kinematik beschäftigt sich mit der Bewegung von Körpern, ohne nach den Ursachen für diese Bewegung zu fragen. Die Beschreibung der Bewegung erfolgt also unabhängig von den Größen 'Kraft' und 'Masse'. Die Kinetik stellt eine Beziehung zwischen den Bewegungen von Körpern und den auf sie ausgeübten Kräften her, um die Ursache für die Bewegung eines Körpers mathematisch zu beschreiben. Es ist sinnvoll, vereinfachende Annahmen zu treffen, um die Modellierung zu erleichtern. Für translatorischen Bewegungen sind alle Berechnungen auf Punktmassen bezogen. Für rotatorische Bewegungen muss die Gestalt der Körper in die Überlegungen mit einbezogen werden [103]. Zur Berechnung werden i. A. die Newton'schen Axiome und Gleichungen von Euler und d'Alembert herangezogen.

Für die 6-DOF-Epizaktor-Varianten werden mit Hilfe der kinematischen Betrachtung die sechs Koordinaten des *TCP* (drei Translationen, drei Rotationen), also seine Position  ${}^B\mathbf{x}_T = [x \ y \ z]^T$  und Orientierung  ${}^B_T\mathbf{R}$  (Pose,  $\mathbf{x}_e$ ), in sechs Stellungen der Antriebe umgerechnet und umgekehrt. Dies bedeutet, dass sechs Winkelstellungen  $\boldsymbol{\varphi}$  für die sechs Scheiben der drei Scheibensysteme berechnet werden bzw. aus den Winkelstellungen der Antriebe die Lage und Orientierung des *TCP*-Koordinatensystems bestimmt werden (Abb. 4.4).

### 4.4.1 Inverse Kinematik

Zur Berechnung der Winkelstellungen der Antriebe  $\boldsymbol{\varphi}$  aus der Lage und Orientierung  $\mathbf{x}$  des *TCP* bzw. des Werkzeugkoordinatensystems  $\{T\}$  werden im Werkzeugkoordinatensystem Punkte und Geraden definiert, die mit den Ebenen der Scheibensysteme geschnitten werden. Zusätzlich werden geometrische Bedingungen und damit Gleichungssysteme definiert, deren Lösung die gesuchten Winkelstellungen berechenbar machen.

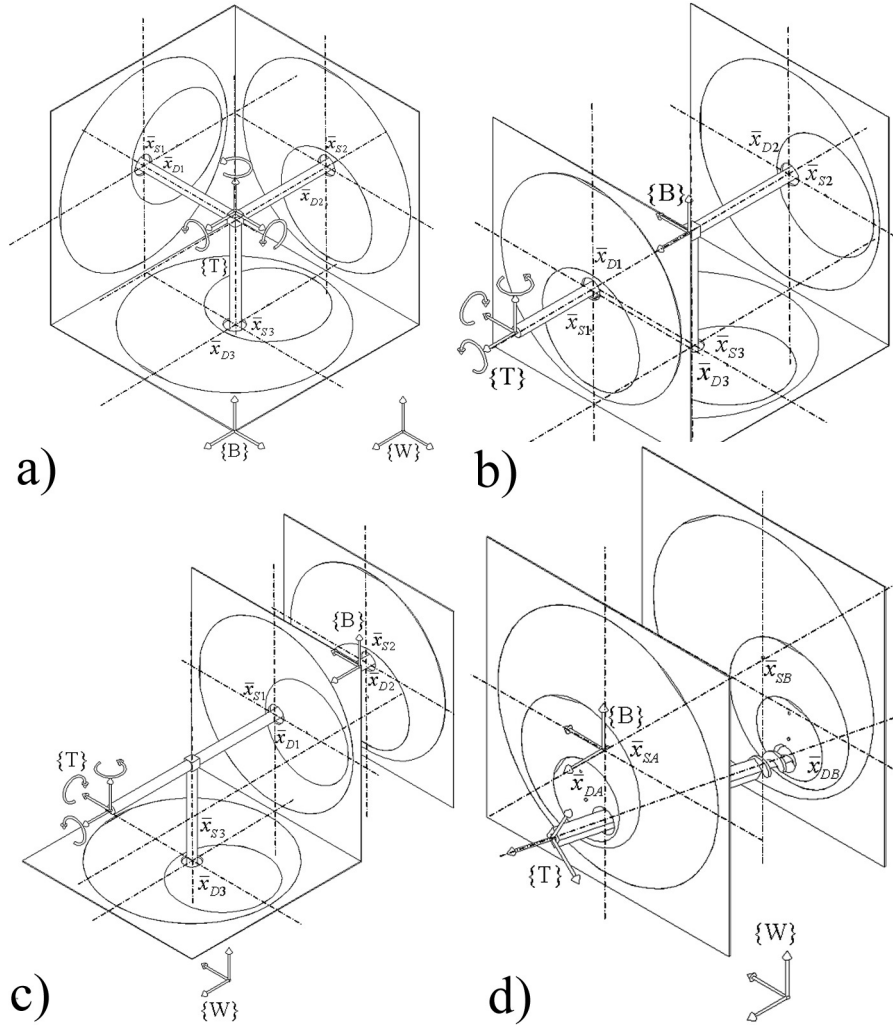


Abbildung 4.4: Koordinatensysteme der untersuchten 6-DOF-Epizaktor-Varianten. a) bezeichnet die Variante 6-DOF-1, b) die Variante 6-DOF-2, c) die Variante 6-DOF-4 und d) die Variante 6-DOF-6.  $\{T\}$  bezeichnet das im  $TCP$  definierte Werkzeugkoordinatensystem,  $\{B\}$  bezeichnet das Basiskoordinatensystem und  $\{W\}$  das Weltkoordinatensystem.  $\bar{x}_{D,j}$  bezeichnet den Anlenkpunkt von Scheibensystem  $j$ .  $\bar{x}_{S,j}$  bezeichnet den Mittelpunkt von Scheibensystem  $j$ .

## 4.4.1.1 Varianten 6-DOF-1, 6-DOF-2, 6-DOF-4 und 6-DOF-6

Die Beschreibung der Kinematiken kann der Tabelle 4.5 und den Abbn. 4.4, 4.18, 4.20, 4.22 und 4.26 entnommen werden. Im Werkzeugkoordinatensystem  $\{T\}$  werden drei Punkte  ${}^T\mathbf{x}_k$ , mit  $k = 1..3$  definiert, die nicht auf einer Geraden liegen. Diese werden mit Hilfe einer Koordinatentransformation

$${}^B\mathbf{x}_k = {}^B\mathbf{x}_T + {}^B\mathbf{R} \cdot {}^T\mathbf{x}_k, \quad (4.15)$$

die von dem Verschiebevektor zwischen dem Basiskoordinatensystem  $\{B\}$  und den im  $TCP$  definierten Werkzeug-Koordinatensystem  $\{T\}$  und der Rotationsmatrix, die die Verdrehung der beiden Koordinatensysteme in der Sequenz  $xyz$  beschreibt

$${}^B_T\mathbf{R}(\rho, \theta, \psi) = \begin{bmatrix} c\psi \cdot c\theta & c\psi \cdot s\theta \cdot s\rho - s\psi \cdot c\rho & c\psi \cdot s\theta \cdot c\rho + s\psi \cdot s\rho \\ s\psi \cdot c\theta & s\psi \cdot s\theta \cdot s\rho + c\psi \cdot c\rho & s\psi \cdot s\theta \cdot c\rho - c\psi \cdot s\rho \\ -s\theta & c\theta \cdot s\rho & c\theta \cdot c\rho \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

definiert wird, in das Basiskoordinatensystem übertragen. Dort werden durch die Punkte  ${}^B\mathbf{x}_k$  Geraden  $g_1, g_2, \dots, g_j$  definiert, die mit den Ebenen  $E_1, E_2, \dots, E_j$  der Scheibensysteme, deren Lage und Ausrichtung gegeben ist, geschnitten werden. Dabei gilt für die Berechnung der Durchstoßpunkte

$${}^B\mathbf{x}_{D,1} = {}^B\mathbf{x}_1 + \frac{d_1 - \mathbf{n}_1 \cdot {}^B\mathbf{x}_1}{\mathbf{n}_1 \cdot ({}^B\mathbf{x}_1 - {}^B\mathbf{x}_2)} \cdot ({}^B\mathbf{x}_1 - {}^B\mathbf{x}_2) \quad (4.17)$$

$${}^B\mathbf{x}_{D,2} = {}^B\mathbf{x}_2 + \frac{d_2 - \mathbf{n}_2 \cdot {}^B\mathbf{x}_1}{\mathbf{n}_2 \cdot ({}^B\mathbf{x}_1 - {}^B\mathbf{x}_3)} \cdot ({}^B\mathbf{x}_1 - {}^B\mathbf{x}_3) \quad (4.18)$$

$${}^B\mathbf{x}_{D,3} = {}^B\mathbf{x}_3 + \frac{d_3 - \mathbf{n}_3 \cdot {}^B\mathbf{x}_1}{\mathbf{n}_3 \cdot ({}^B\mathbf{x}_1 - {}^B\mathbf{x}_3)} \cdot ({}^B\mathbf{x}_1 - {}^B\mathbf{x}_3) \quad (4.19)$$

mit

$\mathbf{n}_j$             Normalenvektor von Scheibensystemeebene  $j$   
 $d_j$             Abstand der Scheibensystemeebene  $j$  zum Koordinatenursprung

Die Lage der Durchstoß- oder Anlenkpunkte im Scheiben-Koordinatensystem, das seinen Ursprung im Zentrum  ${}^B\mathbf{x}_{S1,A}$  der großen Scheibe hat, berechnet sich aus der Differenz von  ${}^B\mathbf{x}_{D,j}$  und dem Zentrum der Scheibensystemeebene  ${}^B\mathbf{x}_{S,j}$ . Die Koordinate von  ${}^B\mathbf{x}_{D,j}$ , die senkrecht zu  $E_j$  liegt wird ignoriert, dies führt zu einem auf zwei Dimensionen reduzierten Anlenkpunkt  ${}^{2D}\mathbf{x}_{D,j} = [x_{Dj} \ y_{Dj}]^T$ . Die nun bekannte Relation der Durchstoßpunkte  ${}^B\mathbf{x}_{D,j}$  und Zentren  ${}^B\mathbf{x}_{S1,j}$  der Scheibensysteme dient als Grundlage für die Berechnung der einzelnen Drehwinkel  $\varphi_{kl,j}$  (kleine Scheibe) bzw.  $\varphi_{gl,j}$  (große Scheibe) der Scheibensysteme. Dabei können die Winkel wie folgt berechnet werden:

$$\varphi_{kl,j} = \arctan\left(\frac{y_{Dj}}{x_{Dj}}\right) - \arccos\left(\frac{\sqrt{x_{Dj}^2 + y_{Dj}^2}}{2r_j}\right) \quad (4.20)$$

$$\varphi_{gr,j} = \arctan\left(\frac{y_{Dj}}{x_{Dj}}\right) + \arccos\left(\frac{\sqrt{x_{Dj}^2 + y_{Dj}^2}}{2r_j}\right) \quad (4.21)$$

mit

$r_j$             Radius der Scheiben (vgl. Abb. 4.1)

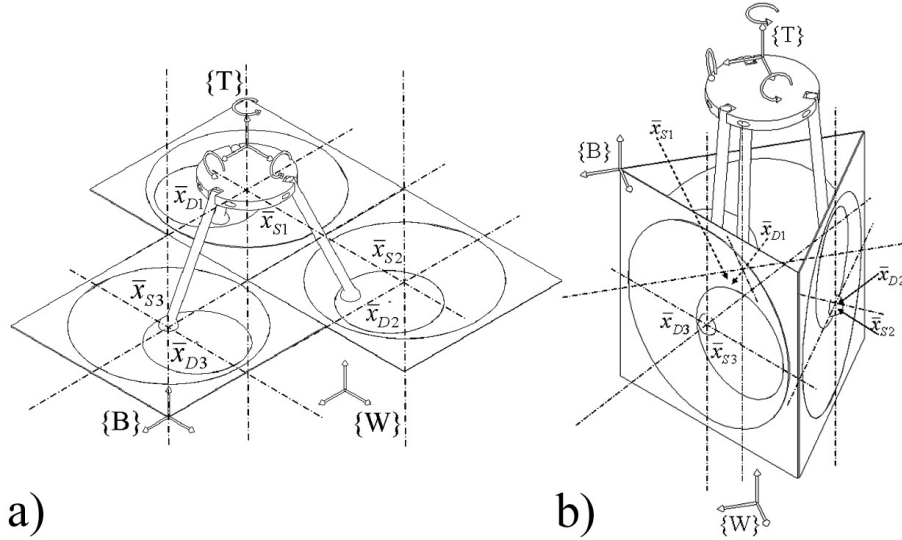


Abbildung 4.5: Koordinatensysteme der untersuchten 6-DOF-Epizaktor-Varianten. a) bezeichnet die Variante 6-DOF-5, b) die Variante 6-DOF-7.  $\{T\}$  bezeichnet das im *TCP* definierte Werkzeugkoordinatensystem,  $\{B\}$  bezeichnet das Basiskoordinatensystem und  $\{W\}$  das Weltkoordinatensystem.  $\mathbf{x}_{D,j}$  bezeichnet den Anlenkpunkt von Scheibensystem  $j$ .  $\mathbf{x}_{S,j}$  bezeichnet den Mittelpunkt von Scheibensystem  $j$ .

#### 4.4.1.2 Varianten 6-DOF-5 und 6-DOF-7

Für die Berechnung der inversen Kinematik des 6-DOF-Epizaktors in den Varianten 6-DOF-5 (Tabelle 4.5, Abb. 4.5 a) und Abb. 4.24) und 6-DOF-7 (Tabelle 4.5, Abb. 4.5 b) und Abb. 4.28) wird zunächst die Lage der drei Gelenkpunkte  ${}^T\mathbf{x}_j$ , mit  $j = 1 \dots 3$  der Werkzeugplattform in Basis-Koordinaten  $\{B\}$  bestimmt. Die Gabelgelenke (Typ B, Tab. 4.1) an der Werkzeugplattform bestimmen durch ihre Gelenkdrehachse  $\kappa_j$  den Normalenvektor und mit ihrem Gelenkpunkt  ${}^T\mathbf{n}_{G,j}$  den Stützpunkt jeweils der Ebene, in die entsprechende Stütze liegen kann. Die jeweilige Stützebene wird nun mit der entsprechenden Scheibenebene geschnitten. Auf der Schnittgeraden werden danach diejenigen Punkte gesucht, die zum Gelenkpunkt den Abstand, der der Stützenlänge entspricht, haben. Aus den zwei Lösungen, die dabei erscheinen wird eine ausgewählt. Es existieren also  $2^3$  Zusammenbaumöglichkeiten, von denen eine sinnvoll erscheint. Mit Hilfe der Inverskinematik der einzelnen Scheibensysteme kann die Winkelstellung der sechs Antriebe bestimmt werden.

Im Werkzeugkoordinatensystem sind die drei Gelenkpunkte an der Werkzeugplattform definiert:  ${}^T\mathbf{x}_1, {}^T\mathbf{x}_2, {}^T\mathbf{x}_3$

In den Gelenkpunkten  ${}^T\mathbf{x}_i$  sind die Ebenen der Stützen mit ihren Normalenvektoren  ${}^B\mathbf{n}_{G,i}$  definiert.

Mit Hilfe der Rotationsmatrix  ${}^B_T\mathbf{R}(\rho, \theta, \psi)$  und des Verschiebevektors  ${}^B\mathbf{x}_T$  können nun die Punkte und Vektoren aus dem Werkzeugkoordinatensystem ins Basiskoordinatensystem transformiert werden:

$${}^B\mathbf{x}_j = {}^B\mathbf{x}_T + {}^B_T\mathbf{R}^T \mathbf{x}_j \quad (4.22)$$

bzw.

$${}^B\mathbf{n}_j = {}^B\mathbf{x}_T + {}^B_T\mathbf{R}^T \mathbf{n}_j \quad (4.23)$$

Die Stützebenen werden als Ebenen  ${}^BS_1, {}^BS_2, {}^BS_3$

$${}^BS_1 {}^B\mathbf{n}_{G,1} = d_{G,1} \quad (4.24)$$

$${}^BS_2 {}^B\mathbf{n}_{G,2} = d_{G,2} \quad (4.25)$$

$${}^BS_3 {}^B\mathbf{n}_{G,3} = d_{G,3} \quad (4.26)$$

$${}^B E_1 : {}^B \mathbf{n}_{G,1} \cdot \mathbf{x} = d_1 \quad (4.27)$$

$${}^B E_2 : {}^B \mathbf{n}_{G,2} \cdot \mathbf{x} = d_2 \quad (4.28)$$

$${}^B E_3 : {}^B \mathbf{n}_{G,3} \cdot \mathbf{x} = d_3 \quad (4.29)$$

definiert.

Der für die Hesse'sche Ebenennormalform nötige Abstand  $d_{G,j}$  der Stützebene zum Ursprung errechnet sich durch

$$d_{G,j} = {}^B \mathbf{n}_j \cdot {}^B \mathbf{x}_j \quad (4.30)$$

Der Schnitt der Ebenen liefert unter Zuhilfenahme eines Parameters  $t_j$  den Ortsvektor der Schnittgeraden:

$${}^B E_j \cap {}^B S_j : {}^B \mathbf{x}_{D,j} = \begin{bmatrix} \frac{t_j \cdot n_{G,j,2} \cdot n_{j,3} - t_j \cdot n_{G,j,3} \cdot n_{j,2} + n_{G,j,3} \cdot d_j - d_{G,j} \cdot n_{j,3}}{n_{j,1} \cdot n_{G,j,3} - n_{j,3} \cdot n_{G,j,1}} \\ t_k \\ \frac{-(t_k \cdot n_{j,1} \cdot n_{G,j,2} - n_{j,1} \cdot d_{G,j} - t_j \cdot n_{j,3} \cdot n_{G,j,1} + d_j \cdot n_{G,j,1})}{n_{j,3} \cdot n_{G,j,1} + n_{j,1} \cdot n_{G,j,3}} \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

Den Richtungsvektor  ${}^B \mathbf{a}_j$  der Schnittgerade  $g_j$  liefert das Kreuzprodukt der Normalenvektoren

$${}^B \mathbf{a}_j = {}^B \mathbf{n}_{G,j} \times {}^B \mathbf{n}_j, \quad (4.32)$$

und die Schnittgeraden der Stützebenen mit den Ebenen der Scheibensysteme sind somit

$$g_j : {}^B \mathbf{x}_{G,j} = {}^B \mathbf{x}_{D,j} + t_j \cdot {}^B \mathbf{a}_j. \quad (4.33)$$

Für die Bestimmung der Anlenkpunkte  ${}^B \mathbf{x}_{D,j}$  auf den Scheibensystemen, also der Stützenfußpunkte müssen die zwei Punkte auf  $g_j$  gefunden werden, deren Abstand zum Gelenkpunkt auf der Werkzeugplattform genau der Stützenlänge  $L_j$  entspricht.

Dazu muss die Gleichung

$$L_j = \sqrt{(x_{j,1} - (x_{D,j,1} + t_j \cdot a_{j,1}))^2 + (x_{j,2} - (x_{D,j,2} + t_j \cdot a_{j,2}))^2 + (x_{j,3} - (x_{D,j,3} + t_j \cdot a_{j,3}))^2} \quad (4.34)$$

für  $t_j$  gelöst werden.

Von den zwei Lösungen für jedes der drei  $t_j$  wird eine gewählt, die zum Anlenkpunkt  ${}^B \mathbf{x}_{D,j}$  für das jeweilige Scheibensystem  $j$  führt. Die Koordinaten der Anlenkpunkte können dann im zweidimensionalen Ebenen-Koordinatensystem angegeben werden.

Mit den nun bekannten zweidimensionalen Anlenkpunkten  ${}^B \mathbf{x}_{D,j}$  können die Verdrehwinkel  $\varphi_{kl}$  (kleine Scheibe) bzw.  $\varphi_{gr}$  (große Scheibe) eines jedes Scheibensystems wie in Abschnitt 4.4.1.1, Gln. 4.20 und 4.21 beschrieben berechnet werden.

#### 4.4.2 Vorwärtskinematik

Zur Berechnung der Lage und Orientierung  $\mathbf{x}_e = [{}^B \mathbf{x}^T \quad \rho \quad \theta \quad \psi]^T$  des im *TCP* definierten Werkzeugkoordinatensystems wird bei gegebener Winkelstellung

$$\boldsymbol{\varphi} = [\varphi_{1,1} \quad \varphi_{1,2} \quad \varphi_{2,1} \quad \varphi_{2,2} \quad \varphi_{3,1} \quad \varphi_{3,1}]^T$$

der Scheiben und Definition der Scheibensystemebenen  $E_1, E_2, \dots, E_j$ , die Lage  ${}^B \mathbf{x}_{D,j}$  der Anlenkpunkte berechnet. Da die Relation der oben beschriebenen Geraden  $g_1, g_2 \dots g_3$  die das Verbindungselement bei den Varianten 6-DOF-1, 6-DOF-2, 6-DOF-4 und 6-DOF-6 bzw. die Stützen bei den Varianten 6-DOF-5 und 6-DOF-7 repräsentieren, bekannt ist, kann ein Gleichungssystem aufgestellt werden, mit dem der Verschiebevektor  ${}^B \mathbf{x}_T$  und die Rotationsmatrix  ${}^B_T \mathbf{R}$  berechnet werden können.

#### 4.4.2.1 Variante 6-DOF-1

Für die Berechnung von Lage  ${}^B\mathbf{x}_T$  und Orientierung  $\rho, \theta, \psi$  des *TCP* bzw. des Werkzeugkoordinatensystems  $\{T\}$  bei der Kinematikvariante 6-DOF-1 (Abb. 4.4 a)) werden zwei bekannte Bedingungen kombiniert: Das Verbindungselement besteht aus drei starr und senkrecht zueinander stehenden Stangen, an deren Kreuzungspunkt der *TCP* definiert wird. Jede der Stangen geht durch einen Anlenkpunkt  ${}^B\mathbf{x}_{D,j}$  eines Scheibensystems, der als Kugelschubgelenk (Typ G, Tab. 4.1) ausgeführt ist. Die Scheibensysteme liegen in drei senkrechten Ebenen und sind durch die Normalenvektoren  ${}^B\mathbf{n}_j$  und die Lage ihrer Mittelpunkte  ${}^B\mathbf{x}_{S1,j}$  definiert.

Die Lage der Anlenkpunkte  ${}^B\mathbf{x}_{D,j}$  berechnet sich mit Hilfe der Drehwinkel  $\varphi_{i,j}$  wie folgt:

$${}^B\mathbf{x}_{D,1} = \begin{bmatrix} r_{11} \cos \varphi_{11} + r_{12} \cos \varphi_{12} \\ r_{11} \sin \varphi_{11} + r_{12} \sin \varphi_{12} \\ 0 \end{bmatrix} + {}^B\mathbf{x}_{S,1} \quad (4.35)$$

$${}^B\mathbf{x}_{D,2} = \begin{bmatrix} r_{21} \cos \varphi_{21} + r_{22} \cos \varphi_{22} \\ 0 \\ r_{21} \sin \varphi_{21} + r_{22} \sin \varphi_{22} \end{bmatrix} + {}^B\mathbf{x}_{S,2} \quad (4.36)$$

$${}^B\mathbf{x}_{D,3} = \begin{bmatrix} 0 \\ r_{31} \sin \varphi_{31} + r_{32} \sin \varphi_{32} \\ r_{31} \cos \varphi_{31} + r_{32} \cos \varphi_{32} \end{bmatrix} + {}^B\mathbf{x}_{S,3} \quad (4.37)$$

**4.4.2.1.1 Lage des TCP** Die Vektoren von den Anlenkpunkten zum *TCP* stehen senkrecht aufeinander, ihr Skalarprodukt ist somit null. Es können somit sechs vektorielle Gleichungen aufgestellt werden:

$${}^B\mathbf{e}_x = \mathbf{x}_T - \mathbf{x}_{D,3} \quad (4.38)$$

$${}^B\mathbf{e}_y = \mathbf{x}_T - \mathbf{x}_{D,2} \quad (4.39)$$

$${}^B\mathbf{e}_z = \mathbf{x}_T - \mathbf{x}_{D,1} \quad (4.40)$$

$${}^B\mathbf{e}_x \cdot {}^B\mathbf{e}_y = 0 \quad (4.41)$$

$${}^B\mathbf{e}_x \cdot {}^B\mathbf{e}_z = 0 \quad (4.42)$$

$${}^B\mathbf{e}_y \cdot {}^B\mathbf{e}_z = 0 \quad (4.43)$$

Diese sechs Gleichungen können in zwölf algebraische Gleichungen mit zwölf Unbekannten umgeformt werden:

$$e_{x1} = x_T - x_{D,3} \quad (4.44)$$

$$e_{x2} = y_T - y_{D,3} \quad (4.45)$$

$$e_{x3} = z_T - z_{D,3} \quad (4.46)$$

$$e_{y1} = x_T - x_{D,3} \quad (4.47)$$

$$e_{y2} = y_T - y_{D,3} \quad (4.48)$$

$$e_{y3} = z_T - z_{D,3} \quad (4.49)$$

$$e_{z1} = x_T - x_{D,3} \quad (4.50)$$

$$e_{z2} = y_T - y_{D,3} \quad (4.51)$$

$$e_{z3} = z_T - z_{D,3} \quad (4.52)$$

$$e_{x1} \cdot e_{y1} + e_{x2} \cdot e_{y2} + e_{x3} \cdot e_{y3} = 0 \quad (4.53)$$

$$e_{x1} \cdot e_{z1} + e_{x2} \cdot e_{z2} + e_{x3} \cdot e_{z3} = 0 \quad (4.54)$$

$$e_{y1} \cdot e_{z1} + e_{y2} \cdot e_{z2} + e_{y3} \cdot e_{z3} = 0 \quad (4.55)$$

Da die Richtungsvektoren des Verbindungselementes leicht aus der Differenz zwischen *TCP* und Anlenkpunkten  ${}^B\mathbf{x}_{D,j}$  berechnet werden können, kann das Gleichungssystem zu einem aus drei Gleichungen mit drei Unbekannten  $x_T, y_T$  und  $z_T$  zusammengefasst werden.

$$(x_T - x_{D3})(x_T - x_{D2}) + (y_T - y_{D3})(y_T - y_{D2}) + (z_T - z_{D3})(z_T - z_{D2}) = 0 \quad (4.56)$$

$$(x_T - x_{D3})(x_T - x_{D1}) + (y_T - y_{D3})(y_T - y_{D1}) + (z_T - z_{D3})(z_T - z_{D1}) = 0 \quad (4.57)$$

$$(x_T - x_{D2})(x_T - x_{D1}) + (y_T - y_{D2})(y_T - y_{D1}) + (z_T - z_{D2})(z_T - z_{D1}) = 0 \quad (4.58)$$

Die Lösung dieses Gleichungssystems liefert die Lage  ${}^B\mathbf{x}_T$  des *TCP* im Basiskoordinatensystem  $\{B\}$ . Die symbolic-toolbox von Matlab benötigt auf einem 1GHz-PC etwa 20s zur Berechnung der Lösung. Diese belegt als Text-Datei gespeichert etwa 12MB Speicherplatz und wird wegen ihres Umfangs hier nicht aufgeführt.

Die Verschiebung von Basis- und Werkzeugkoordinatensystem lässt sich als Vektor zwischen den Ursprüngen der beiden Koordinatensysteme

$${}^B\mathbf{x}_T - {}^B\mathbf{0} = {}^B\mathbf{x}_T \quad (4.59)$$

ausdrücken.

#### 4.4.2.1.2 Orientierung Mit Hilfe des Zusammenhangs

$${}^T_B\mathbf{e}_x = \frac{{}^B\mathbf{x}_T - {}^B\mathbf{x}_{D3}}{|{}^B\mathbf{x}_T - {}^B\mathbf{x}_{D3}|} \quad (4.60)$$

$${}^T_B\mathbf{e}_y = \frac{{}^B\mathbf{x}_T - {}^B\mathbf{x}_{D2}}{|{}^B\mathbf{x}_T - {}^B\mathbf{x}_{D2}|} \quad (4.61)$$

$${}^T_B\mathbf{e}_z = \frac{{}^B\mathbf{x}_T - {}^B\mathbf{x}_{D1}}{|{}^B\mathbf{x}_T - {}^B\mathbf{x}_{D1}|} \quad (4.62)$$

können die drei Einheitsvektoren des Werkzeugkoordinatensystems im Basiskoordinatensystem berechnet werden.

Die Orientierung des *TCP*-Koordinatensystems  $\{T\}$  berechnet sich zunächst mit Hilfe einer Rückwärtsbetrachtung der Rotationsmatrix.

Die angenommene Rotationssequenz ist *xyz*, d.h. es wird zuerst die Rotation um die *x*-Achse des Basiskoordinatensystem, dann die um die neue *y*-Achse (*y'*) des Werkzeugkoordinatensystems und zuletzt die um die zweimal gedrehte *z*-Achse (*z''*) verdreht. Alle Verdrehungen werden kleiner als 90° angenommen, sodass sich keine Achsen aufeinander abbilden können.

Die Umstellung der Gleichung

$${}^T\mathbf{x}_j = {}^B_T\mathbf{R} \cdot {}^B\mathbf{x}_j \quad (4.63)$$

nach  ${}^B_T\mathbf{R}$  ergibt

$${}^B_T\mathbf{R}_i = \frac{{}^T\mathbf{x}_i}{{}^B\mathbf{x}_i}. \quad (4.64)$$

Die Berechnung ergibt jeweils die *i-te* Spalte der gesuchten Rotationsmatrix, die die Verdrehung des Werkzeug- gegenüber dem Basis-Koordinatensystem beschreibt.

Mit dem Wissen um den Aufbau der Koeffizienten der Rotationsmatrix allgemein:

$${}^B_T\mathbf{R} = (\rho, \theta, \psi) = \begin{bmatrix} \cos \psi \cdot \cos \theta & \cos \psi \cdot \sin \theta \cdot \sin \alpha - \sin \psi \cdot \cos \rho & \cos \psi \cdot \sin \theta \cdot \cos \rho + \sin \psi \cdot \sin \rho \\ \sin \psi \cdot \cos \theta & \sin \psi \cdot \sin \theta \cdot \sin \alpha + \cos \psi \cdot \cos \rho & \sin \psi \cdot \sin \theta \cdot \cos \rho - \cos \psi \cdot \sin \rho \\ -\sin \theta & \cos \theta \cdot \sin \rho & \cos \theta \cdot \cos \rho \end{bmatrix} \quad (4.65)$$

kann ein Gleichungssystem mit den drei unbekannten Winkeln und neun Gleichungen formuliert werden von dem drei (möglichst einfache) Gleichungen, die insgesamt alle Unbekannten enthalten, ausgewählt werden. Das zu lösende Gleichungssystem ist demnach:

$$\cos(\psi) \cdot \cos(\theta) = e_{x,1} \quad (4.66)$$

$$\sin(\psi) \cdot \cos(\theta) = e_{x,2} \quad (4.67)$$

$$\cos(\theta) \cdot \sin(\rho) = e_{y,3} \quad (4.68)$$

und hat die Lösung

$$\rho = \text{atan2} \left( \frac{e_{x,2}}{\sqrt{e_{x,2}^2 + e_{x,1}^2}}, \frac{e_{x,1}}{\sqrt{e_{x,2}^2 + e_{x,1}^2}} \right) \quad (4.69)$$

$$\theta = \arcsin \left( \frac{e_{y,3}}{\sqrt{e_{x,2}^2 + e_{x,1}^2}} \right) \quad (4.70)$$

$$\psi = \arccos \left( \sqrt{e_{x,2}^2 + e_{x,1}^2} \right) \quad (4.71)$$

#### 4.4.2.2 Variante 6-DOF-2 und 6-DOF-4

Die zwei Varianten (Abbn. 4.4 b) und 4.4 c)) besitzen zwei parallel angeordnete Scheibensysteme und ein senkrecht dazu gelegenes. Das Verbindungselement besteht aus einer T-förmigen Stange, deren Querbalken in den Kugelschubgelenken (Typ G, Tab. 4.1) der parallel angeordneten Scheibensysteme befestigt ist und deren senkrechter Teil im Kugelschubgelenk der dritten Scheibe steckt. Die Lage der Anlenkpunkte  ${}^B\mathbf{x}_{D,j}$  kann aus den Winkelstellungen  $\varphi_{i,j}$  der Scheiben wie unter 4.4.1.1, Gln. 4.20 und 4.21 beschrieben berechnet werden. Der Ursprung des Basiskoordinatensystems  $\{B\}$  liegt im Mittelpunkt eines der parallel angeordneten Scheibensysteme.

**4.4.2.2.1 Lage des TCP** Der *TCP* liegt auf einer Geraden durch die Durchstoßpunkte  ${}^B\mathbf{x}_{D,1}$  und  ${}^B\mathbf{x}_{D,2}$  der parallel angeordneten Scheibensysteme 1 und 2. Dieser Vektor definiert die Richtung der  $z$ -Achse des Werkzeugkoordinatensystems  $\{T\}$ . Auf dieser Geraden liegt auch der Abzweigpunkt, von dem aus senkrecht eine Achse das dritte Scheibensystem schneidet. Der einfacheren Berechnung wegen wird der *TCP* in diesen Abzweig gelegt. Mit einer einfachen Koordinatentransformation kann die Lage eines beliebigen Punktes des Werkzeug-Koordinatensystems im Basiskoordinatensystem bestimmt werden.

Der  $z$ -Einheitsvektor des Werkzeugkoordinatensystems  $\{T\}$  in Basis-Koordinaten  $\{BT\}$  ist

$${}^B\mathbf{e}_{T,z} = \frac{{}^B\mathbf{x}_{D,2} - {}^B\mathbf{x}_{D,1}}{|{}^B\mathbf{x}_{D,2} - {}^B\mathbf{x}_{D,1}|} \quad (4.72)$$

Die Lage  $\mathbf{x}_T$  des *TCP* berechnet sich folgendermaßen [151]:

$${}^B\mathbf{x}_T = {}^B\mathbf{x}_{D,1} + t \cdot ({}^B\mathbf{x}_{D,2} - {}^B\mathbf{x}_{D,1}) \quad (4.73)$$

mit

$$t = \frac{({}^B\mathbf{x}_{D,3} - {}^B\mathbf{x}_{D,1})^T ({}^B\mathbf{x}_{D,1} - {}^B\mathbf{x}_{D,2})}{({}^B\mathbf{x}_{D,1} - {}^B\mathbf{x}_{D,2})^T ({}^B\mathbf{x}_{D,1} - {}^B\mathbf{x}_{D,2})}. \quad (4.74)$$

Der  $y$ -Einheitsvektor  $\mathbf{e}_{T,y}$  deutet vom Anlenkpunkte des dritten Scheibensystems senkrecht zu  ${}^B\mathbf{e}_{T,z}$  in Richtung des Abzweig/*TCP*.

$${}^B\mathbf{e}_{T,x} = \frac{{}^B\mathbf{x}_{D,3} - {}^B\mathbf{x}_T}{|{}^B\mathbf{x}_{D,3} - {}^B\mathbf{x}_T|} \quad (4.75)$$

Der  $x$ -Einheitsvektor  $\mathbf{e}_{T,x}$  steht senkrecht auf den anderen beiden:

$${}^B\mathbf{e}_{T,x} = {}^B\mathbf{e}_{T,y} \times {}^B\mathbf{e}_{T,z} \quad (4.76)$$

Die Verschiebung  ${}^B\mathbf{r}$  von Basis- und Werkzeugkoordinatensystem lässt sich als Vektor zwischen den Ursprüngen der beiden Koordinatensysteme ausdrücken.

$${}^B\mathbf{r} = {}^B\mathbf{x}_T - {}^B\mathbf{x}_{S1,1} \quad (4.77)$$

**4.4.2.2.2 Orientierung** Die Orientierung des Werkzeugkoordinatensystems kann mit den nun bekannten Einheitsvektoren, wie in 4.4.2.1 beschrieben, berechnet werden.



#### 4.4.2.3 Variante 6-DOF-5 und 6-DOF-7

Die Varianten 6-DOF-5 (Abb. 4.5 a)) und 6-DOF-7 (Abb. 4.5 b)) besitzen je drei Scheibensysteme, die in einer Ebene (6-DOF-5) bzw. einanderzugewandt in Form eines gleichseitigen Dreiecks (6-DOF-7) angeordnet sind. Die Anlenkpunkte der Stützen auf den Scheibensystemen sind als Kugelgelenke (Typ F, Tab. 4.1) ausgeführt. Die Stütze ist an der Werkzeugplattform in Gabelgelenken (Typ B, Tab. 4.1) befestigt sind.

Neben den Scheibenwinkeln  $\boldsymbol{\varphi} = [\varphi_{1,1} \ \varphi_{1,2} \ \varphi_{2,1} \ \varphi_{2,2} \ \varphi_{3,1} \ \varphi_{3,2}]^T$  und den Radien der Scheiben  $r_{j,i}$  sind somit zusätzlich die Länge der Stützen  $L_j$  sowie die Anordnung der Gelenkpunkte  ${}^B\mathbf{x}_1, {}^B\mathbf{x}_2, {}^B\mathbf{x}_3$  auf der Werkzeugplattform sowie die Winkel der Gelenkachsen  $\kappa_j$  von Interesse. Die Scheibensysteme sind wie oben durch die Normalenvektoren  ${}^B\mathbf{n}_j$  und die Lage ihrer Mittelpunkte  ${}^B\mathbf{x}_{S1,j}$  definiert.

Die Gelenkpunkte  ${}^B\mathbf{x}_1, {}^B\mathbf{x}_2$  und  ${}^B\mathbf{x}_3$  der Werkzeugplattform müssen folgende geometrische Bedingungen erfüllen:

1. Die Lage der Anlenkpunkte  ${}^B\mathbf{x}_{D,j}$  kann aus den Winkelstellungen  $\varphi_{i,j}$  der Scheiben wie unter 4.4.2.1 beschrieben berechnet werden.
2.
  - ${}^B\mathbf{x}_1$  liegt auf einer Kugel mit dem Radius  $L_1$  um  ${}^B\mathbf{x}_{D,1}$
  - ${}^B\mathbf{x}_2$  liegt auf einer Kugel mit dem Radius  $L_2$  um  ${}^B\mathbf{x}_{D,2}$
  - ${}^B\mathbf{x}_3$  liegt auf einer Kugel mit dem Radius  $L_3$  um  ${}^B\mathbf{x}_{D,3}$
3.
  - Der Abstand von  ${}^B\mathbf{x}_1$  und  ${}^B\mathbf{x}_2$  ist  $D_{12}$
  - Der Abstand von  ${}^B\mathbf{x}_2$  und  ${}^B\mathbf{x}_3$  ist  $D_{23}$
  - Der Abstand von  ${}^B\mathbf{x}_3$  und  ${}^B\mathbf{x}_1$  ist  $D_{31}$
4.
  - Der Winkel zwischen dem auf die Ebene der Werkzeugplattform projizierten Vektor  ${}^B\mathbf{x}_1 - {}^B\mathbf{x}_{S1,1}$  und der Verbindung der Vektoren  ${}^B\mathbf{x}_1 - {}^B\mathbf{x}_2$  ist  $\kappa_1$
  - Der Winkel zwischen dem auf die Ebene der Werkzeugplattform projizierten Vektor  ${}^B\mathbf{x}_2 - {}^B\mathbf{x}_{S1,2}$  und der Verbindung der Vektoren  ${}^B\mathbf{x}_2 - {}^B\mathbf{x}_3$  ist  $\kappa_2$
  - Der Winkel zwischen dem auf die Ebene der Werkzeugplattform projizierten Vektor  ${}^B\mathbf{x}_3 - {}^B\mathbf{x}_{S1,3}$  und der Verbindung der Vektoren  ${}^B\mathbf{x}_3 - {}^B\mathbf{x}_1$  ist  $\kappa_3$

Es ergibt sich somit ein Gleichungssystem mit neun Gleichungen und neun Unbekannten, dessen Lösung die gesuchten Koordinaten der drei Gelenkpunkte sind.

Mit  ${}^B\mathbf{x}_1 = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$ ,  ${}^B\mathbf{x}_2 = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$  und  ${}^B\mathbf{x}_3 = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{pmatrix}$  kann das Gleichungssystem formuliert werden:

$$(a_1 - x_{S1,1})^2 + (a_2 - x_{S1,2})^2 + (a_3 - x_{S1,3})^2 = L_1^2 \quad (4.78)$$

$$(b_1 - x_{S2,1})^2 + (b_2 - x_{S2,2})^2 + (b_3 - x_{S2,3})^2 = L_2^2 \quad (4.79)$$

$$(c_1 - x_{S3,1})^2 + (c_2 - x_{S3,2})^2 + (c_3 - x_{S3,3})^2 = L_3^2 \quad (4.80)$$

$$(a_1 - b_1)^2 + (a_2 - b_2)^2 + (a_3 - b_3)^2 = D_{12}^2 \quad (4.81)$$

$$(b_1 - c_1)^2 + (b_2 - c_2)^2 + (b_3 - c_3)^2 = D_{23}^2 \quad (4.82)$$

$$(a_1 - c_1)^2 + (a_2 - c_2)^2 + (a_3 - c_3)^2 = D_{13}^2 \quad (4.83)$$

$$\frac{a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}} = \cos(\kappa_1) \quad (4.84)$$

$$\frac{b_1 c_1 + b_2 c_2 + b_3 c_3}{\sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2} \cdot \sqrt{c_1^2 + c_2^2 + c_3^2}} = \cos(\kappa_2) \quad (4.85)$$

$$\frac{a_1 c_1 + a_2 c_2 + a_3 c_3}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \cdot \sqrt{c_1^2 + c_2^2 + c_3^2}} = \cos(\kappa_3) \quad (4.86)$$

Die Lösung dieses Gleichungssystems kann bspw. mit Maple (Maplesoft, Waterloo, Ontario, CA) berechnet werden. Ein 1GHz-PC benötigt dafür jedoch mehrere Tage, sodass es sinnvoller erscheint, das iterative Newtonverfahren anzuwenden und mit Hilfe der Inverskinematik die Lage des *TCP* und die Orientierung des Werkzeugkoordinatensystems zu berechnen.

Das Werkzeugkoordinatensystem wird durch die drei Gelenkpunkte  ${}^B\mathbf{x}_1$ ,  ${}^B\mathbf{x}_2$  und  ${}^B\mathbf{x}_3$  definiert.

Zur Berechnung der Koeffizienten der Rotationsmatrix werden die Basisvektoren des Werkzeugkoordinatensystems benötigt. Diese werden im Basiskoordinatensystem folgendermaßen ermittelt:

$${}^B\mathbf{e}_{T,x} = \frac{{}^B\mathbf{x}_2 - {}^B\mathbf{x}_1}{|{}^B\mathbf{x}_2 - {}^B\mathbf{x}_1|} \quad (4.87)$$

Dieser Vektor deutet vom Gelenkpunkt  ${}^B\mathbf{x}_1$  zu dem mit  ${}^B\mathbf{x}_2$  bezeichneten.

$${}^B\mathbf{e}_{T,y} = \frac{{}^B\mathbf{x}_3 - {}^B\mathbf{O}_T}{|{}^B\mathbf{x}_3 - {}^B\mathbf{O}_T|} \quad (4.88)$$

dieser Vektor geht durch  ${}^B\mathbf{x}_3$  und den Ursprung des Werkzeugkoordinatensystems  ${}^B\mathbf{O}_T$ , der im Schnittpunkt der Einheitsvektoren definiert wird und deutet lotrecht auf  ${}^B\mathbf{e}_x$ .

Für  ${}^B\mathbf{O}_T$  gilt:

$${}^B\mathbf{O}_T = {}^B\mathbf{x}_1 + t_0 \cdot {}^B\mathbf{e}_x \quad (4.89)$$

mit

$$t_0 = \frac{({}^B\mathbf{x}_3 - {}^B\mathbf{x}_1) \cdot {}^B\mathbf{e}_x}{({}^B\mathbf{e}_x)^2} \quad (4.90)$$

Der *TCP* liegt im Ursprung des Werkzeugkoordinatensystems  $\{T\}$ . Somit ergibt sich der Vektor  ${}^B\mathbf{r}$  der Verschiebung der beiden Koordinatensysteme zu:

$$\mathbf{r} = {}^B\mathbf{x}_T - \mathbf{0} = {}^B\mathbf{x}_T \quad (4.91)$$

**4.4.2.3.1 Orientierung** Die Orientierung des Werkzeugkoordinatensystems  $\{T\}$  kann mit den nun bekannten Einheitsvektoren wie unter 4.4.2.1 beschrieben berechnet werden.

#### 4.4.2.4 Variante 6-DOF-6

Diese Variante (Abb. 4.4 d)) besitzt zwei parallel angeordnete (singularitätsrobuste) Scheibensysteme mit je 3 Freiheitsgraden (Abb. 4.2). Die zwei Drehfreiheitsgrade der Scheibensysteme erhalten die Bezeichnungen  $\varphi_{1,4}$  und  $\varphi_{2,4}$ .

Das Verbindungselement wird durch die Anlenkpunkte  ${}^B\mathbf{x}_{D,j}$  der Scheibensysteme geführt. Somit ist zunächst eine Verschiebung in  $x$ - und  $y$ -Richtung sowie eine Verdrehung um die  $x$ - und  $y$ -Achse des Verbindungselements möglich. Zur Realisierung der Verdrehung um die  $z$ -Achse des Verbindungselements sowie eine Verschiebung in dieser Richtung wird der unabhängige Drehfreiheitsgrad der Anlenkpunkte genutzt. Die Verdrehung erfolgt direkt mit Hilfe des Gleichlaufgelenks (siehe Tabelle 4.1, Typ H) in einem der Scheibensysteme (hier Scheibensystem A, vorne). Die Verschiebung erfolgt über das andere Gleichlaufgelenk, in dem dies mit einem Innengewinde (siehe Tabelle 4.1, Typ I) ausgestattet ist.

Neben den bisher verwendeten Größen für die Verdrehung der einzelnen Scheiben muss hier also zusätzlich die Steigung  $p$  der Gewindespindel berücksichtigt werden.

**4.4.2.4.1 Lage des TCP** Der *TCP* liegt auf einer Geraden durch die Anlenkpunkte der Scheibensysteme 1 (A) und 2 (B):

$${}^B\mathbf{x}_{D,1} = {}^B\mathbf{x}_{D,A} = \begin{pmatrix} r_{1,A} \cos \varphi_{1,A} + r_{2,A} \cos \varphi_{2,A} + r_{3,A} \cos \varphi_{3,A} \\ r_{1,A} \sin \varphi_{1,A} + r_{2,A} \sin \varphi_{2,A} + r_{3,A} \sin \varphi_{3,A} \\ 0 \end{pmatrix} + {}^B\mathbf{x}_{S1,A} \quad (4.92)$$

$${}^B\mathbf{x}_{D,B} = \begin{pmatrix} r_{1,B} \cos \varphi_{1,B} + r_{2,B} \cos \varphi_{2,B} + r_{3,B} \cos \varphi_{3,B} \\ r_{1,B} \sin \varphi_{1,B} + r_{2,B} \sin \varphi_{2,B} + r_{3,B} \sin \varphi_{3,B} \\ 0 \end{pmatrix} + {}^B\mathbf{x}_{S1,B} \quad (4.93)$$

$$(4.94)$$

Die Lage des  $TCP$  berechnet sich folgendermaßen:

$${}^B\mathbf{x}_T = {}^B\mathbf{x}_{D,A} + t \cdot ({}^B\mathbf{x}_{D,B} - {}^B\mathbf{x}_{D,A}) \quad (4.95)$$

mit

$$t = p \cdot \varphi_{4,A} \quad (4.96)$$

wobei  $p$  die Steigung der Gewindespindel und  $\varphi_{4,A}$  der Drehwinkel der Gewindespindel ist.

**4.4.2.4.2 Orientierung** Die Orientierung  $\rho, \theta, \psi$  des  $TCP$  berechnet sich zunächst mit Hilfe einer Rückwärtsbetrachtung der Rotationsmatrix.

Die angenommene Rotationssequenz ist  $xyz$ , d.h. es wird zuerst die Rotation um die  $x$ -Achse des Basiskoordinatensystem, dann die um die neue  $y$ -Achse ( $y'$ ) des Werkzeugkoordinatensystems und zuletzt die um die zweimal gedrehte  $z$ -Achse ( $z''$ ) verdreht. Diese letzte Drehung liegt explizit als  $\varphi_{4,B}$  vor und wird gesondert betrachtet.

Vom Werkzeugkoordinatensystem  $\{T\}$  ist zunächst der endgültige  $z$ -Einheitsvektor  ${}^T\mathbf{e}_{T,z}$  bekannt: der normierte Verbindungsvektor der Anlenkpunkte. Dieser soll im Werkzeugkoordinatensystem die Koordinaten  $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T$  haben. Somit ist der Vektor vor und nach der Verdrehung um  $x$  und  $y'$  bekannt und die Lösung der Gleichung

$${}^T\mathbf{e}_z = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = R_z(\psi) \cdot R_y(\theta) \cdot R_x(\rho) \cdot \frac{{}^B\mathbf{x}_{D,2} - {}^B\mathbf{x}_{D,1}}{|{}^B\mathbf{x}_{D,2} - {}^B\mathbf{x}_{D,1}|} = R_z(\psi) \cdot R_y(\theta) \cdot R_x(\rho) \cdot {}^T_B\mathbf{e}_z \quad (4.97)$$

mit

$$\frac{{}^B\mathbf{x}_{D,2} - {}^B\mathbf{x}_{D,1}}{|{}^B\mathbf{x}_{D,2} - {}^B\mathbf{x}_{D,1}|} = {}^T_B\mathbf{e}_z \quad (4.98)$$

als Koordinaten des  $z$ -Einheitsvektors des Werkzeugkoordinatensystems  $\{T\}$  in Basis-Koordinaten  $\{T\}$  und  $\mathbf{R}_z(\psi), \mathbf{R}_y(\theta), \mathbf{R}_x(\rho)$  als Rotationsmatrizen um die entsprechenden Achsen kann gefunden werden.

Für zunächst  $\psi = 0$  fällt die Rotation um  $z$  und damit der Term  $\mathbf{R}_z(\psi)$  weg und die Einfachheit der vorliegenden Vektoren lässt es zu, die Gleichung 4.97 und die Rotationsmatrix

$$\mathbf{R}_y(\theta) \cdot \mathbf{R}_x(\rho) = \mathbf{R}_y(\theta) \quad (4.99)$$

folgendermaßen umzuformen:

$$0 = R_{yx,13} \cdot {}^B e_{T,z,1} \quad (4.100)$$

$$0 = R_{yx,23} \cdot {}^B e_{T,z,2} \quad (4.101)$$

$$1 = R_{yx,33} \cdot {}^B e_{T,z,3} \quad (4.102)$$

$$(4.103)$$

es folgt:

$$(\cos \psi \cdot \sin \theta \cdot \cos \rho + \sin \psi \cdot \sin \rho) \cdot {}^T e_{B,z,1} = 0 \quad (4.104)$$

$$(\sin \psi \cdot \sin \theta \cdot \cos \rho - \cos \psi \cdot \sin \rho) \cdot {}^T e_{B,z,2} = 0 \quad (4.105)$$

$$\cos(\theta) \cdot \cos(\rho) \cdot {}^T e_{B,z,3} = 1 \quad (4.106)$$

und kann – unter der Voraussetzung, dass  $\psi$  hier Null ist – nach  $\rho$  und  $\theta$  aufgelöst werden

$$\rho = -\arcsin\left(-\frac{{}^T}{B}e_{z,2}\right) \quad (4.107)$$

$$\theta = \arcsin\left(\frac{-\frac{{}^T}{B}e_{z,1}}{\cos(\rho)}\right) \quad (4.108)$$

Letztendlich ist aus der Definition der Verdrehwinkel bekannt, dass

$$\psi = \varphi_{4,B} \quad (4.109)$$

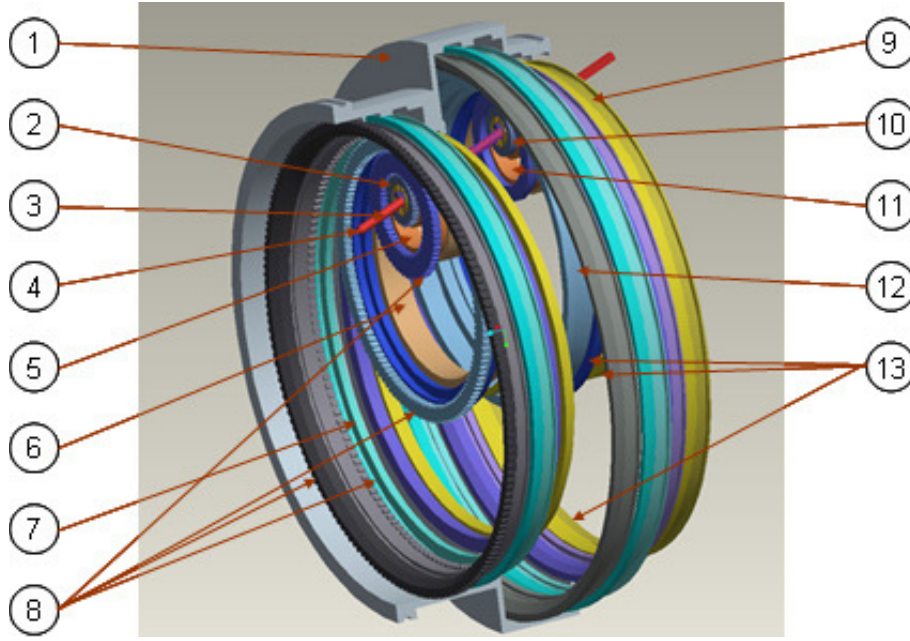


Abbildung 4.6: Epizaktor-Bauform 6-DOF-6 non singu, schematische Darstellung der CAD-Konstruktion mit geöffnetem Gehäuse und ohne Antriebe. 1) Gehäuse (hier halb geöffnet), 2) Gleichlaufgelenk vorne, 3) Verbindungselement, 4) *TCP*, 5) kleine Scheibe vorne, 6) mittlere Scheibe vorne, 7) große Scheibe vorne, 8) Zahnringe vorne, 9) große Scheibe hinten, 10) Gleichlaufgelenk hinten, 11) kleine Scheibe hinten, 12) mittlere Scheibe hinten, 13) Zahnringe hinten

## 4.5 Inverses dynamisches Problem der Variante 6-DOF-6 non-singu

Das inverse dynamische Problem wird gelöst, um bei gegebener Pose (Ort und Orientierung)  $\mathbf{x}_e$  die für die Erreichung einer bestimmten Geschwindigkeit  $\dot{\mathbf{x}}_e$  und Beschleunigung  $\ddot{\mathbf{x}}_e$  des *TCP* nötige (Winkel-)Geschwindigkeit  $\boldsymbol{\varphi}$  und Beschleunigung  $\dot{\boldsymbol{\varphi}}$  der Antriebe zu berechnen. Die Berechnung der inversen Dynamik erlaubt die Modellierung des Manipulators. Somit kann auf diese Weise bei bekannten Anforderungen an die dynamischen Eigenschaften des Manipulators und bei bekannter konkreter Ausführung der Maschine, die die Massen und Trägheitsmomente, die Reibung sowie die Richtung des Erdbeschleunigungsvektors determiniert, eine Festlegung der Antriebsspezifikationen erfolgen oder das System für die Auslegung eines Reglers simuliert werden.

Gegeben sind die Pose  $\mathbf{x}_e$  des *TCP*-Koordinatensystems  $\{T\}$ , Geschwindigkeit  $\dot{\mathbf{x}}_e$  und Beschleunigung  $\ddot{\mathbf{x}}_e$  des *TCP*, sowie die Belastungskräfte und -momente

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} f_x & f_y & f_z & m_x & m_y & m_z \end{bmatrix}^T.$$

Zusätzlich sind die geometrischen und Masse-behafteten Eigenschaften des Manipulators in Form der Gelenkachsen-Koordinaten, Massen und Trägheitstensoren bekannt. Werte für die Gelenkreibung, Luftwiderstand der Elemente können in erster Näherung Tabellen für die Gleitlagerberechnung entnommen werden [84, 85].

Gesucht sind die Winkelstellung der Antriebe  $\boldsymbol{\varphi}$ , die Winkelgeschwindigkeit  $\dot{\boldsymbol{\varphi}}$  sowie die Winkelbeschleunigung  $\ddot{\boldsymbol{\varphi}}$  der einzelnen Scheiben der beiden Scheibensysteme und die nötigen Drehmomente der Antriebe  $\boldsymbol{\tau}$ . Zu deren Berechnung wird bei bekannter Pose  $\mathbf{x}_e$ , Geschwindigkeit  $\dot{\mathbf{x}}_e$  und Beschleunigung  $\ddot{\mathbf{x}}_e$  des *TCP* mit Hilfe der Inverskinematik die Winkelstellung  $\boldsymbol{\varphi}$  der acht einzelnen Scheiben berechnet. Dann kann der Geschwindigkeitsvektor  $\dot{\mathbf{x}}_e$ , der am *TCP* wirkt, über die geometrischen Zusammenhänge in Geschwindigkeitsvektoren  $\dot{\mathbf{x}}_{D,A}$  und  $\dot{\mathbf{x}}_{D,B}$  an den zwei Anlenkpunkten umgerechnet werden. Analog wird mit dem Beschleunigungsvektor  $\ddot{\mathbf{x}}_e$  verfahren. Mit der nun bekannten Beschleunigung  $\ddot{\mathbf{x}}_{D,A}$  und  $\ddot{\mathbf{x}}_{D,B}$  der Anlenkpunkte der Scheibensysteme können mit Hilfe des iterativen Newton-Euler-Algorithmus' und dem bei Craig [27] beschriebenen Verfahren Winkelgeschwindigkeit  $\dot{\varphi}_{i,j}$ , die Winkelbeschleunigung  $\ddot{\varphi}_{i,j}$  und die Drehmomente  $\tau_{i,j}$  der einzelnen Scheiben berechnet werden.

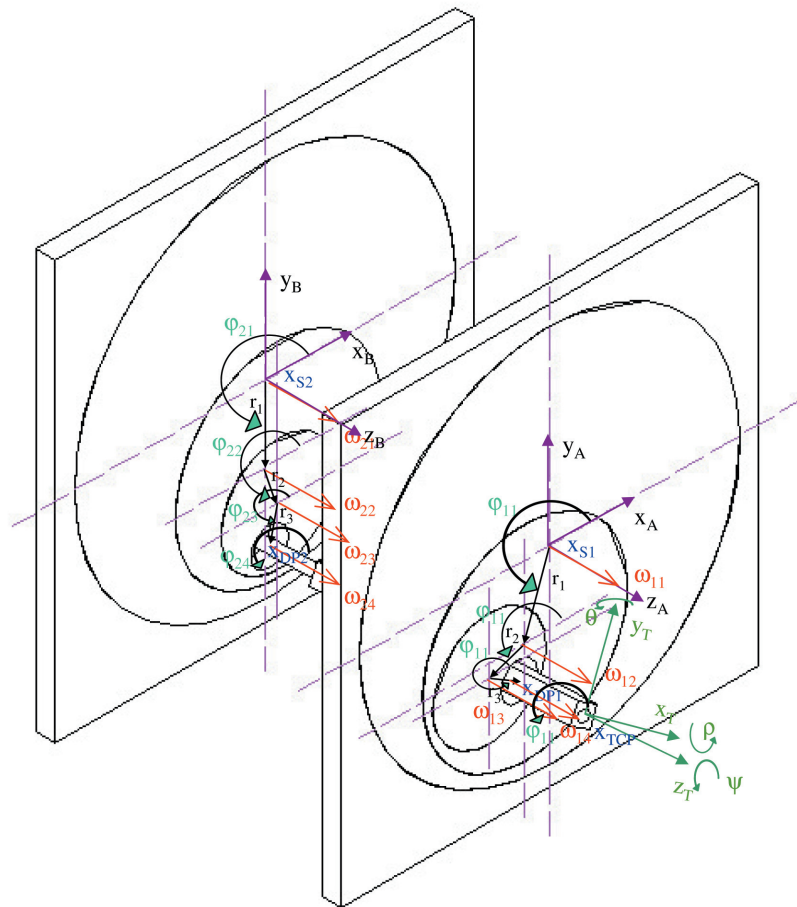


Abbildung 4.7: Die verwendeten Vektoren. Das Werkzeugkoordinatensystem ist im *TCP* definiert. Die Winkel  $\rho$ ,  $\theta$  und  $\psi$  geben mit der Rotationsmatrix  ${}^B_T \mathbf{R}$  die Orientierung des Werkzeugkoordinatensystems  $\{T\}$  in Relation zum Basiskoordinatensystem an  $\{B\}$ .

Die untersuchte Kinematik besteht aus zwei Scheibensystemen mit je drei Scheiben und 3 DOF (Abb. 4.6). Die Scheibensysteme sind coaxial und angeordnet, wobei das dem *TCP* zugewandte, vordere System (System *A*) am Anlenkpunkt ein mit dem den *TCP* definierenden Verbindungselement korrespondierenden prismatischen Querschnitt besitzt (Tabelle 4.1, Typ H). Damit ist eine Verdrehung des Verbindungselementes möglich. Das hintere Scheibensystem (System *B*) besitzt am Anlenkpunkt ein Innengewinde (Tabelle 4.1, Typ I) und dient zur Verschiebung des Verbindungselementes in seiner Achse.

### 4.5.1 Gegeben

#### 4.5.1.1 Pose, Geschwindigkeit, Beschleunigung

Abb. 4.7 gibt einen Überblick über die verwendeten Größen und Bezeichnungen.

Gegeben sind die Position  ${}^B\mathbf{x}_T$  sowie die Orientierung bzw. Verdrehung  $\rho, \theta$  und  $\psi$  des im *TCP* definierten Werkzeugkoordinatensystems  $\{T\}$  in Basiskoordinaten  $\{B\}$ .

Die Verdrehung wird mit Hilfe von Eulerwinkeln und der Konvention, zunächst um die  $x$ –, dann die verdrehte  $y$ –Achse  $y'$  und zuletzt um die zweifach gedrehte  $z$ –Achse  $z''$  zu drehen, angegeben. Der Verschiebevektor des Werkzeugkoordinatensystems markiert die Lage des *TCP* gegenüber dem Basiskoordinatensystem.

Mit Hilfe der Eulerwinkel kann die Rotationsmatrix

$${}^B_T\mathbf{R}(\rho, \theta, \psi) = \begin{bmatrix} c\psi \cdot c\theta & c\psi \cdot s\theta \cdot s\rho - s\psi \cdot c\rho & c\psi \cdot s\theta \cdot c\rho + s\psi \cdot s\rho \\ s\psi \cdot c\theta & s\psi \cdot s\theta \cdot s\rho + c\psi \cdot c\rho & s\psi \cdot s\theta \cdot c\rho - c\psi \cdot s\rho \\ -s\theta & c\theta \cdot s\rho & c\theta \cdot c\rho \end{bmatrix} \quad (4.110)$$

mit den Abkürzungen  $c$  für Kosinus und  $s$  für Sinus formuliert werden. Aus Gründen der Übersichtlichkeit wurde auf die Notierung der Zeitabhängigkeit der Winkel verzichtet.

Die translatorische Geschwindigkeit des *TCP*  ${}^B\dot{\mathbf{x}}_T$  und die Eulerwinkelgeschwindigkeit  $\dot{\rho}, \dot{\theta}$  und  $\dot{\psi}$  sowie die Beschleunigung  ${}^B\ddot{\mathbf{x}}_T$  und die Winkelbeschleunigung  $\ddot{\rho}, \ddot{\theta}$  und  $\ddot{\psi}$  sind ebenfalls bekannt.

#### 4.5.1.2 Parameter

$r_{i,j}$	Radialen der Scheibensysteme
$\mathbf{n}_j$	Normalenvektoren der Scheibensystemebenen
$\mathbf{C}_{i,j}$	Trägheitstensoren aller bewegten Elemente bezogen auf ihren Schwerpunkt.
$m_{i,j}$	Massen aller bewegten Elemente
${}^i\mathbf{P}_{i+1}$	Lage der Gelenkpunkte zum $i + 1$ -ten Gelenk für beide Scheibensysteme.
${}^i\mathbf{SP}_{i+1}$	Lage der Schwerpunkte aller bewegten Elemente in Relation zu ihrem Drehpunkt für beide Scheibensysteme.
$i$	Übersetzungsverhältnisse der Scheiben und Zwischenringe für beide Scheibensysteme.
$p$	Steigung des Gewindes am Verbindungselement.

### 4.5.2 Gesucht

Winkelgeschwindigkeit  $\varphi_{i,j}$ , Winkelbeschleunigung  $\dot{\varphi}_{i,j}$  und Drehmomente  $\tau_{i,j}$  der einzelnen Scheiben.

### 4.5.3 Vorgehensweise

#### 4.5.3.1 Übertragung der Eulerwinkelgeschwindigkeit ins Basiskoordinatensystem

Die Vorgehensweise zur Verallgemeinerung der Eulerwinkelgeschwindigkeit des Werkzeugkoordinatensystems im Basiskoordinatensystem ist bei Angeles [6] beschrieben. Dazu wird die Gleichung

$${}^B\mathbf{x} = {}^T_B\mathbf{R}(t) \cdot {}^T\mathbf{x} \quad (4.111)$$

nach  $t$  differenziert und führt zu

$${}^B\dot{\mathbf{x}} = {}^T_B\dot{\mathbf{R}}(t) \cdot {}^T\mathbf{x}. \quad (4.112)$$

Gl. 4.112 gibt die Geschwindigkeit  ${}^B\dot{\mathbf{x}}$  des Punktes  ${}^B\mathbf{x}$  im Koordinatensystem  $\{B\}$  an, die auf Grund einer Winkeländerung, wie sie in  ${}^T_B\dot{\mathbf{R}}$  beschrieben ist, entsteht, besitzt jedoch den Nachteil, dass  ${}^T\mathbf{x}$  bekannt sein muss.

Werden die Gleichungen 4.111 und 4.112 zusammengeführt, so ergibt sich

$${}^B\dot{\mathbf{x}} = {}^T_B\dot{\mathbf{R}}(t) \cdot {}^T_B\mathbf{R}(t) \cdot {}^B\mathbf{x}. \quad (4.113)$$

Es gilt dabei

$${}^T_B\dot{\mathbf{R}}(t) \cdot {}^T_B\mathbf{R}(t) = \tilde{\boldsymbol{\omega}} \quad (4.114)$$

mit

$$\tilde{\boldsymbol{\omega}} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix}, \quad (4.115)$$

und den verallgemeinerten Winkelgeschwindigkeiten

$$\boldsymbol{\omega} = [\omega_x \quad \omega_y \quad \omega_z]. \quad (4.116)$$

Wird nun die Rotationsmatrix mit der entsprechenden Rotationssequenz hier eingesetzt, so ergibt sich

$$\begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & s\theta(t) \\ 0 & c\rho(t) & -s\rho(t) \cdot c\theta(t) \\ 0 & s\rho(t) & c\rho(t) \cdot c\theta(t) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\rho}(t) \\ \dot{\theta}(t) \\ \dot{\psi}(t) \end{bmatrix}. \quad (4.117)$$

Entsprechendes Umstellen führt zu der Gleichung

$$\boldsymbol{\omega}_T = \begin{bmatrix} \dot{\rho}(t) \\ \dot{\theta}(t) \\ \dot{\psi}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{s\theta s\rho}{c\theta} & \frac{-s\theta c\rho}{c\theta} \\ 0 & c\rho & s\rho \\ 0 & -s\rho & c\rho \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}, \quad (4.118)$$

wobei der besseren Übersichtlichkeit wegen wieder auf die Notierung der zeitlichen Abhängigkeit der Winkel in der Matrix verzichtet wurde.

Differentiation liefert die Winkelbeschleunigungen

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega}_x \\ \dot{\omega}_y \\ \dot{\omega}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & s\theta \\ 0 & c\rho & -s\rho \cdot c\theta \\ 0 & s\rho & c\rho \cdot c\theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{\rho}(t) \\ \ddot{\theta}(t) \\ \ddot{\psi}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c\theta\dot{\theta}\dot{\psi} \\ -s\rho\dot{\rho}\dot{\theta} + s\theta s\rho\dot{\theta}\dot{\psi} - c\theta c\rho\dot{\rho}\dot{\psi} \\ c\rho\dot{\rho}\dot{\theta} - s\theta c\rho\dot{\theta}\dot{\psi} - c\theta s\rho\dot{\rho}\dot{\psi} \end{bmatrix}. \quad (4.119)$$

und eine Umstellung ergibt schließlich

$$\dot{\boldsymbol{\omega}}_T = \begin{bmatrix} \ddot{\rho}(t) \\ \ddot{\theta}(t) \\ \ddot{\psi}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{s\theta s\rho}{c\theta} & \frac{-s\theta c\rho}{c\theta} \\ 0 & c\rho & s\rho \\ 0 & -s\rho & c\rho \end{bmatrix} \cdot \left( \begin{bmatrix} \dot{\omega}_x \\ \dot{\omega}_y \\ \dot{\omega}_z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} c\theta\dot{\theta}\dot{\psi} \\ -s\rho\dot{\rho}\dot{\theta} + s\theta s\rho\dot{\theta}\dot{\psi} - c\theta c\rho\dot{\rho}\dot{\psi} \\ c\rho\dot{\rho}\dot{\theta} - s\theta c\rho\dot{\theta}\dot{\psi} - c\theta s\rho\dot{\rho}\dot{\psi} \end{bmatrix} \right) \quad (4.120)$$

#### 4.5.3.2 Berechnung der Geschwindigkeit der Anlenkpunkte

Die Geschwindigkeit der zwei Anlenkpunkte  $\mathbf{x}_{D,A}$  und  $\mathbf{x}_{D,B}$  berechnet sich bei gegebener translatorischer und rotatorischer Geschwindigkeit  $\dot{\mathbf{x}}_e$  des *TCP* wie folgt (Abb. 4.8). Alle Berechnungen erfolgen im Basiskoordinatensystem  $\{B\}$ , daher wird zur besseren Übersichtlichkeit auf die Erwähnung des Koordinatensystems verzichtet.

Sei

$$\mathbf{r}_1 = \mathbf{x}_T - \mathbf{x}_{D,A} \quad (4.121)$$

der Vektor vom *TCP* zum Anlenkpunkt des ersten, vorderen Scheibensystems *A* und

$$\mathbf{r}_2 = \mathbf{x}_T - \mathbf{x}_{D,B} \quad (4.122)$$

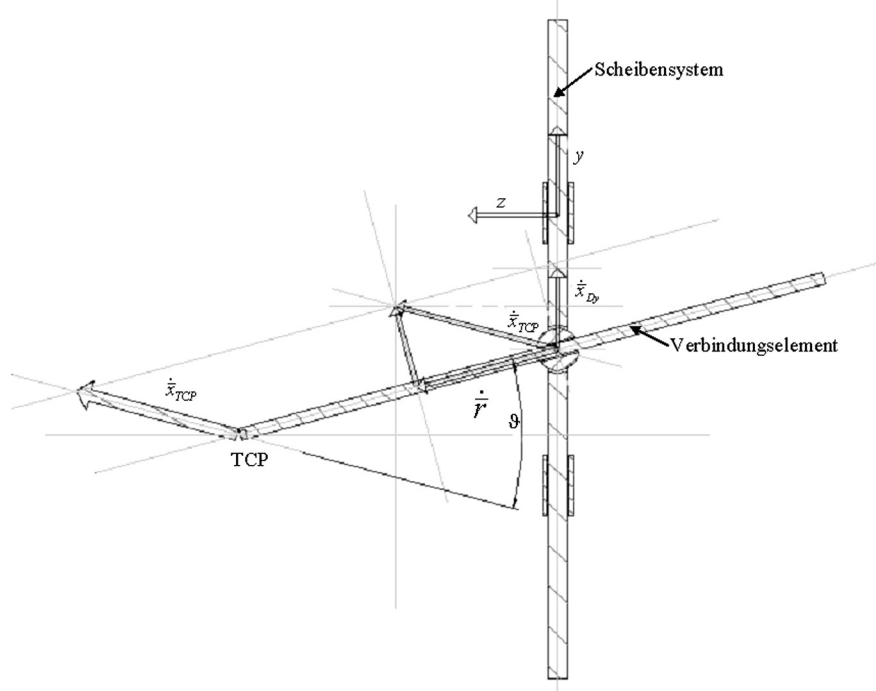


Abbildung 4.8: Skizze (Schnittdarstellung,  $yz$ -Ebene) zur Veranschaulichung der Vorgehensweise bei der Berechnung der Geschwindigkeiten der Anlenkpunkte. Betrachtet wird nur ein Scheibensystem, da die Überlegung für beide Systeme analog gilt. Das als senkrechter Balken illustrierte Scheibensystem ist hier mit einem Kugelschubgelenk (Typ G, Tab. 4.1) dargestellt. Der Verschiebefreiheitsgrad wird in einem der Verdrehfreiheitsgrad im anderen Scheibensystem aktuiert.

$\vartheta$  sei der Winkel zwischen der Achse des Verbindungselementes und dem translatorischen Geschwindigkeitsvektor.

$$\vartheta = \arccos \frac{{}^B_T \mathbf{e}_z \cdot \dot{\mathbf{x}}_T}{|\dot{\mathbf{x}}_T|} \quad (4.123)$$

mit  $\mathbf{r}_0 = \frac{\mathbf{r}_1}{|\mathbf{r}_1|}$  als normiertem Richtungsvektor des Verbindungselementes.

Die Geschwindigkeit des Verbindungselementes in seiner Achsrichtung  ${}^B_T \mathbf{e}_z$  aus der translatorischen Bewegungskomponente des  $TCP$  (Gleitgeschwindigkeit) ist dann

$$\dot{\mathbf{x}}_{T,slide} = |\dot{\mathbf{x}}_T| \cdot \cos \vartheta \quad (4.124)$$

Für die gesuchte Geschwindigkeit der Anlenkpunkte in der Ebene der Scheibensysteme gilt, dass diese den  $x$ - und  $y$ -Komponenten der senkrecht zur Gleitgeschwindigkeit liegenden Geschwindigkeit des Verbindungselementes gleich ist. Somit ist die Geschwindigkeit der Anlenkpunkte, die aus dem translatorischen Anteil der Geschwindigkeit des  $TCP$  resultiert

$${}^B \dot{\mathbf{x}}_{D,j,trans} = |\dot{\mathbf{x}}_T| \begin{bmatrix} \frac{\sin \vartheta_x}{\cos \eta_x} \\ \frac{\sin \vartheta_y}{\cos \eta_y} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.125)$$

mit  $\vartheta_x$  und  $\vartheta_y$  als Winkel zwischen der  $z$ -Achse des Verbindungselementes und dessen translatorischer Geschwindigkeit  ${}^B \dot{\mathbf{x}}_T$  projiziert auf die  $xz$ - und  $yz$ -Ebenen des Basiskoordinatensystems  $\{B\}$

$$\vartheta_x = \arccos \left( \frac{\begin{bmatrix} {}^B e_{T,x} \\ {}^B e_{T,z} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} {}^B \dot{x}_{T,x} \\ {}^B \dot{x}_{T,z} \end{bmatrix}}{\left\| \begin{bmatrix} {}^B e_{T,x} \\ {}^B e_{T,z} \end{bmatrix} \right\| \cdot \left\| \begin{bmatrix} {}^B \dot{x}_{T,x} \\ {}^B \dot{x}_{T,z} \end{bmatrix} \right\|} \right) \quad (4.126)$$



$$\vartheta_y = \arccos \left( \frac{\begin{bmatrix} {}^B e_{T,y} \\ {}^B e_{T,z} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} {}^B \dot{x}_{T,y} \\ {}^B \dot{x}_{T,z} \end{bmatrix}}{\left\| \begin{bmatrix} {}^B e_{T,y} \\ {}^B e_{T,z} \end{bmatrix} \right\| \cdot \left\| \begin{bmatrix} {}^B \dot{x}_{T,y} \\ {}^B \dot{x}_{T,z} \end{bmatrix} \right\|} \right) \quad (4.127)$$

und  $\eta_x$  und  $\eta_y$  als die Winkel zwischen den  $z$ -Achsen von Werkzeug-  $\{T\}$  und Basiskoordinatensystem  $\{B\}$  projiziert auf die  $xz$ - und  $yz$ -Ebene des Basiskoordinatensystems.

$$\eta_x = \arccos \left( \frac{\begin{bmatrix} {}^B e_{T,x} \\ {}^B e_{T,z} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} {}^B e_{B,x} \\ {}^B e_{B,z} \end{bmatrix}}{\left\| \begin{bmatrix} {}^B e_{T,x} \\ {}^B e_{T,z} \end{bmatrix} \right\| \cdot \left\| \begin{bmatrix} {}^B e_{B,x} \\ {}^B e_{B,z} \end{bmatrix} \right\|} \right) \quad (4.128)$$

$$\eta_y = \arccos \left( \frac{\begin{bmatrix} {}^B e_{T,y} \\ {}^B e_{T,z} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} {}^B e_{B,y} \\ {}^B e_{B,z} \end{bmatrix}}{\left\| \begin{bmatrix} {}^B e_{T,y} \\ {}^B e_{T,z} \end{bmatrix} \right\| \cdot \left\| \begin{bmatrix} {}^B e_{B,y} \\ {}^B e_{B,z} \end{bmatrix} \right\|} \right) \quad (4.129)$$

Die  $z$ -Komponente von  ${}^B \dot{\mathbf{x}}_{D,j,trans}$  zu Null gesetzt wird, da im vorderen Scheibensystem keine translatorische Geschwindigkeit auf das Verbindungselement übertragen werden kann (Gleichlaufgelenk mit Innenprofil).

Für den Anteil der Geschwindigkeit der Anlenkpunkte, der aus der rotatorischen Geschwindigkeit des  $TCP$  resultiert, gilt allgemein

$$\dot{\mathbf{x}}_{Dj,rot} = \boldsymbol{\omega}_T \times \mathbf{r}_j \quad (4.130)$$

Die Vektoren  $\dot{\mathbf{x}}_{D,j,rot}$  werden in einen Anteil in der Ebene der Scheibensysteme und einen senkrecht dazu aufgeteilt. Im vorderen Scheibensystem wird dieser  $z$ -Anteil ignoriert, im hinteren dient er als zusätzliche Vorgabe für das Drehgelenk mit dem Innengewinde.

Die translatorischen und rotatorischen Geschwindigkeitsanteile werden superponiert und somit zu

$$\dot{\mathbf{x}}_{D,A,ges} = \dot{\mathbf{x}}_{D,A,trans} + \dot{\mathbf{x}}_{D,A,rot} \quad (4.131)$$

bzw.

$$\dot{\mathbf{x}}_{D,B,ges} = \dot{\mathbf{x}}_{D,B,trans} + \dot{\mathbf{x}}_{D,B,rot} \quad (4.132)$$

wobei für die weitere Berechnung nur die  $x$ - und  $y$ -Koordinate von Interesse ist.

Für den für den Vorschub in  $z$ -Richtung zuständigen Anlenkpunkt des hinteren Scheibensystems  $B$  gilt eine Rotationsgeschwindigkeit von

$$\dot{\varphi}_{4,B} = \frac{|\dot{\mathbf{x}}_{T,trans}| + \dot{x}_{D,B,ges,z}}{p \cdot \cos \eta} \quad (4.133)$$

mit

$$\eta = \arccos \frac{{}^B \mathbf{e}_z \cdot \mathbf{n}_B}{|\mathbf{n}_B|}. \quad (4.134)$$

als dem Winkel zwischen der  $z$ -Achse des Verbindungselementes und dem Normalenvektor des hinteren Scheibensystems.

Für den für die Verdrehung des Verbindungselementes zuständigen Anlenkpunkt des vorderen Scheibensystems  $A$  gilt eine Rotationsgeschwindigkeit von

$$\dot{\varphi}_{4,A} = \dot{\psi} + \frac{|\dot{\mathbf{x}}_{T,slide}|}{p}. \quad (4.135)$$

#### 4.5.3.3 Berechnung der Beschleunigung der Anlenkpunkte

Die Beschleunigung der Anlenkpunkte  ${}^B\ddot{\mathbf{x}}_{D,A}$  und  ${}^B\ddot{\mathbf{x}}_{D,B}$  auf Grund der beschleunigten Bewegung des  $TCP$  besitzt einen translatorischen Anteil, der genau der Beschleunigung des  $TCP$   ${}^B\ddot{\mathbf{x}}_T$  entspricht, einen Anteil  $\dot{\boldsymbol{\omega}}_T \times \mathbf{r}_j$ , der aus der Winkelbeschleunigung und dem Abstand herrührt, einen Anteil  $\boldsymbol{\omega}_T \times (\boldsymbol{\omega}_T \times \mathbf{r}_j)$ , der aus der Zentripetalbeschleunigung sowie einen Anteil  $2 \cdot (\boldsymbol{\omega}_T \times \dot{\mathbf{r}}_j)$  der aus der Coriolisbeschleunigung stammt. Letzterer wirkt den anderen entgegen und wird daher abgezogen.

Die Beschleunigungen der Anlenkpunkte auf Grund von Beschleunigung und Geschwindigkeit des  $TCP$  bzw. des Verbindungselementes berechnen sich also zu

$$\ddot{\mathbf{x}}_{D,j,tot} = \ddot{\mathbf{x}}_T + \dot{\boldsymbol{\omega}}_T \times \mathbf{r}_j + \boldsymbol{\omega}_T \times (\boldsymbol{\omega}_T \times \mathbf{r}_j) - 2 \cdot (\boldsymbol{\omega}_T \times \dot{\mathbf{r}}_j). \quad (4.136)$$

Für die weiteren Berechnungen wird die  $z$ -Komponente der Beschleunigung des Anlenkpunktes des vorderen Scheibensystems zu Null gesetzt, da hier die Beschleunigung in dieser Richtung keine Wirkung haben kann. Für die Winkelbeschleunigung des Gelenks im Anlenkpunkt des vorderen Systems gilt die Beziehung

$$\ddot{\varphi}_{4,A} = \ddot{\psi} \quad (4.137)$$

Die  $z$ -Komponente der Beschleunigung des Anlenkpunktes im hinteren Scheibensystem  $B$  wird entsprechend der Beziehung

$$\ddot{\varphi}_{4,B} = \frac{\ddot{\mathbf{x}}_{DB,ges,z}}{p \cdot \cos \eta} \quad (4.138)$$

zur Berechnung der Winkelbeschleunigung im Drehgelenk des Anlenkpunktes im hinteren Scheibensystem  $B$  herangezogen.

#### 4.5.3.4 Berechnung der statischen Kräfte und Momente in den Anlenkpunkten

Die äußere Kraft  $\mathbf{f}_{ext} = [f_x \ f_y \ f_z]^T$  und das äußere Moment  $\mathbf{m}_{ext} = [m_x \ m_y \ m_z]^T$  lassen sich mit Hilfe des Kraft- und Momentengleichgewichts in den Anlenkpunkten  $\mathbf{x}_{D,j}$  wirkende Kräfte  $\mathbf{f}_{F,j}$  bzw.  $\mathbf{f}_{M,j}$  umrechnen (Abb. 4.9).

System  $A$  (Abb. 4.7, vorderes System):

$$\mathbf{f}_{F,A} = \begin{bmatrix} \frac{-(x_{T,z}-x_{D,A,z})f_x - (x_{T,x}-x_{D,A,x})f_z}{(x_{D,A,z}-x_{D,B,z})} \\ \frac{-(x_{T,z}-x_{D,A,z})f_y - (x_{T,y}-x_{D,A,y})f_z}{(x_{D,A,z}-x_{D,B,z})} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.139)$$

System  $B$  (Abb. 4.7, hinteres System):

$$\mathbf{f}_{F,B} = \begin{bmatrix} \frac{-(x_{T,z}-x_{D,A,z})f_x - (x_{T,x}-x_{D,A,x})f_z}{(x_{D,A,z}-x_{D,B,z})} \\ \frac{-(x_{T,z}-x_{D,A,z})f_y - (x_{T,y}-x_{D,A,y})f_z}{(x_{D,A,z}-x_{D,B,z})} \\ 0 \end{bmatrix} - \mathbf{f}, \quad (4.140)$$

Einzig das hintere Scheibensystem  $B$ , das für die  $z$ -Verschiebung des Werkzeugkoordinatensystems  $\{T\}$  verantwortlich ist, kann Kräfte in  $z$ -Richtung aufnehmen und übernimmt die  $z$ -Komponente der statischen Belastungskraft.

Für die Berechnung der sich aus der statischen Momentenbelastung  $\mathbf{m}_{ext}$  des  $TCP$  an den Anlenkpunkten  $\mathbf{x}_{D,j}$  ergebenden Kräfte werden zunächst die  $x$ - und  $y$ -Komponenten des Momentenvektors betrachtet. Das Moment wird in der  $xz$ - und  $yz$ -Ebene von jeweils einem Kräftepaar, das in den Anlenkpunkten der Scheibensysteme angreift, aufgenommen. Es gilt somit für die Kräfte in den Anlenkpunkten, die auf Grund einer Momentenbelastung des  $TCP$  entstehen:

$$\mathbf{f}_{M,A} = -\frac{1}{d} \begin{bmatrix} m_x \\ m_y \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.141)$$

und

$$\mathbf{f}_{M,B} = \frac{1}{d} \begin{bmatrix} m_x \\ m_y \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (4.142)$$

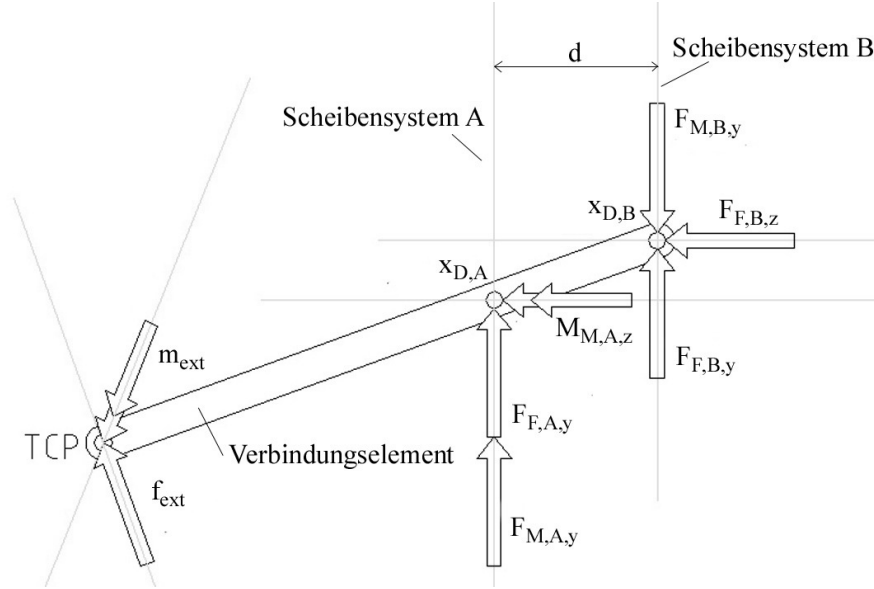


Abbildung 4.9: Schematische Ansicht ( $yz$ -Ebene) der für die Berechnung der statische Kräfte und Momente in den Anlenkpunkten  $\mathbf{x}_{D,j}$  verwendeten Vektoren. Doppelpfeile symbolisieren Drehmomente.

mit

$$d = \sqrt{(\mathbf{x}_{S1,A} - \mathbf{x}_{S1,B})^T (\mathbf{x}_{S1,A} - \mathbf{x}_{S1,B})} \quad (4.143)$$

Die Kräfte, die in den Anlenkpunkten  $\mathbf{x}_{D,j}$  aus der statischen Belastung durch Kräfte bzw. Momente am *TCP* resultieren, werden addiert.

Einzig das vordere Scheibensystem *A*, das für die Verdrehung des *TCP*-Koordinatensystems um die  $z$ -Achse verantwortlich ist, kann Momentenbelastung aufnehmen und übernimmt die  $z$ -Komponente des statischen Belastungsmomentes.

Für die Drehmomentbelastung des vorderen Scheibensystems *A*, das die  $z$ -Komponente des Belastungsmomentes aufnimmt, gilt

$$\mathbf{m}_A = [0 \quad 0 \quad m_z]^T. \quad (4.144)$$

Für das hintere Scheibensystem *B* gilt, dass über das Drehmoment am Anlenkpunkt  $\mathbf{x}_{D,B}$  die  $z$ -Komponente der Belastungskraft unter Berücksichtigung der Reibung im Gewinde aufgenommen werden muss. Es berechnet sich nach [83] zu

$$\mathbf{m}_B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{f_{B,tot,z}}{\cos(\eta)} \cdot \frac{1}{2} d_F \cdot \tan \left( \arctan \left( \frac{p}{\pi \cdot d_F} \right) + \arctan \left( \frac{\mu_R}{\cos(\beta/2)} \right) \right) \end{bmatrix}^T. \quad (4.145)$$

mit:

$d_F$	Flankendurchmesser des Gewindes
$\beta$	Flankenwinkel des Gewindes
$\mu_R$	Reibbeiwert im Gewinde

Zusammengefasst gelten die folgenden Belastungskräfte- bzw. Momente für die Scheibensysteme *A* und *B*:

$$\mathbf{f}_A = \mathbf{f}_{F,A} + \mathbf{f}_{M,A} \quad (4.146)$$

$$\mathbf{f}_B = \mathbf{f}_{F,B} + \mathbf{f}_{M,B} \quad (4.147)$$

und

$$\mathbf{m}_A = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ m_{A,z} \end{bmatrix} \quad (4.148)$$

$$\mathbf{m}_B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ m_{B,z} \end{bmatrix}. \quad (4.149)$$

Mit den nun bekannten Geschwindigkeiten  $\dot{\mathbf{x}}_{D,j}$  und Beschleunigungen  $\ddot{\mathbf{x}}_{D,j}$  der Anlenkpunkte  $\mathbf{x}_{D,j}$  sowie der auf sie wirkenden Kräfte  $\mathbf{f}_j$  und Momente  $\mathbf{m}_j$  können die Winkelgeschwindigkeiten  $\omega_{j,i} = \dot{\varphi}_{i,j}$  und -beschleunigungen  $\dot{\omega}_{j,i} = \ddot{\varphi}_{i,j}$  der Scheiben und die für die gewünschte Bewegung nötigen Drehmomente  $\tau_{j,i}$  berechnet werden.

#### 4.5.3.5 Berechnung der Winkelgeschwindigkeit der Scheiben

Mit Hilfe der Inverskinematik (Abschnitt 4.4.1.1) können die Scheibenwinkel  $\varphi_{i,j}$  berechnet werden. Die Winkel sind zwischen den kinematischen Elementen gemessen.

Mit Hilfe der Jakobimatrix

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} -r_1 s(\varphi_1) - r_2 s(\varphi_1 + \varphi_2) - r_3 s(\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3) & -r_2 s(\varphi_1 + \varphi_2) - r_3 s(\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3) & -r_3 s(\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3) \\ r_1 c(\varphi_1) + r_2 c(\varphi_1 + \varphi_2) + r_3 c(\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3) & r_2 c(\varphi_1 + \varphi_2) + r_3 c(\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3) & r_3 c(\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3) \end{bmatrix} \quad (4.150)$$

der jeweiligen Scheibensysteme können die Winkelgeschwindigkeiten der Scheiben  $\dot{\varphi}_{i,j}$  aus der Geschwindigkeit der Anlenkpunkte  $\dot{\mathbf{x}}_{D,j}$  berechnet werden.

Dabei gilt allgemein

$$d\boldsymbol{\varphi} = \mathbf{J}^{-1} d\mathbf{x} \cong \mathbf{J}^{-1} \dot{\mathbf{x}} = \dot{\boldsymbol{\varphi}}. \quad (4.151)$$

Eingesetzt ergeben sich für die Winkelgeschwindigkeiten der jeweiligen kleinen, mittleren und großen Scheibe

$$\dot{\boldsymbol{\varphi}}_A = \mathbf{J}^{-1} \dot{\mathbf{x}}_{D,A} \quad (4.152)$$

und

$$\dot{\boldsymbol{\varphi}}_B = \mathbf{J}^{-1} \dot{\mathbf{x}}_{D,B}. \quad (4.153)$$

Die Berechnung der Winkelgeschwindigkeiten der Gelenke  $\dot{\varphi}_{4,A}$  und  $\dot{\varphi}_{4,B}$  in den Anlenkpunkten wurde in Abschnitt 4.5.3.2 gezeigt.

#### 4.5.3.6 Berechnung der Drehmomente der Scheiben

Mit Hilfe des bei Craig [27] beschriebenen iterativen Newton-Euler-Verfahren werden die Gleichungen, welche die Drehmomente bestimmen, zunächst in analytischer Form aufgestellt. Auf die Kennzeichnung der vektoriellen Größen als solche wurde zur besseren Übersichtlichkeit verzichtet. Die folgende Berechnung bezieht sich auf ein Scheibensystem, gilt aber für beide analog.

##### 4.5.3.6.1 Auswärts gerichtete Iterationen von link $1 \rightarrow 4$ Winkelgeschwindigkeit der $i$ -ten Scheibe

$$\dot{\varphi}_{4,B} {}^{i+1}\boldsymbol{\omega}_{i+1} = {}^{i+1}\mathbf{R} \cdot {}^i\boldsymbol{\omega}_i + \dot{\varphi}_{i+1} \cdot {}^{i+1}\mathbf{z}_{i+1} \quad (4.154)$$

Winkelbeschleunigung der  $i$ -ten Scheibe

$${}^{i+1}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{i+1} = {}^{i+1}\mathbf{R} \cdot {}^i\dot{\boldsymbol{\omega}}_i + {}^{i+1}\mathbf{R} \cdot {}^i\boldsymbol{\omega}_i \times \dot{\varphi}_{i+1} \cdot {}^{i+1}\mathbf{z}_{i+1} + \ddot{\varphi}_{i+1} \cdot {}^{i+1}\mathbf{z}_{i+1} \quad (4.155)$$

Beschleunigung des  $i$ -ten Gelenks

$${}^{i+1}\dot{\mathbf{v}}_{i+1} = {}^{i+1}\mathbf{R} \cdot ({}^i\dot{\boldsymbol{\omega}}_i \times {}^i\mathbf{p}_{i+1} + {}^i\boldsymbol{\omega}_i \times ({}^i\boldsymbol{\omega}_i \times {}^i\mathbf{p}_{i+1}) + {}^i\dot{\mathbf{v}}_i) \quad (4.156)$$

Beschleunigung des Schwerpunktes der  $i$ -ten Scheibe

$${}^{i+1}\dot{\mathbf{v}}_{C,i+1} = {}^{i+1}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{i+1} \times {}^{i+1}\mathbf{p}_{C,i+1} + {}^{i+1}\boldsymbol{\omega}_{i+1} \times ({}^{i+1}\boldsymbol{\omega}_{i+1} \times {}^{i+1}\mathbf{p}_{C,i+1}) + {}^{i+1}\dot{\mathbf{v}}_{i+1} \quad (4.157)$$

Beschleunigungskraft auf die  $i + 1 - te$  Scheibe

$${}^{i+1}\tilde{\mathbf{f}}_{i+1} = m_{i+1} \cdot {}^{i+1}\dot{\mathbf{v}}_{C,i+1} \quad (4.158)$$

Beschleunigungsmoment auf die  $i + 1 - te$  Scheibe

$${}^{i+1}\tilde{\mathbf{n}}_{i+1} = \mathbf{I}_{i+1} \cdot {}^{i+1}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{i+1} + {}^{i+1}\boldsymbol{\omega}_{i+1} \times \mathbf{I}_{i+1} \cdot {}^{i+1}\boldsymbol{\omega}_{i+1} \quad (4.159)$$

#### 4.5.3.6.2 Inwärts gerichtete Iterationen von link $4 \rightarrow 1$ Gelenkkraft im $i - ten$ Gelenk

$${}^i\mathbf{f}_i = {}^i_{i+1}\mathbf{R} \cdot {}^{i+1}\mathbf{f}_{i+1} + {}^i\tilde{\mathbf{f}} \quad (4.160)$$

Gelenkmoment im  $i - ten$  Gelenk

$${}^i\mathbf{n}_i = {}^i\tilde{\mathbf{n}}_i + {}^i_{i+1}\mathbf{R} \cdot {}^{i+1}\mathbf{n}_{i+1} + {}^i\mathbf{p}_{C,i} \times {}^i\tilde{\mathbf{f}}_i + {}^i\mathbf{p}_{i+1} \times {}^i_{i+1}\mathbf{R} \cdot {}^{i+1}\mathbf{f}_{i+1} \quad (4.161)$$

Auf die Drehachse bezogenes Antriebsmoment des  $i - ten$  Gelenks

$$\tau_i = {}^i\mathbf{n}_i^T \cdot {}^i\mathbf{z}_i \quad (4.162)$$

Die Gewichtskraft lässt sich in die Überlegung mit einbeziehen, indem für das  $0 - te$  Gelenk eine Beschleunigung von  ${}^0\dot{\mathbf{v}}_0 = \mathbf{g}$  in Richtung des Gewichtskraftvektors angenommen wird.

Die mit Hilfe dieses Verfahrens ermittelten vier Gleichungen je Scheibensystem lassen sich in die Massenmatrix  $\mathbf{M}(\boldsymbol{\varphi})$ , den Coriolis- und Zentripetalkraft-Vektor  $\mathbf{c}(\boldsymbol{\varphi}, \dot{\boldsymbol{\varphi}})$  sowie den Gewichtskraftvektor  $\mathbf{g}(\boldsymbol{\varphi})$  aufschlüsseln und durch einen Reibungsvektor  $\mathbf{v}(\dot{\boldsymbol{\varphi}})$  ergänzen, so dass letztendlich das dynamische Modell eines Scheibensystems in der Form

$$\boldsymbol{\tau}_j = \mathbf{M}_j(\boldsymbol{\varphi}) \ddot{\boldsymbol{\varphi}} + \mathbf{c}_j(\boldsymbol{\varphi}, \dot{\boldsymbol{\varphi}}) + \mathbf{v}_j(\dot{\boldsymbol{\varphi}}) + \mathbf{g}_j(\boldsymbol{\varphi}). \quad (4.163)$$

beschrieben werden kann. Die einzelnen Vektoren sind im Anhang C.1 beschrieben.

Zur Ermittlung der Drehmomente  $\boldsymbol{\tau}_j$  ist die Kenntnis von  $\ddot{\boldsymbol{\varphi}}$  nötig, jedoch  $\ddot{\mathbf{x}}$  gegeben. Ein möglicher Weg zur Ermittlung von  $\ddot{\boldsymbol{\varphi}}$  ist die weitere Differenzierung der Gleichung

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}(\boldsymbol{\varphi}) \cdot \dot{\boldsymbol{\varphi}} \quad (4.164)$$

zu

$$\ddot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}(\boldsymbol{\varphi}) \cdot \ddot{\boldsymbol{\varphi}} + \frac{d\mathbf{J}}{d\boldsymbol{\varphi}} \cdot \dot{\boldsymbol{\varphi}}. \quad (4.165)$$

Die Jakobimatrix eines 3-DOF nonsingu Scheibensystems ist in Gl. 4.150 beschrieben. Die nach  $\boldsymbol{\varphi}$  differenzierte Jakobimatrix kann im Anhang C.1 eingesehen werden.

Mit Hilfe des Terms 4.165 kann nun der Zusammenhang zwischen der Beschleunigung des Anlenkpunktes und den Antriebsmomenten der Scheiben hergestellt werden. Es ist jedoch zu beachten, dass die Überbestimmtheit des Systems dazu führt, dass die Jakobimatrix nicht invertiert werden kann. Es wird daher eine linksseitige Matrixdivision angewandt. Gl. 4.165 in Gl. 4.163 eingesetzt ergibt schließlich das dynamische Modell

$$\boldsymbol{\tau}_j = \mathbf{M}_j(\boldsymbol{\varphi}) \cdot \left( \mathbf{J}_j(\boldsymbol{\varphi}) \setminus \left( \ddot{\mathbf{x}}_j - \frac{d\mathbf{J}_j(\boldsymbol{\varphi})}{d\boldsymbol{\varphi}} \cdot \dot{\boldsymbol{\varphi}} \right) \right) + \mathbf{c}_j(\boldsymbol{\varphi}, \dot{\boldsymbol{\varphi}}) + \mathbf{v}_j(\dot{\boldsymbol{\varphi}}) + \mathbf{g}_j(\boldsymbol{\varphi}). \quad (4.166)$$

Das Moment, das auf Grund der äußeren Kraft und ihrer Übersetzung durch das Verbindungselement auf die Anlenkpunkte der Scheibensysteme und somit auf die Antriebe der Scheiben wirkt, ist in Gln. 4.161 und 4.161 berücksichtigt worden.

#### 4.5.4 Diskussion

Die vorliegende analytische Lösung des inversen dynamischen Problems liefert eine mathematisch überschaubare Berechnungsgrundlage für den Epizaktor in der Variante 6-DOF-6 mit Singularitätsvermeidung. Sie bietet die Möglichkeit der Aufspaltung der Lösung in Massenmatrix  $\mathbf{M}(\boldsymbol{\varphi})$ , Zentripetal- und Corioliskraftvektor  $\mathbf{c}(\boldsymbol{\varphi}, \dot{\boldsymbol{\varphi}})$ , Reibungsvektor  $\mathbf{v}(\dot{\boldsymbol{\varphi}})$  und Gewichtskraftvektor  $\mathbf{g}(\boldsymbol{\varphi})$  je

Scheibensystem. Sie ermöglicht eine einfache Modellierung in Simulationsprogrammen und damit die schnelle und einfache Reglersynthese.

Das Verbindungselement wird im Abschnitt 4.5.3 als masselos angenommen. In der ausgeführten Konstruktion wiegt dieses Teil mit ca. 12g etwa die Hälfte der kleinsten Scheibe, sodass die Annahme gerechtfertigt erscheint. Auch bei größer ausgeführten Konstruktionen wird das Massenverhältnis nur unwesentlich anders ausfallen. Zuletzt bleibt die Möglichkeit, die Masse des Verbindungselementes hälftig den Scheibensystemen zuzuschlagen, wie dies zur Vereinfachung der Berechnung auch bei Parallelkinematiken gehandhabt werden kann [96].

Zur Veranschaulichung des Modells werden verschiedene Simulationen durchgeführt. Diese werden in Abschnitt 4.6.1.2 für ein Scheibensystem vorgestellt und werden in Abschnitt 5.3.3.1 für die Berechnung der Antriebe des 6-DOF-Epizaktors im Vergleich zu Hexapod und Hexaglide erneut herangezogen.

## 4.6 Singularitätsvermeidung für ein 2-DOF-Scheibensystem

Ein ebenes 2-DOF-Epizaktor-Scheibensystem (Abb. 4.1) besitzt zwei singuläre Lagen (Abschnitt 4.2), von denen sich eine am Rand des Arbeitsraumes befindet und die *Strecklage* der drei Scheiben darstellt. Hier kommt es bei einer Trajektorie des Anlenkpunktes, die vom Zentrum des Scheibensystems gegen den Rand führt und mit gegebener Geschwindigkeit abgefahren werden soll, zu übergroßen Winkelgeschwindigkeiten der Scheiben bei der Annäherung an diese Lage.

Die zweite singuläre Lage befindet sich genau in der Mitte des Arbeitsraumes. Hier kommt es bei einer Trajektorie, die am Zentrum vorbei führt und mit gegebener Geschwindigkeit abgefahren werden soll, ebenfalls zu einer Überhöhung der Winkelgeschwindigkeiten der Scheiben. Der Effekt wird umso stärker, je näher sich diese Trajektorie am Zentrum befindet. Befindet sich der Anlenkpunkt genau in der Mitte des Bewegungsbereichs der Scheibensysteme, kann er beliebig um den Mittelpunkt rotieren. Es existieren also unendlich viele Lösungsmöglichkeiten des inversen kinematischen Problems an dieser Stelle.

Die Problematik kann durch Redundanz, also durch die Integration von weiteren Scheiben oder Gliedern umgangen werden. In der Literatur sind solche planaren Manipulatoren als *n-bar-systems* oder *n-link-systems* beschrieben [25, 27, 97]. Die Einführung weiterer Glieder löst jedoch das Problem der Singularitäten nicht automatisch und führt zu neuen unerwünschten Effekten hinsichtlich des Gelenkspiels, dem Konstruktions- und Fertigungsaufwand sowie dem Platzbedarf. Vielmehr erfordert die entstandene Überbestimmtheit die Einführung weiterer dynamischer, regelungstechnischer oder mathematischer Bedingungen, mit deren Hilfe die Singularitäten vermieden werden können [25, 30, 142, 160].

Alternativ kann die Redundanz, die durch die größere Anzahl an Gliedern entsteht, genutzt werden, um Hindernisse auf der Trajektorie des Endeffektors zu umgehen [27, 177] und die Fertigkeit eines Manipulators zu verbessern. Die Vermeidung von Singularitäten durch redundante kinematische Elemente in Form von zusätzlichen aktuierten Gelenken ist auch für Parallelkinematiken beschrieben [185].

Im Folgenden soll für den Epizaktor an einem 2-DOF-Scheibensystem eine Singularitätsvermeidung beschrieben und simuliert werden. Diese ist [25] entlehnt, definiert ein singularitätsrobustes Reglergesetz basierend auf einem die zum Antrieb nötigen Drehmomente berechnenden Ansatz. Abb. 4.11 zeigt ein Schema der Reglerstruktur. Der Regler-Ansatz ermöglicht zum einen modellbasiertes Berechnen der Drehmomente, zum anderen können bei dem vorliegenden redundanten System zusätzliche Bedingungen für die Drehmomente berücksichtigt werden. Es werden somit unzulässig große Winkelgeschwindigkeiten und Drehmomente der Scheiben vermieden und die Trajektorie mit der gewünschten Geschwindigkeit realisiert.

### 4.6.1 Vorgehensweise

Ein Scheibensystem sei beschrieben durch die Jakobimatrix (Gl. 4.150) und das dynamische Modell (Gl. 4.166).

Für eine vereinfachte Notation sei

$$\mathbf{n}(\boldsymbol{\varphi}_j, \dot{\boldsymbol{\varphi}}_j) = \mathbf{c}(\boldsymbol{\varphi}_j, \dot{\boldsymbol{\varphi}}_j) + \mathbf{v}(\boldsymbol{\varphi}_j, \dot{\boldsymbol{\varphi}}_j) + \mathbf{g}(\boldsymbol{\varphi}_j) \quad (4.167)$$

Der Zusammenhang zwischen Anlenkpunkt-Geschwindigkeit  $\dot{\mathbf{x}}_{D,j}$  und Gelenkgeschwindigkeit  $\dot{\varphi}_j$  kann wie folgt formuliert werden

$$\ddot{\mathbf{x}}_{D,j} = \mathbf{J}(\varphi_j)\ddot{\varphi}_j + \mathbf{a}_x(\varphi_j, \dot{\varphi}_j), \quad (4.168)$$

wenn die Jakobimatrix aus Gl. 4.150 nach  $t$  differenziert wird.  
Zusätzlich sei

$$\mathbf{e}_j(t) = \mathbf{x}_{Dd,j}(t) - \mathbf{x}_{D,j}(t) \quad (4.169)$$

die Abweichung der Ist-Position  $\mathbf{x}_{D,j}$  von der Sollposition  $\mathbf{x}_{Dd,j}$  des Anlenkpunktes.  
Analog sei

$$\dot{\mathbf{e}}_j(t) = \dot{\mathbf{x}}_{Dd,j}(t) - \dot{\mathbf{x}}_{D,j}(t). \quad (4.170)$$

die Geschwindigkeitsabweichung.

Das Produkt aus Jakobi- und inverser Massenmatrix („Jacobian-Inertia-Product“ [25]) sei

$$\mathbf{\Gamma} := \mathbf{J}(\varphi)\mathbf{M}(\varphi)^{-1}. \quad (4.171)$$

Zur Erstellung eines Reglergesetzes mit Robustheit gegen die Singularitäten des Manipulators werden zwei Gewichtungsmatrizen eingeführt und zunächst als inverse Massenmatrix bzw. Einheitsmatrix definiert:

$$\mathbf{W}_\tau = \mathbf{M}(\varphi_j)^{-1} \quad (4.172)$$

und

$$\mathbf{W}_x = \mathbf{E}. \quad (4.173)$$

Das *Damped-Least-Squares Inverse* (DLS-inverse) Jacobian-Inertia-Product ergibt sich dann mit  $k$  als Skalierungsfaktor für die Dämpfung in der Nähe einer singulären Lage, zu (Herleitung siehe [25]):

$$\mathbf{\Gamma}^*(\varphi_j) := \mathbf{W}_\tau^{-1}\mathbf{\Gamma}^T (\mathbf{\Gamma}\mathbf{W}_\tau^{-1}\mathbf{\Gamma}^T + k\mathbf{W}_x^{-1})^{-1}. \quad (4.174)$$

Zur Bestimmung von  $k$  wird ein Maß für die Nähe zu einer singulären Lage benötigt. Hierfür wird das generalisierte dynamische Maß für die Manövrierbarkeit

$$w := \sqrt{\det \mathbf{\Gamma}\mathbf{W}_\tau^{-1}\mathbf{\Gamma}^T}. \quad (4.175)$$

herangezogen. Anders als das allgemeine Maß für die Manövrierbarkeit  $\sqrt{\det \mathbf{J}\mathbf{J}^T}$  [183], das eine rein kinematische Eigenschaft ist, beinhaltet  $w$  die dynamische Charakteristik des Manipulators. Vorteil dieses Vorgehens ist, dass  $w$  in einer Singularität Null ist und sich über die Bewegung des Endeffektors im Arbeitsraum stetig ändert. Der Skalierungsfaktor  $k$  wird also

$$k = \begin{cases} k_0 (1 - w/w_0) & \forall w < w_0 \\ 0 & \forall w \geq w_0 \end{cases} \quad (4.176)$$

wobei  $k_0$  der Skalierungsfaktor in der Singularität ist und  $w_0$  die Grenze der Nachbarschaft zur Singularität definiert.

Das Reglergesetz (Abb. 4.11) zur Bestimmung der Antriebsmomente  $\tau_S$  der Scheiben kann dann wie folgt formuliert werden:

$$\tau_S = \mathbf{\Gamma}^* \{ \ddot{\mathbf{x}}_{Dd} + K_V \dot{\mathbf{e}} + K_P \mathbf{e} - \mathbf{a}_x(\varphi, \dot{\varphi}) + \mathbf{\Gamma} n(\varphi, \dot{\varphi}) \} - b_{nd} (\mathbf{E} - \mathbf{\Gamma}^* \mathbf{\Gamma}) (b \mathbf{W}_\tau)^{-1} \dot{\varphi}. \quad (4.177)$$

Außerhalb der Nachbarschaft zu einer Singularität ( $w \geq w_0$ ) verhält sich der Regler wie ein konventioneller Feed-Forward-Regler und wie beispielsweise bei Craig [27] beschrieben. Wird die Grenze zur Singularität jedoch überschritten, wächst der dämpfende Einfluss des Terms

$$k_{nd} (\mathbf{E} - \mathbf{\Gamma} \mathbf{\Gamma}^*) (b \mathbf{W}_\tau)^{-1} \cdot \dot{\varphi} \quad (4.178)$$

mit  $k_{nd}$  als Null-Raum-Dämpfung sowie der Einfluss von  $k$  in Gl. 4.174. Werte für die Parameter  $k$ ,  $k_{nd}$  und  $w_0$  müssen experimentelle oder mit Hilfe von Simulationen bestimmt werden.

		Scheibe											
	Einheit	1				2				3			
Trägheitsmoment	$kgm^2$	$10^{-5} \begin{bmatrix} 80 & 0 & 0 \\ 0 & 80 & 0 \\ 0 & 0 & 150 \end{bmatrix}$				$10^{-5} \begin{bmatrix} 9.6 & 0 & 0 \\ 0 & 10.7 & 0 \\ 0 & 0 & 19.9 \end{bmatrix}$				$10^{-5} \begin{bmatrix} 0.30 & 0 & 0 \\ 0 & 0.35 & 0 \\ 0 & 0 & 1.22 \end{bmatrix}$			
Masse	$kg$	0.27				0.07				0.026			
Lage des $i$ -ten Gelenks	$m$	$10^{-3} \begin{bmatrix} 40 & 0 & 0 \end{bmatrix}$				$10^{-3} \begin{bmatrix} 36.5 & 0 & 0 \end{bmatrix}$				$10^{-3} \begin{bmatrix} 6.5 & 0 & 0 \end{bmatrix}$			
Schwerpunkt	$m$	$10^{-3} \begin{bmatrix} 4.1 & 0 & 6.3 \end{bmatrix}$				$10^{-3} \begin{bmatrix} 9.3 & 0 & 6.3 \end{bmatrix}$				$10^{-3} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 4.9 \end{bmatrix}$			
max. Drehmoment	$Nm$	$\pm 50$				$\pm 15$				$\pm 8$			

Tabelle 4.6: Technische Daten des simulierten redundanten Scheibensystems, aufbauend auf der im Anhang beschriebenen ausgeführten Konstruktion.

#### 4.6.1.1 Zusammenfassung

Der gewählte Regler ermöglicht die Berechnung der für ein Abfahren einer Trajektorie nötigen Drehmomente. Diese erfolgt mit Hilfe des Modells der dynamischen Eigenschaften des Roboters. Die äußere Reglerschleife ist als PD-Schleife ausgeführt und dient zum Ausgleich von Modellungenauigkeiten und Störungen. Zur Vermeidung der Singularitäten wird ein generalisiertes dynamisches Manövrierbarkeitsmaß  $w$  eingeführt, das in der Nähe einer singulären Lage einen Schwellwert  $w_0$  unterschreitet. In diesem Fall wird der Gewichtungsfaktor  $k$  von 0 verschieden und die zur Bewegung nötigen Drehmomente der Glieder des Roboters entsprechend der Gewichtungsmatrix  $\mathbf{W}_\tau$  berechnet. Im vorliegenden Falle ist diese Matrix entsprechend der Massenträgheitsmomente der Glieder ausgeführt. Dies hat zum Ziel, die zur Bewegung der Maschine nötigen Drehmomente hinsichtlich der aktuellen Massenträgheitsmomente zu wählen und somit eine günstige Auslegung der Aktorik der Maschine zu erreichen. Diese Wahl wird durch die redundante Scheibe ermöglicht, da mit ihrer Einführung der eindeutige Zusammenhang der kinematischen und dynamischen Größen eingeschränkt wurde.

#### 4.6.1.2 Berechnungsbeispiel

Für die Demonstration der Wirkungsweise des singularitätsrobusten Reglergesetzes wird mit Hilfe von Matlab die Simulation eines Beispiels durchgeführt. Es orientiert sich an dem in [25] beschriebenen Manipulator, die Simulation wurde jedoch mit den Daten der vorliegenden Konstruktion des Epizaktors für ein Scheibensystem durchgeführt. Tabelle 4.6 gibt Auskunft über die technischen Daten des Manipulators und Abb. 4.10 zeigt ein Schema des simulierten Scheibensystems.

Die Scheiben des Manipulators bewegen sich alle in der vertikalen Ebene. Der Gewichtskraftvektor deutet somit in die negative  $y$ -Richtung. Das Modell wurde entsprechend der bei Craig [27] beschriebenen Methode erstellt und berücksichtigt die Massen der Glieder, ihre Trägheitsmomente sowie alle aus diesen Größen und der Bewegung entstehende Massenkräfte. Es wurde in erster Näherung viskose Reibung mit einem Reibbeiwert von  $\mu_T = 0.18$  [85] und trockene Reibung mit einem Reibbeiwert von  $\mu_C = 5$  [84] berücksichtigt. Diese Werte orientieren sich an den Angaben für Gleitlager und dienen der ersten Abschätzung. Der Luftwiderstand der Scheiben sowie eine etwaige Hysterese der Antriebe werden nicht berücksichtigt. Es wird davon ausgegangen, dass keine Selbsthemmung in den Gelenken, Getrieben und Antrieben existiert. Abb. 4.10 zeigt eine schematische Darstellung der Simulationsordnung. Das Modell ist in Abschnitt 4.5 beschrieben.

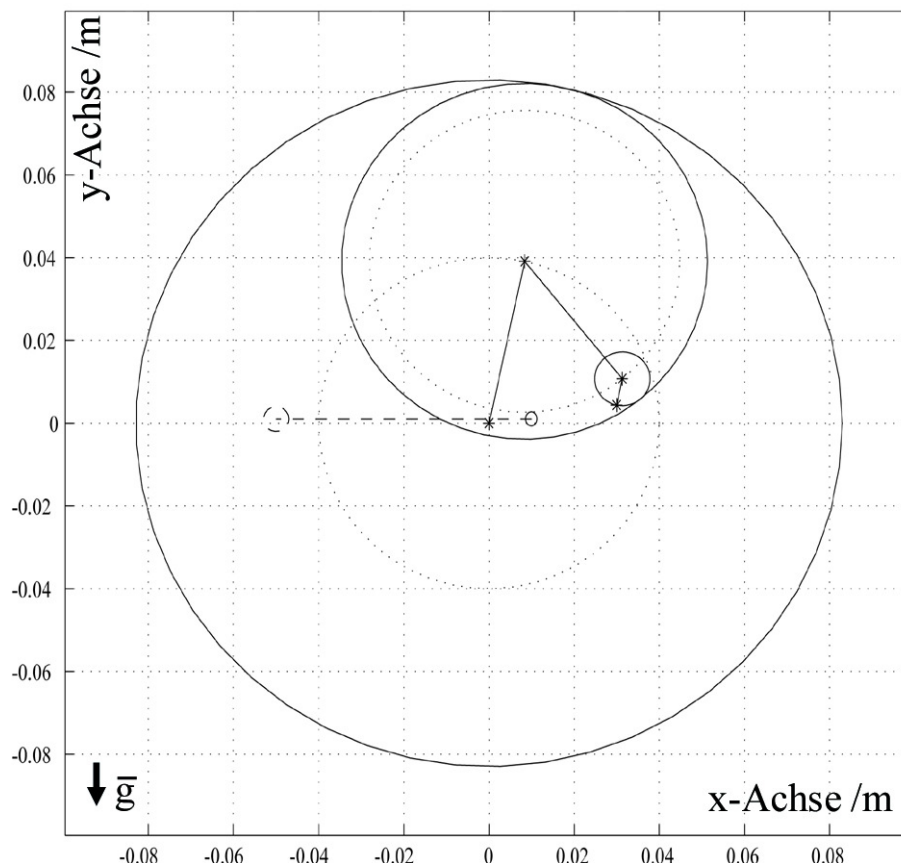
Zum Test soll der Anlenkpunkt eine Trajektorie vom Punkt  $[0.01 \ 0.001]$  zum Punkt  $[-0.05 \ 0.001]$  mit einer konstanten Geschwindigkeit  $v = 0.1m/s$  abfahren (Abb. 4.12).

Betrachtet werden die Abweichung des Anlenkpunkts von der Soll-Bahn, die während des Abfahrens auftretenden Drehmomente in den Antrieben sowie deren Winkelgeschwindigkeiten. Die numerischen Experimente wurden jeweils einmal mit den maximalen Drehmomenten von  $\pm 50$ ,  $\pm 15$  und  $\pm 8Nm$  und einmal ohne Begrenzung durchgeführt, um den Einfluss dieser praktisch auftretenden Limitierungen zu zeigen.

Untersucht werden zwei Reglerkonzepte:

1. Ein PID-Regler auf Achsenebene, der mit Hilfe der Inverskinematik den Endeffektor auf die vorgegebene Soll-Position regelt. Diese wandert nach kurzem Einschwingen mit entsprechend der oben beschriebenen Vorgabe mit  $v = 0.1m/s$  von  $[0.01 \ 0.001]$  zum Punkt  $[-0.05 \ 0.001]$





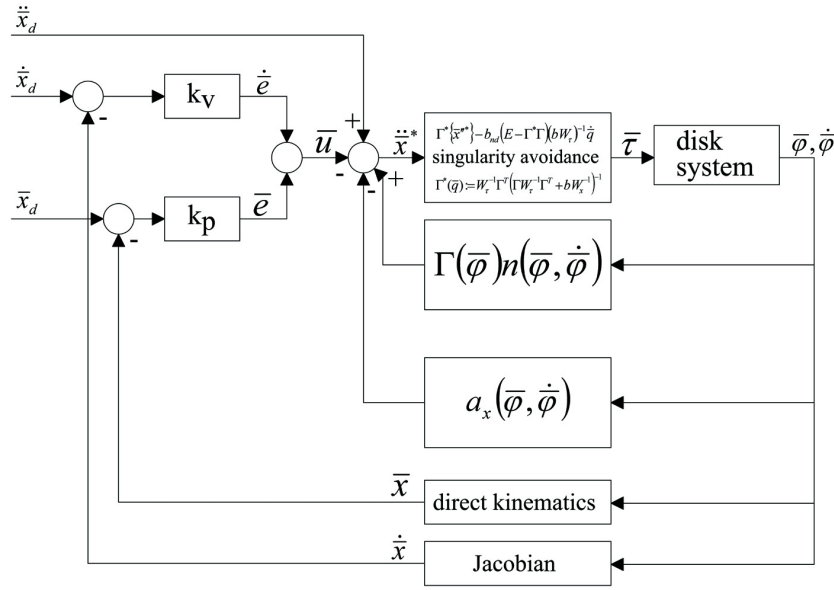


Abbildung 4.11: Schema des singularitätsrobusten Reglers für ein Scheibensystem. Die Formelzeichen sind im Text beschrieben. Der modellbasierte Regler ermöglicht die Berechnung der zum Antrieb nötigen Drehmomente und besitzt eine Kaskadenstruktur. Der besseren Übersichtlichkeit wegen sind die Zusammenfassungen der kinematischen Terme  $\mathbf{a}_x(\varphi, \dot{\varphi})$  sowie der dynamischen Terme  $\mathbf{\Gamma}(\varphi)\mathbf{n}(\varphi, \dot{\varphi})$  getrennt aufgeführt.

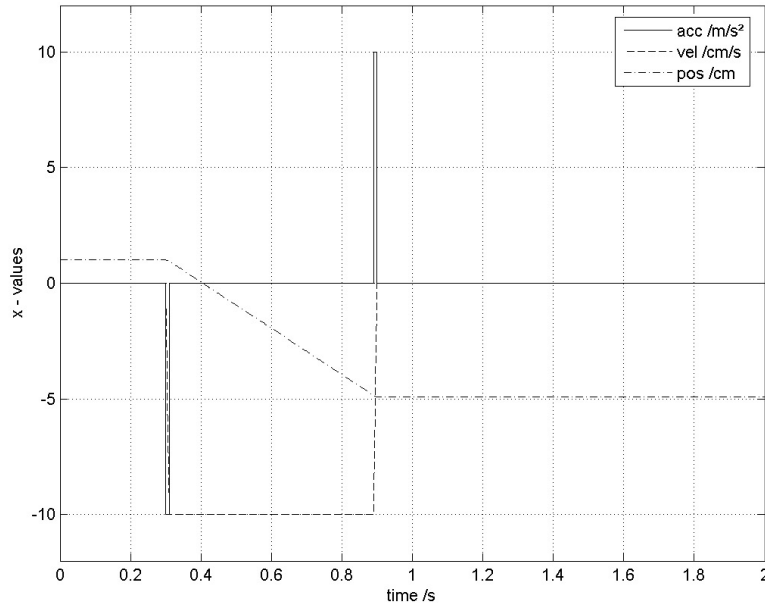


Abbildung 4.12: Darstellung der simulierten Trajektorie (nur  $x$ -Werte). Der Anlenkpunkt soll zum Zeitpunkt  $t_1 = 0.3s$  für  $0.02s$  eine Beschleunigung von  $-10m/s^2$  erfahren. Dies führt für den Zeitpunkt  $t_2 = 0.32s$  zu einer konstanten Geschwindigkeit von  $0.1m/s$ . Diese wird bis zum Zeitpunkt  $t_3 = 0.5s$  beibehalten und dann wieder auf  $0m/s$  gebremst. Die Lageveränderung des Anlenkpunktes ist dabei von  $[0.1 \ 0.001]m$  auf  $[-0.05 \ 0.001]m$ .

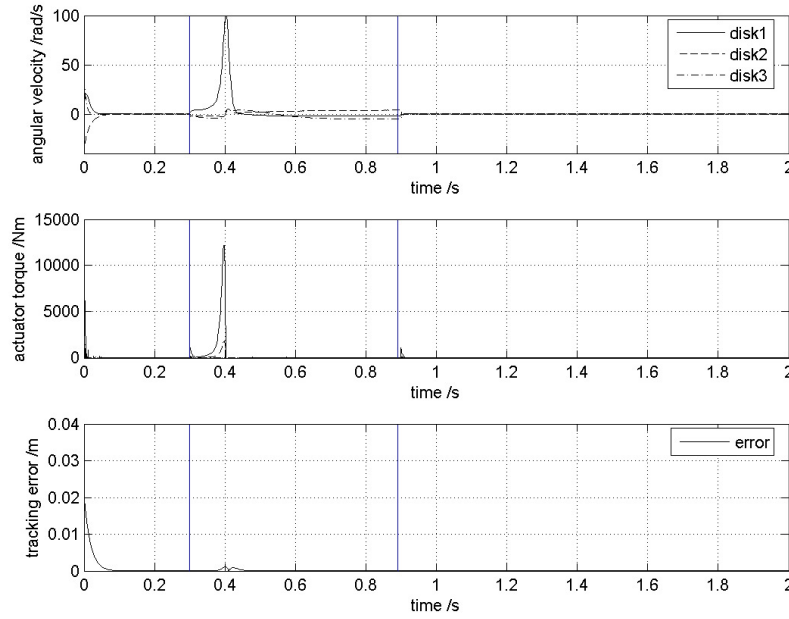


Abbildung 4.13: Winkelgeschwindigkeit, Drehmomente sowie Bahnabweichung für den Versuch mit PID-Regler und unbegrenzten Drehmomenten. Die senkrechten Linien markieren Beginn und Ende der Trajektorie. Die Singularität wird zum Zeitpunkt  $t = 0.4s$  passiert. Es wird deutlich, dass der Bahnfehler bei der Passage der Singularität mit  $0.001m$  und recht klein wird. Gleichzeitig entstehen mit etwa  $120000Nm$  sehr große Drehmomente an den Scheiben und mit etwa  $100rad/s$  ebenfalls sehr große Winkelgeschwindigkeiten. Eine solche Situation ist technisch nicht realisierbar.

(rechts nach links). Die Einstellwerte des Reglers sind mit dem Ziegler-Nichols-Verfahren [186] ermittelt worden (Abb. 4.12).

2. Eine PD-Reglerstruktur mit dem Algorithmus zur Auflösung der Redundanz wie oben beschrieben, der auf der Gewichtung der Trägheiten der einzelnen Links basiert (Abb. 4.11). Die Vorgabe der Trajektorie erfolgt durch entsprechende Beschleunigungs- Geschwindigkeits- und Wegsollwerte des Anlenkpunktes (Abb. 4.12). Letztere wandern ebenfalls von  $[0.01 \ 0.001]$  nach  $[-0.05 \ 0.001]$ .

#### 4.6.1.3 Regelung mit PID-Regler auf Achsebene und kinematischer Berechnung der Soll-Drehwinkel

Mit Hilfe der in Abschnitt 4.4.1.1 beschriebenen Inverskinematik wird die Soll-Position aus den Anlenkpunkt-Koordinaten  $\mathbf{x}$  in Gelenkkordinaten  $\boldsymbol{\varphi}$  umgerechnet. Wie in 4.4.1.1 weiter beschrieben, wird einer der Drehwinkel, hier  $\varphi_1$ , gewählt. Die Wahl erfolgt in Abhängigkeit der Lage des Endeffektors so, dass alle Punkte auf der Kreisfläche erreichbar sind. Der Drehwinkel wurde mit

$$\varphi_1 = \arctan \frac{y_D}{x_D} + \frac{\pi}{1.7} \frac{1 - \sqrt{x_D^2 + y_D^2}}{\sum r_i} \quad (4.179)$$

berechnet. Diese Vorgehensweise ermöglicht eine vollständige und kontinuierliche Erreichbarkeit aller Punkte in der Scheibenebene, ohne dass es zu Klemmlagen oder Umschlägen während der Bewegung kommt. Die Gleichung wurde empirisch in einer Versuchsreihe ermittelt.

**4.6.1.3.1 Ergebnisse** Abb. 4.13 zeigt Winkelgeschwindigkeit, Drehmomente sowie Bahnabweichung für die Simulation mit PID-Regler und unbegrenzten Drehmomenten. Nach dem Sprung von der initialen Konfiguration der Scheiben auf die Startposition der Trajektorie startet zum Zeitpunkt  $t = 0.4s$  die Trajektorie. Die größten Drehmomente (Absolutwerte) beim Start liegen für die große und die mittlere Scheibe bei etwa  $15000Nm$  und für die kleine Scheibe bei  $400Nm$ . Nach Erreichen der Startposition gehen die Drehmomente auf einen Wert nahe Null zurück. Bei der

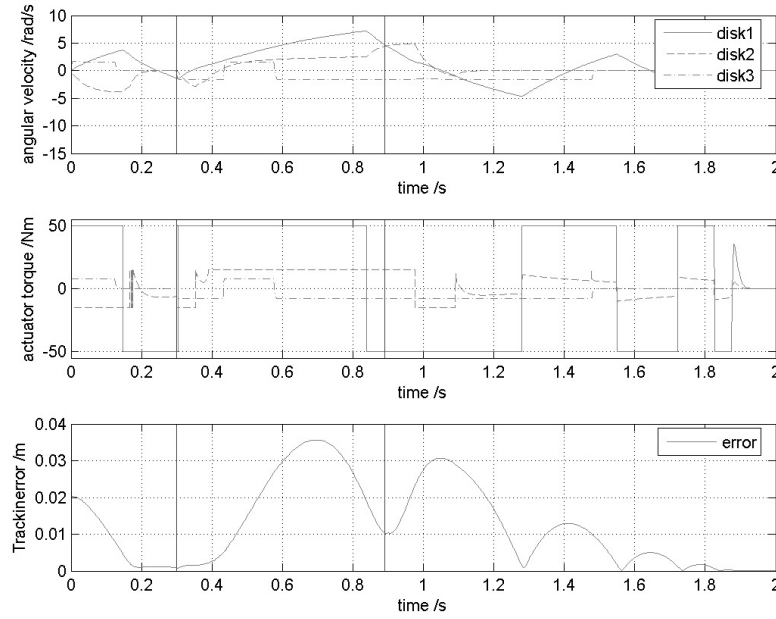


Abbildung 4.14: Winkelgeschwindigkeit, Drehmomente sowie Bahnabweichung für den Versuch mit PID-Regler mit auf  $\pm 50$ ,  $\pm 15$  und  $\pm 8Nm$  begrenzten Drehmomenten. Deutlich sichtbar ist die große Bahnabweichung (ca.  $0.035m$ ) nach Passage der Singularität. Die senkrechten Linien markieren Beginn und Ende der Trajektorie. Die Singularität wird zum Zeitpunkt  $t = 0.4s$  passiert. Nach der Passage erreicht der Anlenkpunkt die gewünschte Trajektorie nicht mehr.

Passage der Mitte steigen die Drehmomente auf etwa  $12000Nm$  für die große und  $1800Nm$  für die mittlere Scheibe an. Die kleine Scheibe benötigt etwa  $30Nm$ . Gleichzeitig weicht der Anlenkpunkt um  $0.0014m$  von der gewünschten Trajektorie ab. Die maximale Winkelgeschwindigkeit der großen Scheibe, die am stärksten von der Singularität betroffen ist, beträgt etwa  $105rad/s$ .

Abb. 4.14 zeigt Winkelgeschwindigkeit, Drehmomente sowie Bahnabweichung für die Simulation mit PID-Regler und begrenzten Drehmomenten. Nach kurzem Einschwingen startet die Trajektorie wie oben beschrieben. Bei der Passage der Mitte weicht der Anlenkpunkt weit Richtung Rand des Scheibensystems von der Trajektorie ab und erreicht diese erst etwa  $1s$  nachdem der Sollwert des Anlenkpunktes zum Stillstand gekommen ist.

#### 4.6.1.4 Regelung mit Singularitätsvermeidung

Der von Chung [25] vorgeschlagene Algorithmus zur Berechnung der Soll-Drehmomente basiert darauf, die Nähe des Anlenkpunktes zu einer Singularität mit in die Berechnung einzubeziehen. Als zur Nachbarschaft zu einer singulären Lage gehörig wurden alle Punkte gezählt deren dynamisches Manövrierbarkeitsmaß  $w$  kleiner war als  $w_o = 1.04$ . Für den Skalierungsfaktor  $k$  wurde  $k_0 = 1.95$  gewählt. Die Nullraum-Dämpfung wurde mit  $k_{nd} = 200$  gewählt. Die Werte wurden durch eine Versuchsreihe ermittelt.

Mit den genannten Werten wurden ein Durchgang ohne Begrenzung und einer mit auf die in Tabelle 4.6 beschriebenen Maximalwerte begrenzten Drehmomenten simuliert.

**4.6.1.4.1 Ergebnisse** Es zeigt sich, dass die Passage der Singularität für das System ohne weiteres möglich ist. Der Fehler beträgt im Bereich der Singularität etwa  $0.05m$  (Abb. 4.15). Dies ist gleichzeitig der Maximalfehler, denn im weiteren Verlauf wird der Fehler wieder kleiner. Das maximale Drehmoment für die große Scheibe im Bereich der Singularität liegt bei  $25Nm$ , für die mittlere Scheibe  $10Nm$  und für die kleine Scheibe gerade  $8Nm$ . Die Werte für die große und die mittlere Scheibe liegen weit unterhalb der maximal zulässigen. Die maximalen Winkelgeschwindigkeiten der Scheiben liegen maximal bei ca.  $2.5rad/s$ . Es zeigt sich, dass die gewählten Werte für die Nullraumdämpfung und den Skalierungsfaktor noch nicht optimal sind.

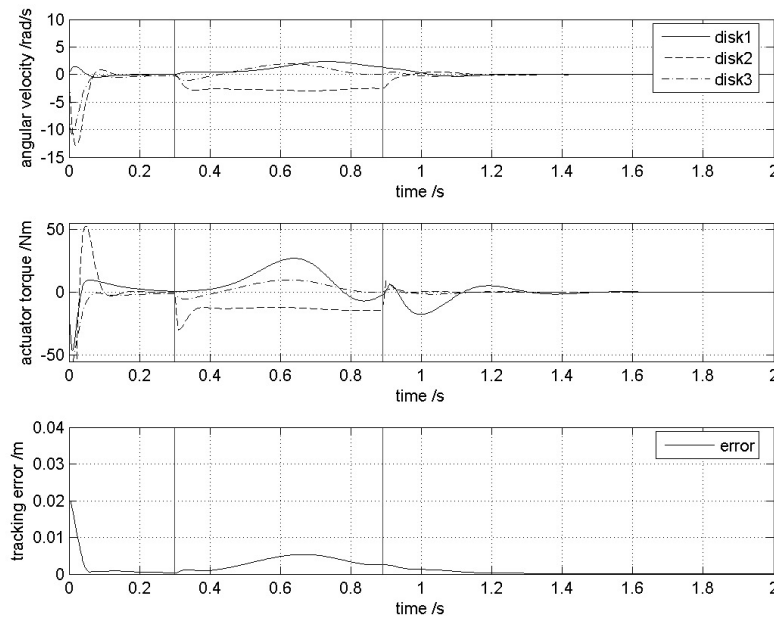


Abbildung 4.15: Winkelgeschwindigkeit, Drehmomente sowie Bahnabweichung für den Versuch mit singularitätsrobustem Regler und unbegrenzten Drehmomenten der drei Antriebe. Die senkrechten Linien markieren Beginn und Ende der Trajektorie. Die Singularität wird zum Zeitpunkt  $t = 0.4s$  passiert. Es wird deutlich, dass der Startpunkt der Trajektorie ( $t = 0.3s$ ) schnell und genau erreicht wird. Nach Passage der Singularität erreicht der Bahnfehler etwa  $0.005m$  und wird im weiteren Verlauf wieder 0.

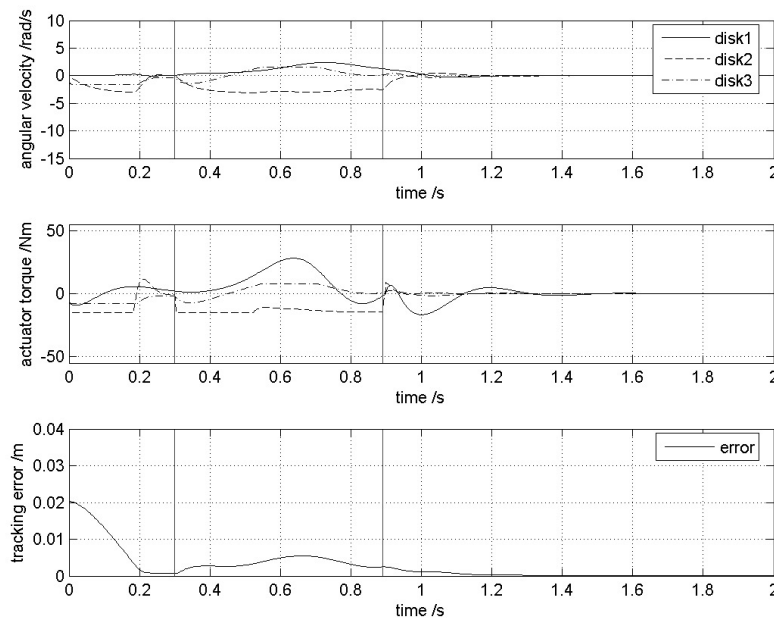


Abbildung 4.16: Winkelgeschwindigkeit, Drehmomente sowie Bahnabweichung für den Versuch mit singularitätsrobustem Regler mit auf  $\pm 50$ ,  $\pm 15$  und  $\pm 8Nm$  begrenzten Drehmomenten. Die senkrechten Linien markieren Beginn und Ende der Trajektorie. Die Singularität wird zum Zeitpunkt  $t = 0.4s$  passiert. Es wird deutlich, dass die Drehmomentbegrenzung einen Einfluss auf das Einschwingverhalten bis zum start der Trajektorie hat, jedoch wird der Bahnfehler nicht größer als beim Versuch mit unlimitierten Drehmomenten.

Wird der Simulationsdurchgang mit Drehmomentbegrenzung (Abb. 4.16) betrachtet stellen sich die folgenden Ergebnisse dar: Der Fehler im Bereich der Singularität liegt wie oben bei  $0.05m$ , die Drehmomente der Scheiben sind ebenfalls gleich. Einzig die Einschwingzeit wird geringfügig größer, da das Drehmomentlimit der kleinen und mittleren Scheibe erreicht wird.

#### 4.6.2 Zusammenfassung und Diskussion

Die Simulationen der zwei Reglerkonzepte zeigen deutliche Unterschiede. Werden die Durchgänge mit unbegrenzten Drehmomenten, die sich zum Vergleich der Regler-Typen besser eignen, da die Regelstrecke nicht das limitierende Element darstellt, verglichen, zeigt sich, dass der Regler mit Singularitätsvermeidung Ergebnisse, die deutlich besser sind als die der PID-geregelten Strecke, erreicht. Dieses Ergebnis verwundert nicht, da die auf der Berechnung der inversen Kinematik basierende PID-Regelung an dieser Stelle schon aus mathematischen Gründen zu einer Überhöhung der Geschwindigkeiten bzw. Beschleunigungen führt und keine nennenswert besseren Ergebnisse liefern kann. Allerdings ist der Vergleich des PID-geregelten Systems, das keine Drehmoment-Begrenzung kennt, mit dem singularitätsrobusten System praktisch nicht zulässig, weil die benötigten Drehmomente der Antriebe der PID-geregelten Strecke die vorgegebenen Grenzen bei weitem überschreiten. Hier muss davon ausgegangen werden, dass eine PID-Regelung der Strecke auf Grund der in realiter begrenzten Drehmomente nicht in Frage kommt.

Der singularitätskompensierte Regler bestimmt die Drehmomente der Scheiben entsprechend der Gewichtungsmatrizen  $\mathbf{W}_x$  und  $\mathbf{W}_\tau$  sowie der Werte für  $w_0$ ,  $k_0$  und  $k_{nd}$ . Die Wahl dieser Parameter wurde nicht optimiert sondern mit Hilfe von Versuchsreihen empirisch ermittelt. Gleiches gilt auch für die Reglerparameter  $K_{P,i}$ ,  $K_{I,i}$  und  $K_{D,i}$  des PID-Reglers, sodass bei der Optimierung der Regler wahrscheinlich noch sehr großes Verbesserungspotenzial besteht. Das Ziel der Untersuchung, zu zeigen, dass eine Singularitätsvermeidung möglich ist, wurde somit erfüllt. Eine Optimierung der Parameter sollte dann für einen ausgeführten Epizaktor bei bekannten bzw. überhaupt erst ermittelbaren Werten der Parameter wie z.B. Reibung o. ä. erfolgen.

### 4.7 Bewertung und Auswahl einer optimalen Konfiguration

#### 4.7.1 Ziel

Mit Hilfe eines Bewertungsverfahrens soll die Auswahl einer möglichst gut für den Einsatz als handgehaltener Roboter geeigneten Epizaktor-Variante objektiv durchgeführt werden.

#### 4.7.2 Vorgehensweise

Zur Bewertung der ermittelten 6-DOF-Epizaktor-Kinematiken wird eine Reihe von sinnvollen Unterscheidungs- und damit Bewertungskriterien aufgestellt. Die Auswahl des Bewertungsverfahrens erfolgt nach einer Recherche von möglichen Verfahren [21, 179], auf die später eingegangen wird. Die Ermittlung der Gewichtungsfaktoren ist ein zweiter zentraler Bestandteil des Bewertungsverfahrens und erfolgt im Anschluss an die Aufstellung der Bewertungsmatrix und die Vergabe der Bewertungspunkte, um diese so wenig wie möglich subjektiv zu beeinflussen.

#### 4.7.3 Bewertungskriterien

Aus der Menge der möglichen Bewertungskriterien für Kinematiken sind fünf Kriterien als sinnvoll und brauchbar für einen übersichtlichen Vergleich erachtet worden und sollen im Folgenden vorgestellt werden. Die Gewichtungsfaktoren sind in Tabelle 4.9 zusammengefasst.

##### 4.7.3.1 Arbeitsraum-Bauraum-Verhältnis

Um die 6-DOF-Kinematikvarianten quantitativ miteinander vergleichen zu können, wurde in einem iterativen Verfahren mit einer MATLAB-Routine (The Mathworks Inc, Natick, MA, USA) der minimale kinematische Bauraum ermittelt, den eine Kinematik haben muss, um den geforderten Arbeitsraum (s. u.) bedienen zu können. Die Variablen dabei waren: Die Anordnung der Scheibensysteme, ihre Größe, die Ausführung der Verbindungselemente bzw. die Stützenlänge, die Geometrie der Werkzeugplattform sowie die Lage des geforderten Arbeitsraumes im Basiskoordinatensystem. Alle Variablen wurden solange schrittweise variiert, bis die untersuchten Varianten

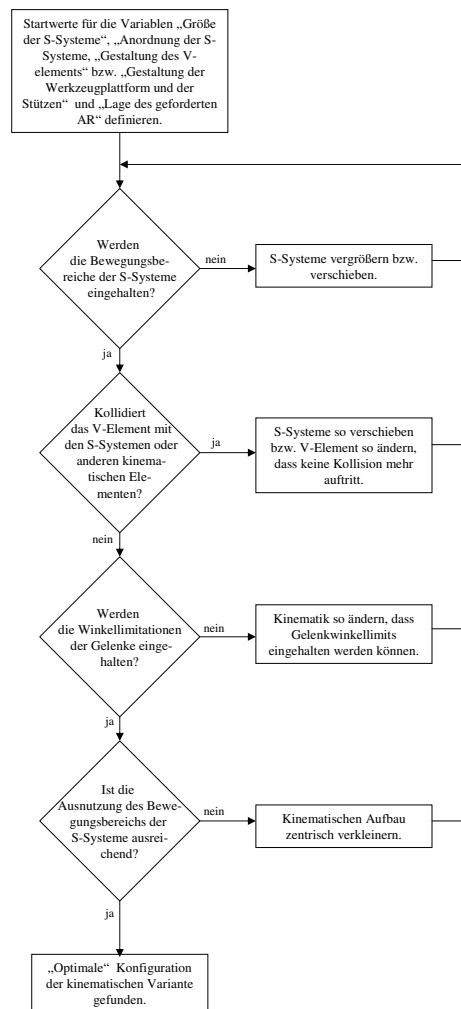


Abbildung 4.17: Flussdiagramm des Matlab-Algorithmus zur Ermittlung des minimalen Bauraums. *S-System* steht für 'Scheibensystem', *V-Element* steht für 'Verbindungselement'.

gerade noch in der Lage waren, die kinematischen Gleichungen zu erfüllen, also die Randbedingungen einzuhalten. Konkret wurde an allen Ecken des geforderten Arbeitsraums eine Trajektorie simuliert, die die Winkelverdrehungen von  $\pm 20^\circ$  des *TCP*-Koordinatensystems auf ihre Realisierbarkeit hin überprüfte, wobei der Arbeitsraum für eine Werkzeugspitze, die  $25\text{mm}$  in  $z$ -Richtung vor der Kinematik liegt, berechnet wurde. Auf diese Weise wurde der minimale kinematische Bauraum als das Minimum einer Funktion der Variablen 'Anordnung der Scheibensysteme', 'Größe der Scheibensysteme', 'Gestaltung des Verbindungselements', 'Stützenlänge', 'Gestaltung der Werkzeugplattform' und 'Lage des geforderten Arbeitsraumes' iterativ gesucht. Abb. 4.17 gibt eine Übersicht über den Aufbau des Algorithmus.

Es wurden folgende Arbeitsräume definiert, mit denen die quantitative und qualitative Bewertung der Kinematiken erfolgte:

**4.7.3.1.1 Geforderter Arbeitsraum** Innerhalb eines würfelförmigen Raumes mit  $4\text{cm}$  Kantenlänge (Volumen:  $64\text{cm}^3$ ) soll der *TCP* eine Verdrehung um  $\pm 20^\circ$  in allen Achsen gleichzeitig erfahren können. Dieser Raum ist angelehnt an den in Abschnitt 3.5.2 spezifizierten Arbeitsraum und wurde für eine vereinfachte Berechnung gewählt.

**4.7.3.1.2 Effektiver Arbeitsraum** Für die in 4.7.3.1.1 ermittelten geometrischen Konfigurationen der untersuchten Kinematikvarianten wurde der effektive Arbeitsraum mit Hilfe einer weiteren Matlab-Routine ermittelt. Er wurde definiert als der gesamte Raum, in dem der *TCP* in jedem Raumpunkt eine Verdrehung um  $\pm 20^\circ$  um alle Achsen gleichzeitig erfahren kann. Der effektive Arbeitsraum wurde bestimmt, indem eine ausreichend große Zahl rasterförmig angeordneter Raumpunkte auf die Erreichbarkeit durch den *TCP* hin getestet wurde. Jedem der positiv getesteten Punkte wurde das Volumen eines Quaders mit den Kantenlängen der Abstände zu den Nachbarpunkten zugeschrieben. Dadurch konnte durch Addition dieser Teilvolumina das Gesamtvolumen des effektiven Arbeitsraumes approximiert berechnet und dargestellt werden.

**4.7.3.1.3 Kartesischer Arbeitsraum** Zusätzlich wurde der kartesische Arbeitsraum mit den unter 4.7.3.1.1 entwickelten geometrischen Ausführungen der Kinematik-Varianten und der unter 4.7.3.1.2b) beschriebenen Methode ermittelt. Dieser Raum ist so definiert, dass jeder seiner Punkte mit dem *TCP* bei  $0^\circ$  Rotation angefahren werden kann.

**4.7.3.1.4 Kinematischer Bauraum** Der Bauraum einer Kinematik entspricht dem Quader, dessen Seitenflächen die Kinematik gerade vollständig umschließen. Bau- und Arbeitsraum werden in denselben Dimensionen angegeben. Bei den Varianten 6-DOF-1, 6-DOF-2, 6-DOF-4, 6-DOF-5 und 6-DOF-6 umschließt der Quader hierbei einzig die Scheibensysteme, da nur diese von einem (hypothetischen) Gehäuse umschlossen werden müssten. Bei Variante 6-DOF-7 umschließt der Quader die Kinematik in der Stellung mit dem geringsten Abstand von Werkzeugplattform und Basis, da dies der Raum wäre, den ein Gehäuse umschließen müsste, um die Kinematik zu verdecken ohne jedoch die Beweglichkeit des *TCP* bzw. der Werkzeugplattform zu behindern. Bei allen untersuchten Kinematiken liegt der Arbeitsraum außerhalb des kinematischen Bauraums. Bei der Bestimmung des kinematischen Bauraums wird die physische Ausdehnung der Bauteile ignoriert.

**4.7.3.1.5 Arbeitsraum-Bauraum-Verhältnis** Das Arbeitsraum-Bauraum-Verhältnis wird über den Quotienten des Volumens von Arbeitsraum und kinematischem Bauraum bestimmt. Es wurde bei jeder Kinematik für alle drei Arbeitsräume getrennt ermittelt, jedoch wurde ausschließlich das Verhältnis von gefordertem Arbeitsraum zu Bauraum für die Bewertung berücksichtigt.

#### 4.7.3.2 Anzahl der kinematischen Elemente

Die Anzahl der kinematischen Elemente wird für jede Kinematik ermittelt. Als kinematisches Element zählt jeder (starre) Körper, der Kräfte oder Momente überträgt. Im konkreten Falle der Epizaktoren auch Zahnringe und aktive sowie passive Gelenke. Antriebe werden nicht mitgezählt, da sie als aktive Gelenke bereits berücksichtigt wurden.



#### 4.7.3.3 Berechnungsaufwand der Kinematik

Der Berechnungsaufwand für die Inverskinematik wird ermittelt, indem die Vorwärts- und Rückwärtskinematik aufgestellt und in MATLAB programmiert wird. Zu beachten ist dabei, dass der Code nicht hinsichtlich des Berechnungsaufwands optimiert wurde, was aufgrund seiner Einfachheit als zulässig gelten kann. In diesem Code werden die Berechnungsschritte händisch ausgezählt. Dabei wird in Additionen/Subtraktionen, Multiplikationen/Divisionen, Potenzen/Wurzeln sowie Winkelfunktionen unterschieden. Matrizenmultiplikationen werden als eine einzige Multiplikation aufgefasst. Die Bewertung der Varianten erfolgt nach Aufaddierung aller Berechnungsschritte relativ zueinander.

#### 4.7.3.4 Steifigkeit des Aufbaus

Da die Kinematik immanent keine Nachgiebigkeit besitzt, ist dieses Kriterium als Indiz für die Steifigkeit einer auf der untersuchten Kinematik basierenden Maschine zu betrachten. Die Steifigkeit bzw. Nachgiebigkeit der Kinematik wird abgeschätzt, in dem die Weiterleitung einer am *TCP* gedachten Kraft auf die Basis einer Kinematik untersucht wird. Hier wird betrachtet, ob die Kräfte eher in Achsrichtung eines kinematischen Elementes verlaufen (Annahme: steif) oder senkrecht dazu (weniger steif). Dieses Schätzverfahren ermöglicht eine qualitative und relative Betrachtung. Die Bewertung erfolgt über die verbale Formulierung und die entsprechende Einteilung in das Bewertungsschema.

#### 4.7.3.5 Einfluss von Gelenkspiel

Das Gelenkspiel ist von Interesse, da sich besonders bei seriellen Kinematiken das Spiel über die Hebellänge der kinematischen Elemente am Endeffektor verstärken kann. Hier soll angenommen werden, dass sich das Spiel  $s_i$  von  $i$  Gelenken, die in einer seriellen kinematischen Kette angeordnet sind, im ungünstigsten Fall zu

$$s_{ges,ser} = \sum_i s_i \quad (4.180)$$

addiert.

Für die parallele Anordnung solcher Ketten wird angenommen, dass sich der Einfluss des Gelenkspiels gemäß der Beziehung

$$s_{ges,par} = \sqrt{\sum_j (s_{ser,j})^2} \quad (4.181)$$

die an die Gauß'sche Fehlerfortpflanzung angelehnt ist, verhält. Dies ist möglich, wenn davon ausgegangen wird, dass sich i. A. das Spiel der einzelnen kinematischen Ketten gegenseitig beeinflussen und u.U. aufheben wird. Zur Vereinfachung der Betrachtung wird ein normiertes Gelenkspiel von '1' pro Gelenk betrachtet. Auf diese Weise wird eine quantitative Vergleichsmöglichkeit erreicht, die in der Bewertung Niederschlag findet.

#### 4.7.4 Bewertungsverfahren

Für den Vergleich verschiedener Konstruktionsvarianten und technischer Details existiert eine Reihe von Bewertungsverfahren, die für unterschiedliche Bewertungsaufgaben geeignet sind. Zu den Bewertungsaufgaben zählen vornehmlich technische und wirtschaftliche Bewertungen von Konstruktionsvarianten, Arbeitsprozessen, Entwicklungsprojekten und politischen Vorhaben. Breiing und Knosala geben hier einen umfassenden Überblick [21] und beschreiben verschiedene Bewertungsverfahren in Theorie und Praxis. Eine weitere übersichtliche Zusammenstellung von Bewertungsverfahren findet sich auf den Internetseiten des Lehrstuhls für Konstruktionstechnik der Universität Erlangen-Nürnberg [179]. Tabelle 4.7 ist diesen Arbeiten entlehnt.

Für eine nachvollziehbare und möglichst objektive vergleichende Bewertung der verschiedenen Epizaktor-Varianten wird die gewichtete Punktbewertung nach Kesselring [34, 67] gewählt, da diese von Breiing und Knosala [21] für vergleichbare Bewertungsaufgaben vorgeschlagen wird. Das Verfahren ist für kleine bis mittlere Bewertungsaufgaben geeignet, benötigt nur geringen Aufwand und liefert bei ausreichender Diskussion der vergebenen Bewertungspunkte und angewandten Gewichtungsfaktoren auch ohne Expertengruppe objektive und nachvollziehbare Ergebnisse.

Nr.	Benennung	Autor	Kurzbeschreibung	Eignung für welche Bewertungsaufgaben?	erforderlicher Bewertungsaufwand
a)	Argumentenbilanz	(R. Haberer) [45]	Einfache Gegenüberstellung von Vor- und Nachteilen der untersuchten Varianten.	Bewertungen jeglicher Art, kleine bis mittlere Projektgröße	gering
b)	Technisch-wirtschaftliche Bewertung	F. Kesselring [67]	Getrennte, ungewichtete oder gewichtete Bewertung nach technischer und wirtschaftlicher Wertigkeit, Ergebnisse als Stärke in Diagrammform.	technisch-wirtschaftliche Ausrichtung, kleine bis mittlere Projektgröße ohne Gewichtung	mittel, mit Gewichtung hoch
c)	Nutzwertanalyse	C. Zangenmeister [184]	Gewichtete Gegenüberstellung von Zielerfüllungsgraden.	Bewertungen jeglicher Art, kleine bis mittlere Projektgröße	hoch
d)	Rangfolgeverfahren	R. Wenzel, J. Müller [172]	Ermittlung der Wertigkeit durch aufgrund von Pauschalurteilen gefundenen Wichtigkeiten der aufgestellten Bewertungskriterien	Bewertungen jeglicher Art, kleine Projekte	sehr gering
e)	Bewertung mittels Präferenzmatrix	Siemens AG [143]	Vergleichende Gegenüberstellung der Lösungsalternativen entsprechend ihrer Präferenzen bezüglich der aufgestellten Bewertungskriterien.	Bewertungen jeglicher Art, kleine Projekte	gering
f)	Vorrangmethode	T. L. Saaty [128]	Ermittlung von Präferenzen je Kriterium durch paarweisen Vergleich der Varianten	Bewertungen jeglicher Art, beliebige Projekte	sehr hoch
g)	Anforderungsorientierte gewichtete Bewertung	A. Breiing [20]	Vergleichende gewichtete Bewertung auf der Basis impliziter und expliziter Anforderungen mittels absolut konsistenter Bewertungsgrößen	Bewertungen jeglicher Art, beliebige Projekte	mittel bis hoch
h)	Objektiviert gewichtete Bewertung	R. Knosalla [70, 71]	Bewertung unter Berücksichtigung scharfer, unscharfer und probabilistischer frei abgeschätzter, also meist inkonsistenter, Bewertungsgrößen	Bewertungen jeglicher Art, beliebige Projekte	sehr hoch
i)	Kosten-Wirksamkeits-Analyse	R. Haberer [45]	Bewertung unter vorrangig wirtschaftlichen Gesichtspunkten	Betriebswirtschaftliche Bewertungen, kleine bis mittlere Projekte	mittel bis hoch
j)	Kosten-Nutzen-Analyse	R. Haberer [45]	Bewertung zur Beurteilung gesamtwirtschaftlicher Auswirkungen einzelwirtschaftlicher Vorhaben	Technikfolge-Abschätzungen, kleine bis mittlere Projekte	mittel bis hoch
k)	Bewertung durch Bedeutungsprofile	H. Seeger [135]	Bewertung auf Basis geschätzter Erkennungsinhalte	Bewertungen jeglicher Art, kleine bis mittlere Projektgröße	mittel
l)	Einfache und gewichtete Punktbewertung	K. Ehrlenspiel [34] nach Kesselring [67]	Bewertung mit (gewichteten) Punkten	Bewertungen jeglicher Art, kleine bis mittlere Projektgröße	gering
m)	CODASID-Methode	P. Sen, J. Yang [136, 181]	Die Eigenschaften der einzelnen Alternativen werden hinsichtlich ihrer Konkordanz mit der Ideallösung analysiert.	Bewertungen jeglicher Art, beliebige Projektgröße	sehr hoch

Tabelle 4.7: Die Tabelle gibt einen Überblick über verschiedene Bewertungsverfahren, ihre Autoren, eine Kurzbeschreibung sowie eine Angabe über Eignung für bestimmte Bewertungsaufgaben und Aufwand, der für eine Bewertungsaufgabe angenommen werden muss.

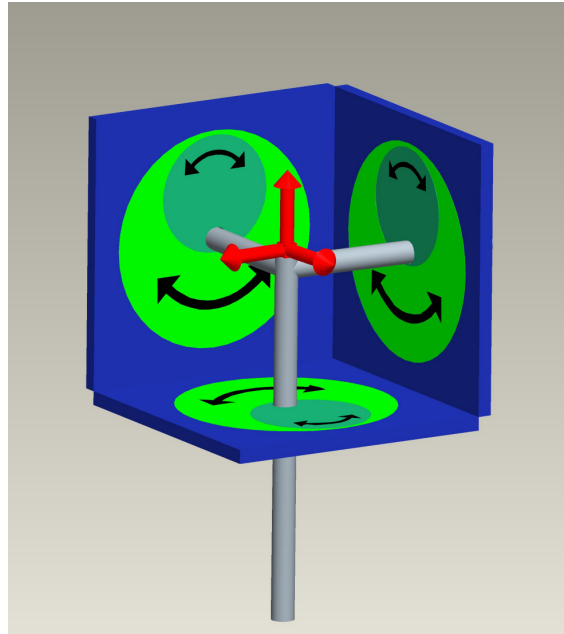


Abbildung 4.18: Epizaktor-Variante 6-DOF-1. Drei Scheibensysteme in drei orthogonalen Ebenen angeordnet. Die großen Scheiben sind hellgrün, die kleinen Scheiben dunkelgrün dargestellt. Das Verbindungselement (grau) trägt den *TCP*, der durch das Werkzeugkoordinatensystem (rot) symbolisiert wird.

Es wird jedem Kriterium ein Punktwert (4 Punkte: *sehr gut geeignet*, 3 Punkte: *gut geeignet*, 2 Punkte: *befriedigend*, 1 Punkt: *ausreichend*, 0 Punkte: *ungeeignet*) zugeordnet. Der Punktwert wird zusätzlich mit einem Faktor multipliziert, der zur Gewichtung der Bewertungskriterien dient. Zum Schluss werden alle Punktwerte addiert und durch die maximal erreichbare Punktschme geteilt. Somit ergibt sich der technische Wert, der zwischen 0 und 100% liegt und zum Vergleich der Lösungsvarianten dient (Tab. 4.8).

Für die objektive Bestimmung der Gewichtungsfaktoren wird das Rangfolgeverfahren [172] (Tab. 4.7 d) und Tab. 4.9) herangezogen, das die Wichtigkeit der einzelnen Bewertungskriterien untereinander vergleicht und somit eine Rangfolge der Kriterien bestimmt.

#### 4.7.5 Ergebnisse

Entsprechend der oben genannten Bewertungskriterien werden im Folgenden die Ergebnisse für die Untersuchung der einzelnen Epizaktor-Varianten anhand der unter 4.7.3 beschriebenen Kriterien aufgeführt. Die Ergebnisse sind in Tab. 4.10 zusammengefasst. Die Vergabe der Punkte erfolgt in der Bewertungstabelle (Tab. 4.9) in Abschnitt 4.7.7.

##### 4.7.5.1 Variante 6-DOF-1

**4.7.5.1.1 Arbeitsraum-Bauraum-Verhältnis** Die 6-DOF-1-Epizaktorvariante (Abb. 4.18) besitzt für den geforderten Arbeitsraum ( $64\text{cm}^3$ ) ein kinematisches Bauvolumen von  $14527\text{cm}^3$  und somit ein Verhältnis von gefordertem Arbeitsraum zu kinematischem Bauraum von 1:227. Der effektive Arbeitsraum ist ungleichförmig aber konvex geformt und steht zum Bauraum mit 1:7 im Verhältnis. Der kartesische Arbeitsraum, d.h. der Raum, der erreicht werden kann, wenn die Orientierung des *TCP*-Koordinatensystems parallel der Basiskoordinatensystemachsen liegt, ist kugelförmig und steht zum kinematischen Bauraum im Verhältnis wie 1:1.7 (Abb. 4.19).

##### 4.7.5.1.2 Anzahl der kinematischen Elemente ohne Singularitätsvermeidung

	Basis
+	Verbindungselement
+	3 x (große Scheibe + kleine Scheibe + Zahnring + Gelenk)
=	14 kinematische Elemente

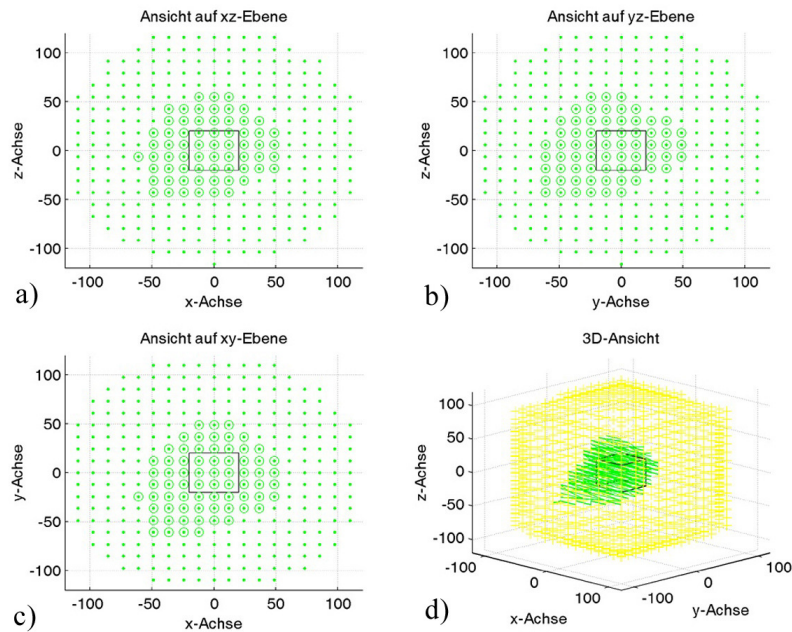


Abbildung 4.19: Arbeitsräume der Variante 6-DOF-1. a) zeigt den Aufriss, b) den Seitenriss, c) den Grundriss und d) eine räumliche Ansicht. In schwarz der geforderte Arbeitsraum (Würfel mit  $40\text{mm}$  Kantenlänge und  $\pm 20^\circ$  Verdrehung), die mit Kreisen ausgeführten Punkte bezeichnen den effektiven Arbeitsraum, die vollen Punkte sind die des kartesischen Arbeitsraums. Der kartesische Arbeitsraum (Punkte) ist eher kugelförmig. Der effektive Arbeitsraum (Kreise) stellt sich unregelmäßig mit konvexen Außenflächen dar.

mit Singularitätsvermeidung

	Basis
+	Verbindungselement
+	3 x (große Scheibe + mittlere Scheibe + kleine Scheibe + Zahnring mittlere Scheibe + 2x Zahnring kleine Scheibe + Gelenk
=	20 kinematische Elemente

Die Kinematik besteht aus 14 kinematischen Elementen ohne und 20 kinematischen Elementen mit Singularitätsvermeidung.

**4.7.5.1.3 Berechnungsaufwand** Der Berechnungsaufwand der inversen Kinematik liegt bei 87 Multiplikationen, 30 Additionen, 26 Potenzen und 99 Winkelfunktionen. Für die Vorwärtskinematik ist die Berechnung von mehreren Hunderttausend Multiplikationen, Additionen und Potenzen zur Lösung eines Gleichungssystems nötig. Dazu kommen 12 Winkelfunktionen. Eine Berechnung der Inverskinematik benötigt entsprechend 242 Berechnungsschritte.

**4.7.5.1.4 Steifigkeit** Für die Betrachtung der Steifigkeit bzw. Elastizität der Kinematik werden die folgenden Annahmen gemacht: Die Scheibensysteme können nur in ihrer Ebene Kräfte aufnehmen bzw. auf das Verbindungselement übertragen, da Kugelgelenke mit prismatischem Verschiebefreiheitsgrad (Tab. 4.1, Typ G) eingesetzt werden. Kräfte in den Scheibensystemebenen werden über die Wälzlager der Scheiben auf das Gehäuse abgestützt. Die Lagerung ist somit im Vergleich zu Systemen, bei denen Kräfte senkrecht zu Scheibensystemen wirken, relativ steif.

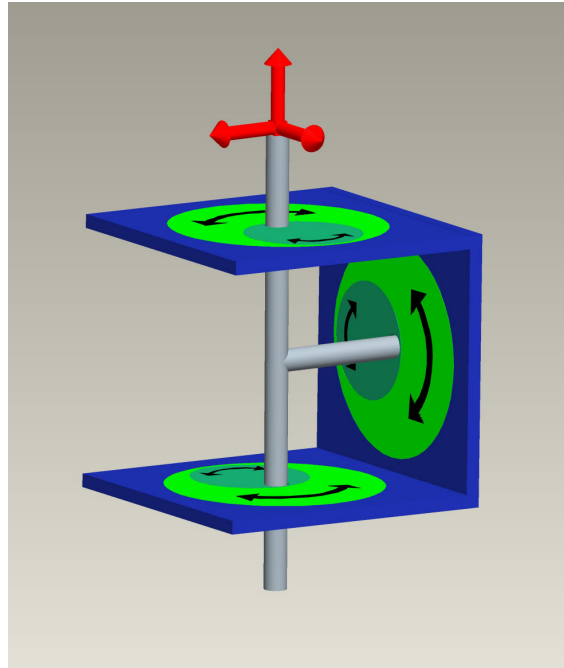


Abbildung 4.20: Epizaktor-Variante 6-DOF-2. Zwei Scheibensysteme in zwei parallelen Ebenen angeordnet, ein drittes senkrecht dazwischen. Die großen Scheiben sind hellgrün, die kleinen Scheiben dunkelgrün dargestellt. Das Verbindungselement (grau) trägt den *TCP*, der durch das Werkzeugkoordinatensystem (rot) symbolisiert wird.

**4.7.5.1.5 Gelenkspießeinfluss** Die Kinematik besteht aus drei seriellen Ketten, die parallel an ein Verbindungselement angreifen. Somit liegen drei Lagerstellen pro kinematischer Kette parallel am Werkzeug an. Der Spielwert summiert sich pro kinematischer Kette zu

$$s_{ges,ser} = \sum_i s_i = 1 + 1 + 1 = 3 \quad (4.182)$$

und für den gesamten kinematischen Aufbau zu

$$s_{ges,par} = \sqrt{\sum_j (s_{ser,j})^2} = \sqrt{3^2 + 3^2 + 3^2} = 5.2 \quad (4.183)$$

#### 4.7.5.2 Variante 6-DOF-2

**4.7.5.2.1 Arbeitsraum-Bauraum-Verhältnis** Ein die Scheibensysteme von Variante 6-DOF-2 (Abb. 4.20) umspannender Quader hat ein Volumen von  $14131 \text{ cm}^3$ . Somit ist das Verhältnis von gefordertem Arbeitsraum zu kinematischem Bauraum wie 1:221. Wird der effektive Arbeitsraum beachtet, so hat dieser eine unregelmäßige jedoch geschlossene Form und ein Verhältnis zum Bauraum von 1:36. Der kartesische Arbeitsraum ist zylindrisch mit einer leichten Abflachung an der Deckfläche und einem Verhältnis zum kinematischen Bauraum von 1:8.5 (Abb. 4.21)

#### 4.7.5.2.2 Anzahl der kinematischen Elemente ohne Singularitätsvermeidung

	Basis
+	Verbindungselement
+	3 x (große Scheibe + kleine Scheibe + Zahnring + Gelenk)
=	14 kinematische Elemente

mit Singularitätsvermeidung

	Basis
+	Verbindungselement

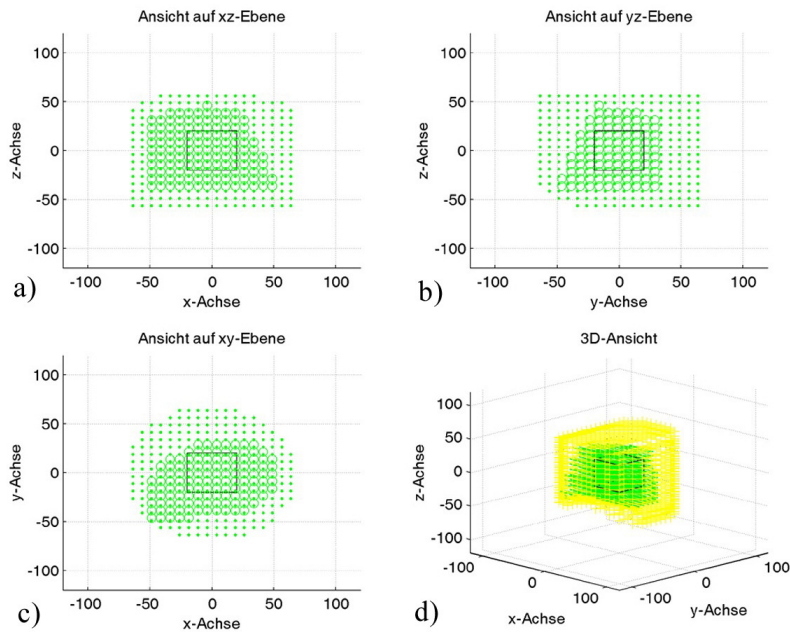


Abbildung 4.21: Variante 6-DOF-2. a) zeigt den Aufriss, b) den Seitenriss, c) den Grundriss und d) eine räumliche Ansicht. In schwarz der geforderte Arbeitsraum (Würfel mit  $40\text{mm}$  Kantenlänge und  $\pm 20^\circ$  Verdrehung), die mit Kreisen ausgeführten Punkte bezeichnen den effektiven Arbeitsraum, die vollen Punkte sind die des kartesischen Arbeitsraums. Der kartesische Arbeitsraum (Punkte) ist zylindrisch mit einer Abschrägung an der unteren Deckfläche. Der effektive Arbeitsraum (Kreise) ist unregelmäßig und konvex geformt.

+ 3 x (große Scheibe + mittlere Scheibe + kleine Scheibe +  
Zahnring mittlere Scheibe + 2x Zahnring kleine Scheibe +  
Gelenk  
=  
20 kinematische Elemente

Die Kinematik besteht aus 14 kinematischen Elementen ohne und 20 kinematischen Elementen mit Singularitätsvermeidung.

**4.7.5.2.3 Berechnungsaufwand** Zur Berechnung der inversen Kinematik sind 87 Multiplikationen, 30 Additionen, 26 Potenzen und 99 Winkelfunktionen zu bestimmen. Für die Vorwärtskinematik liegt der Berechnungsaufwand bei 116 Multiplikationen, 47 Additionen, 23 Potenzen und 177 Winkelfunktionen. Eine Berechnung der Inverskinematik benötigt entsprechend 242 Berechnungsschritte.

**4.7.5.2.4 Steifigkeit** Für die Steifigkeit gilt eine zur Variante 6-DOF-1 analoge Betrachtung: Die Scheibensysteme können nur in ihrer Ebene Kräfte aufnehmen bzw. auf das Verbindungselement übertragen, da Kugelgelenke mit prismatischem Verschiebefreiheitsgrad innen (Tab. 4.1, Typ G) eingesetzt werden. Kräfte in den Scheibensystemebenen werden über die Wälzlager der Scheiben auf das Gehäuse abgestützt. Die Steifigkeit ist also relativ groß.

**4.7.5.2.5 Gelenkspießeinfluss** Die Kinematik besteht aus drei seriellen Ketten, die parallel an ein Verbindungselement angreifen. Somit liegen drei Lagerstellen pro kinematischer Kette parallel am Werkzeug an. Der Spielwert summiert sich pro kinematischer Kette zu

$$s_{ges,ser} = \sum_i s_i = 1 + 1 + 1 = 3 \quad (4.184)$$

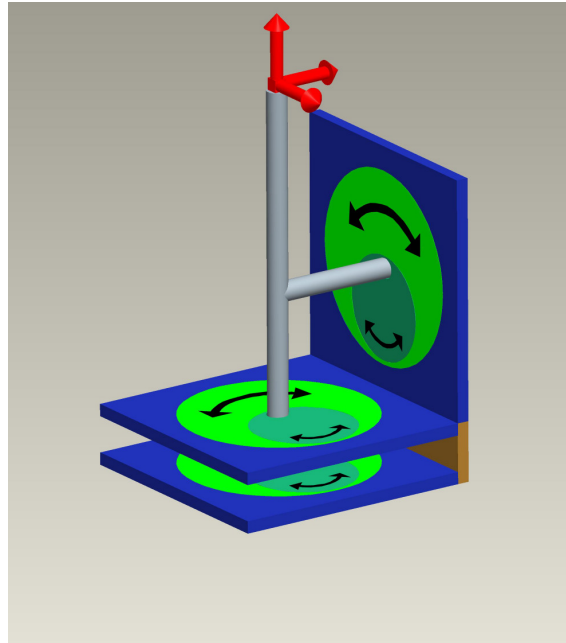


Abbildung 4.22: Epizaktor-Variante 6-DOF-4. Zwei Scheibensysteme in zwei parallelen Ebenen angeordnet, ein drittes senkrecht davor. Die großen Scheiben sind hellgrün, die kleinen Scheiben dunkelgrün dargestellt. Das Verbindungselement (grau) trägt den *TCP*, der durch das Werkzeugkoordinatensystem (rot) symbolisiert wird.

und für den gesamten kinematischen Aufbau zu

$$s_{ges,par} = \sqrt{\sum_j (s_{ser,j})^2} = \sqrt{3^2 + 3^2 + 3^2} = 5.2 \quad (4.185)$$

#### 4.7.5.3 Variante 6-DOF-4

**4.7.5.3.1 Arbeitsraum-Bauraum-Verhältnis** Das Arbeitsraum-Bauraum-Verhältnis von Variante 6-DOF-4 (Abb. 4.22) liegt bei 1:122, da die Scheibensysteme von einem  $7797\text{cm}^3$  großen Quader umspannt werden können. Der effektive Arbeitsraum ist geschlossen und keilförmig. Sein Verhältnis zum kinematischen Bauraum liegt bei 1:33. Der kartesische Arbeitsraum ist zylindrisch mit einer leichten Abrundung der Deckfläche in  $z$ -Richtung und einem Verhältnis zum kinematischen Bauraum wie 1:6.5 (Abb. 4.23).

#### 4.7.5.3.2 Anzahl der kinematischen Elemente ohne Singularitätsvermeidung

	Basis
+	Verbindungselement
+	3 x (große Scheibe + kleine Scheibe + Zahnring + Gelenk)
=	14 kinematische Elemente

mit Singularitätsvermeidung

	Basis
+	Verbindungselement
+	3 x (große Scheibe + mittlere Scheibe + kleine Scheibe + Zahnring mittlere Scheibe + 2x Zahnring kleine Scheibe + Gelenk)
=	20 kinematische Elemente

Die Kinematik besteht aus 14 kinematischen Elementen ohne und 20 kinematischen Elementen mit Singularitätsvermeidung.

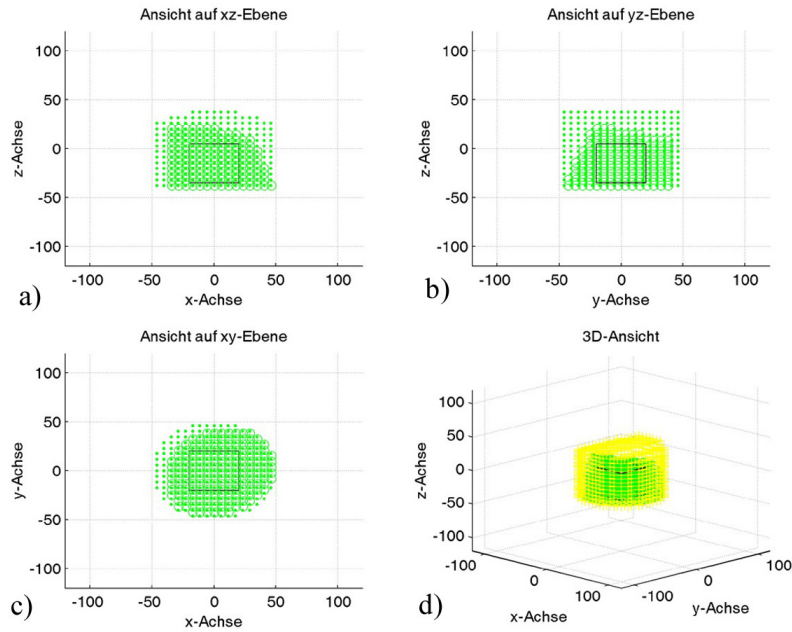


Abbildung 4.23: Variante 6-DOF-4. a) zeigt den Aufriss, b) den Seitenriss, c) den Grundriss und d) eine räumliche Ansicht. In schwarz der geforderte Arbeitsraum (Würfel mit 40mm Kantenlänge und  $\pm 20^\circ$  Verdrehung), die mit Kreisen ausgeführten Punkte bezeichnen den effektiven Arbeitsraum, die vollen Punkte sind die des kartesischen Arbeitsraums. Der kartesische Arbeitsraum (Punkte) ist zylindrisch mit ebener Boden- und konvex gewölbter Deckfläche. Der effektive Arbeitsraum (Kreise) ist unregelmäßig konvex geformt.

**4.7.5.3.3 Berechnungsaufwand** Zur Berechnung der inversen Kinematik sind 87 Multiplikationen, 30 Additionen, 26 Potenzen und 99 Winkelfunktionen zu bestimmen. Für die Vorwärtskinematik liegt der Berechnungsaufwand bei 116 Multiplikationen, 47 Additionen, 23 Potenzen und 177 Winkelfunktionen. Eine Berechnung der Inverskinematik benötigt entsprechend 242 Berechnungsschritte.

**4.7.5.3.4 Steifigkeit** Für die Steifigkeit gilt eine zur Variante 6-DOF-1 analoge Betrachtung: Die Scheibensysteme können nur in ihrer Ebene Kräfte aufnehmen bzw. auf das Verbindungselement übertragen, da Kugelgelenke mit prismatischem Verschiebefreiheitsgrad innen (Tab. 4.1, Typ G) eingesetzt werden. Kräfte in den Scheibensystemebenen werden über die Wälzlager der Scheiben auf das Gehäuse abgestützt. Die Steifigkeit ist also relativ groß.

**4.7.5.3.5 Gelenkspießeinfluss** Die Kinematik besteht aus drei seriellen Ketten, die parallel an ein Verbindungselement angreifen. Somit liegen drei Lagerstellen pro kinematischer Kette parallel am Werkzeug an. Der Spielwert summiert sich pro kinematischer Kette zu

$$s_{ges,ser} = \sum_i s_i = 1 + 1 + 1 = 3 \quad (4.186)$$

und für den gesamten kinematischen Aufbau zu

$$s_{ges,par} = \sqrt{\sum_j (s_{ser,j})^2} = \sqrt{3^2 + 3^2 + 3^2} = 5.2 \quad (4.187)$$

#### 4.7.5.4 Variante 6-DOF-5

**4.7.5.4.1 Arbeitsraum-Bauraum-Verhältnis** Das Verhältnis von gefordertem Arbeitsraum zu kinematischen Bauraum bei Variante 6-DOF-5 (Abb. 4.24) liegt bei 1:3139, da der kinematische



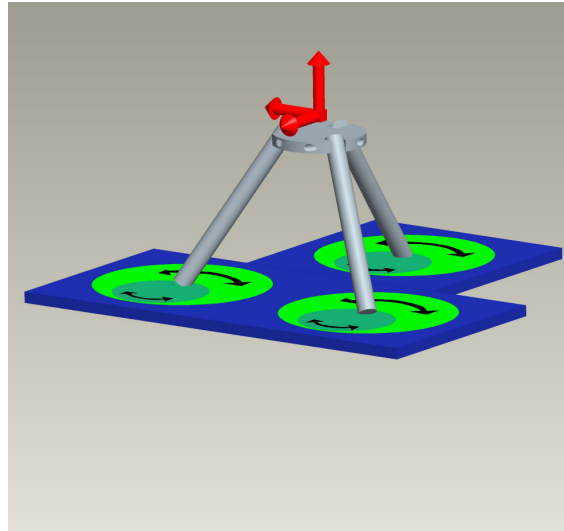


Abbildung 4.24: Epizaktor-Variante 6-DOF-5. Drei Scheibensysteme in einer Ebene angeordnet und über gelenkig befestigte Stützen (grau) mit der Werkzeugplattform verbunden. Die großen Scheiben sind hellgrün, die kleinen Scheiben dunkelgrün dargestellt. Der *TCP* wird durch das Werkzeugkoordinatensystem (rot) symbolisiert.

Aufbau einen Platzbedarf von etwa  $200909\text{cm}^3$  hat. Der effektive Arbeitsraum steht zum kinematischen Bauraum im Verhältnis von 1:419, ist spiegelsymmetrisch zur  $yz$ -Ebene und in  $z$ -Richtung betrachtet nahezu kreisförmig. Die untere Deckfläche ist in etwa eben. Der kartesische Arbeitsraum ist ebenfalls spiegelsymmetrisch, besitzt eine nadelförmige Ausdehnung in  $z$ -Richtung und steht im Verhältnis zum kinematischen Bauraum wie 1:7.5 (Abb. fig:Abb4d7d9).

#### 4.7.5.4.2 Anzahl der kinematischen Elemente ohne Singularitätsvermeidung

	Basis
+	3 x (große Scheibe + kleine Scheibe + Zahnring + Gelenk)
+	3 Streben
+	Werkzeugplattform
+	3 Gelenke an der Werkzeugplattform
=	20 kinematische Elemente

mit Singularitätsvermeidung

	Basis
+	3 x (große Scheibe + mittlere Scheibe + kleine Scheibe + Zahnring mittlere Scheibe + 2x Zahnring kleine Scheibe + Gelenk)
+	3 Streben
+	Werkzeugplattform
+	3 Gelenke an der Werkzeugplattform
=	29 kinematische Elemente

Die Kinematik besteht aus 20 kinematischen Elementen ohne und 29 kinematischen Elementen mit Singularitätsvermeidung.

**4.7.5.4.3 Berechnungsaufwand** Der Berechnungsaufwand für die inverse Kinematik sind 514 Multiplikationen, 275 Additionen, 174 Potenzen und 92 Winkelfunktionen. Für die Berechnung der Vorwärtskinematik ist ein großes Gleichungssystem zu lösen, das ausgedruckt mehrere hundert Seiten in Anspruch nehmen würde und daher nicht weiter analysiert wurde. Eine Berechnung der Inverskinematik benötigt entsprechend 1055 Berechnungsschritte.

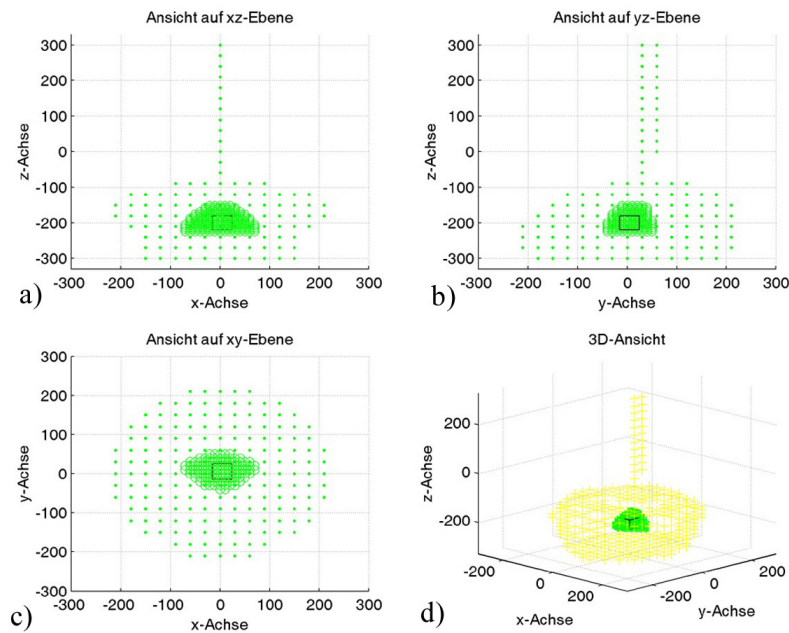


Abbildung 4.25: Variante 6-DOF-5. a) zeigt den Aufriss, b) den Seitenriss, c) den Grundriss und d) eine räumliche Ansicht. In schwarz der geforderte Arbeitsraum (Würfel mit  $40\text{mm}$  Kantenlänge und  $\pm 20^\circ$  Verdrehung), die mit Kreisen ausgeführten Punkte bezeichnen den effektiven Arbeitsraum, die vollen Punkte sind die des kartesischen Arbeitsraums. Der kartesische Arbeitsraum (Punkte) ist spiegelsymmetrisch zur  $yz$ -Ebene und in  $z$ -Richtung betrachtet nahezu kreisförmig. Er weist eine nadelförmige Ausbuchtung in  $z$ -Richtung auf und erinnert entfernt an eine Pickelhaube. Die untere Deckfläche ist in etwa eben. Der effektive Arbeitsraum (Kreise) ist ebenfalls spiegelsymmetrisch jedoch ohne die besondere Ausdehnung in  $z$ -Richtung und auch ansonsten sehr viel kleiner. Zu beachten ist der gegenüber den übrigen Arbeitsraumdarstellungen geänderte Maßstab der Abbildung.

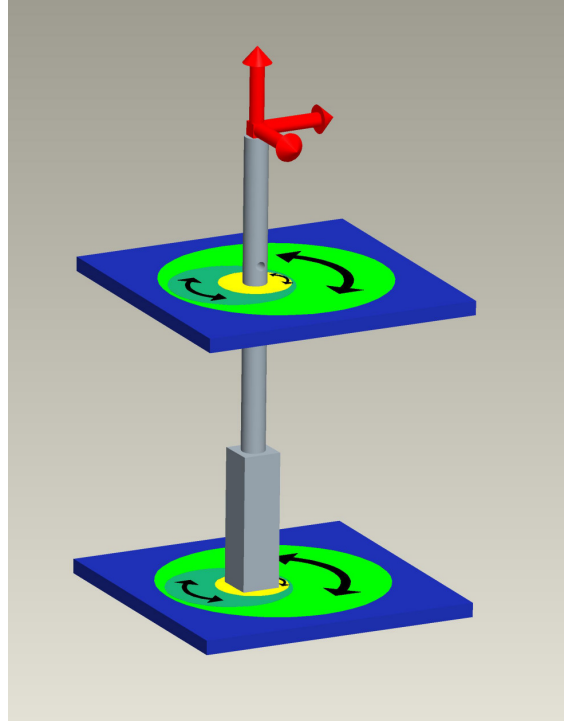


Abbildung 4.26: Epizaktor-Variante 6-DOF-6. Zwei Scheibensysteme mit je 3 DOF in parallelen Ebenen angeordnet. Die großen Scheiben sind hellgrün, die kleinen Scheiben dunkelgrün dargestellt. Die Gelenklager (gelb) besitzen im oberen Scheibensystem eine prismatische Innenkontur für die Verdrehung, im unteren ein Gewinde für die Verschiebung des Verbindungselementes (grau). Der TCP wird durch das Werkzeugkoordinatensystem (rot) symbolisiert.

**4.7.5.4.4 Steifigkeit** Die Scheibensysteme müssen Kräfte senkrecht zur Scheibenebene und in der Scheibenebene übertragen (Tab. 4.1, Kugelgelenke, Typ F). Die Steifigkeit in der Scheibenebene wird als relativ gut eingeschätzt, senkrecht dazu jedoch weniger groß. Die Gesamtsteifigkeit scheint daher eher kleiner zu sein als bei den Varianten 6-DOF-1, 6-DOF-2 und 6-DOF-4.

**4.7.5.4.5 Gelenkspießeinfluss** Der Aufbau besteht aus drei parallel angeordneten kinematischen Ketten, die jeweils vier Gelenke seriell besitzen. Der Spielwert summiert sich pro kinematischer Kette zu

$$s_{ges,ser} = \sum_i s_i = 1 + 1 + 1 + 1 = 4 \quad (4.188)$$

und für den gesamten kinematischen Aufbau zu

$$s_{ges,par} = \sqrt{\sum_j (s_{ser,j})^2} = \sqrt{4^2 + 4^2 + 4^2} = 6.9 \quad (4.189)$$

Der Einfluss des Gelenkspiels ist daher größer als bei den Varianten 6-DOF-1, 6-DOF-2 und 6-DOF-4, da pro kinematischer Kette ein Gelenk zusätzlich verwendet wird.

#### 4.7.5.5 Variante 6-DOF-6 bzw. 6-DOF-6-nonsingu

**4.7.5.5.1 Arbeitsraum-Bauraum-Verhältnis** Der die Scheibensysteme umschreibende Zylinder hat bei Variante 6-DOF-6 (Abb. 4.26) ein Volumen von  $1445 \text{ cm}^3$ . Diese Variante benutzt zwei parallel angeordnete 3-DOF-Scheibensysteme und besitzt ein Arbeitsraum-Bauraum-Verhältnis von 1:23 bezogen auf den geforderten Arbeitsraum und 1:9 bezogen auf den effektiven Arbeitsraum. Dieser ist kegelförmig mit der Spitze in Richtung  $z$ -Achse. Der kartesische Arbeitsraum ist zylindrisch und steht zum Bauraum im Verhältnis wie 1:1.3.

Für die Nonsingu-Variante gelten die gleichen Verhältnisse (Abb. 4.27).

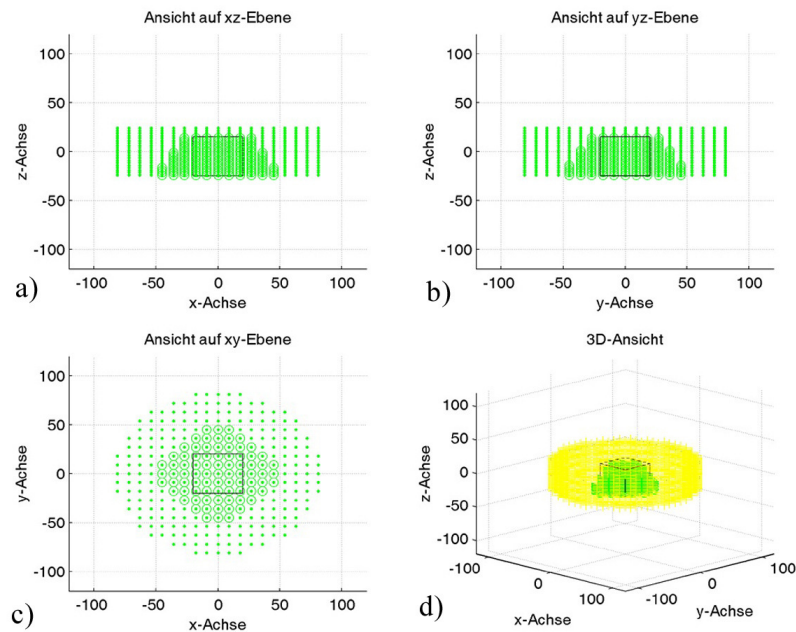


Abbildung 4.27: Variante 6-DOF-6. a) zeigt den Aufriss, b) den Seitenriss, c) den Grundriss und d) eine räumliche Ansicht. In schwarz der geforderte Arbeitsraum (Würfel mit  $40\text{mm}$  Kantenlänge und  $\pm 20^\circ$  Verdrehung), die mit Kreisen ausgeführten Punkte bezeichnen den effektiven Arbeitsraum, die vollen Punkte sind die des kartesischen Arbeitsraums. Der kartesische Arbeitsraum (Punkte) ist zylindrisch und entspricht in seinem Durchmesser der Summe der Einzelradien des vorderen Scheibensystems. Der effektive Arbeitsraum (Kreise) besitzt die Form eines Kegelstumpfes mit einem kleinen Radius, der der halben Flächendiagonale des zu realisierenden Quaders entspricht und mit einem Flankenwinkel, der mit der  $20^\circ$ -Rotation um die  $x$ - und  $y$ -Achse korrespondiert.

**4.7.5.5.2 Anzahl der kinematischen Elemente** ohne Singularitätsvermeidung

	Basis
+	Verbindungselement
+	2 x (große Scheibe + kleine Scheibe + Zahnring kleine Scheibe + 2 Zahnringe für Gelenk + Gelenk)
=	14 kinematische Elemente

mit Singularitätsvermeidung

	Basis
+	Verbindungselement
+	2 x (große Scheibe + mittlere Scheibe + kleine Scheibe + Zahnring mittlere Scheibe + 2x Zahnring kleine Scheibe + 3x Zahnringe für Gelenk + Gelenk)
=	22 kinematische Elemente

Die Kinematik besteht aus 14 kinematischen Elementen ohne und 22 kinematischen Elementen mit Singularitätsvermeidung.

**4.7.5.5.3 Berechnungsaufwand** Für die Rückwärtskinematik sind 135 Multiplikationen, 106 Additionen, 36 Potenzen und 132 Winkelfunktion durchzuführen. Zur Berechnung der Vorwärtskinematik sind 19 Multiplikationen, 22 Additionen, 4 Potenzen und 14 Winkelfunktionen zu bestimmen. Eine Berechnung der Inverskinematik benötigt entsprechend 405 Berechnungsschritte.

Für die Nonsingu-Variante gilt, dass die Berechnung der Rückwärtskinematik nicht eindeutig ist. Vielmehr muss hier ein Drehwinkel je Scheibensystem gemäß regelungstechnischer Kriterien so gewählt werden, dass der Einfluss der Singularität minimiert wird. In allen Fällen gilt, dass der Berechnungsaufwand größer als bei der singularitätsbehafteten Variante wird.

**4.7.5.5.4 Steifigkeit** Die Scheibensysteme müssen Kräfte und Drehmomente in der Scheiben-Ebene aufnehmen. Eines der beiden Systeme muss zusätzlich Kräfte senkrecht zu seiner Ebene abfangen. Diese Variante ist daher eher etwas elastischer als die Varianten 6-DOF-1, -2 und -4. Für die Variante mit Singularitätsvermeidung gilt die gleiche Überlegung, wobei davon ausgegangen werden muss, dass die (mechanisch) komplexere Variante mit Singularitätsvermeidung eine geringere Steifigkeit besitzt.

**4.7.5.5.5 Gelenkspieleinfluss** Für die Betrachtung des Gelenkspiels gilt, dass zwei parallele Ketten mit je 4 seriell angeordneten Gelenken auf das gemeinsame Verbindungsglied wirken. Der Spielwert summiert sich pro kinematischer Kette zu

$$s_{ges,ser} = \sum_i s_i = 1 + 1 + 1 + 1 = 4 \quad (4.190)$$

und für den gesamten kinematischen Aufbau zu

$$s_{ges,par} = \sqrt{\sum_j (s_{ser,j})^2} = \sqrt{4^2 + 4^2} = 5.7 \quad (4.191)$$

und ist somit größer als bei den Varianten 6-DOF-1, 6-DOF-2 und 6-DOF-4, da pro kinematischer Kette ein Gelenk mehr verwendet wird.

Bei der Variante mit Singularitätsvermeidung ist pro Scheibensystem ein Element mehr in der kinematischen Kette. Es gilt daher für den Spielwert, der sich pro Kette zu

$$s_{ges,ser} = \sum_i s_i = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 5 \quad (4.192)$$

addiert und sich für den gesamten kinematischen Aufbau zu

$$s_{ges,par} = \sqrt{\sum_j (s_{ser,j})^2} = \sqrt{5^2 + 5^2} = 7.1 \quad (4.193)$$

summiert. Er ist somit geringfügig größer als bei der Variante ohne Singularitätsvermeidung.

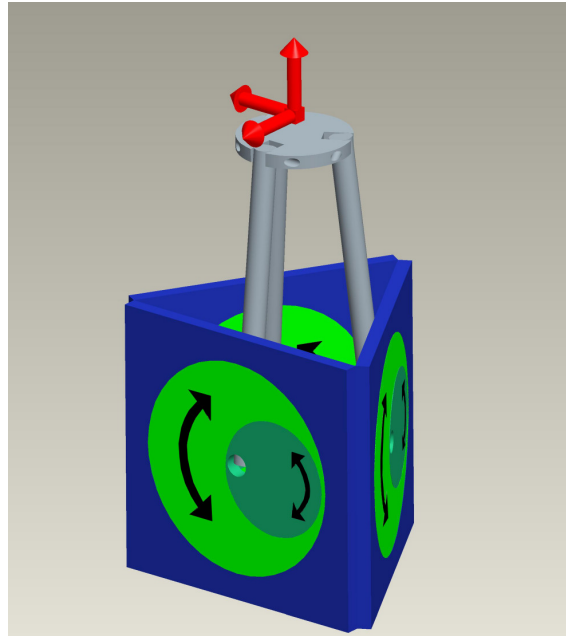


Abbildung 4.28: Epizaktor-Variante 6-DOF-7. Drei Scheibensysteme einander zugewandt angeordnet und über gelenkig befestigte Stützen (grau) mit der Werkzeugplattform verbunden. Die großen Scheiben sind hellgrün, die kleinen Scheiben dunkelgrün dargestellt. Der *TCP* wird durch das Werkzeugkoordinatensystem (rot) symbolisiert.

#### 4.7.5.6 Variante 6-DOF-7

**4.7.5.6.1 Arbeitsraum-Bauraum-Verhältnis** Der die Kinematik der Variante 6-DOF-7 (Abb. 4.28) umschreibende Quader ist  $323222\text{cm}^3$  groß. Das Arbeitsraum-Bauraum-Verhältnis des geforderten Arbeitsraumes liegt bei 1:5051, das des effektiven Arbeitraumes bei 1:37 und das des kartesischen bei 1:7.1. Der kartesische Arbeitsraum hat senkrecht zur  $z$ -Achse einen dreieckigen Querschnitt und parallel zur  $z$ -Achse eine große Ausdehnung. Er besitzt konvex gewölbte Deckflächen. Der effektive Arbeitsraum ist dem kartesischen ähnlich, jedoch kleiner und zerklüftet. Bei dieser Variante könnte der geforderte Arbeitsraum in  $z$ -Richtung verschoben werden (Abb 4.29).

#### 4.7.5.6.2 Anzahl der kinematischen Elemente ohne Singularitätsvermeidung

	Basis
+	3 x (große Scheibe + kleine Scheibe + Zahnring + Gelenk)
+	3 Streben
+	Werkzeugplattform
+	3 Gelenke an der Werkzeugplattform
=	20 kinematische Elemente

mit Singularitätsvermeidung

	Basis
+	3 x (große Scheibe + mittlere Scheibe + kleine Scheibe + Zahnring mittlere Scheibe + 2x Zahnring kleine Scheibe + Gelenk)
+	3 Streben
+	Werkzeugplattform
+	3 Gelenke an der Werkzeugplattform
=	29 kinematische Elemente

Die Kinematik besteht aus 20 kinematischen Elementen ohne und 29 kinematischen Elementen mit Singularitätsvermeidung.

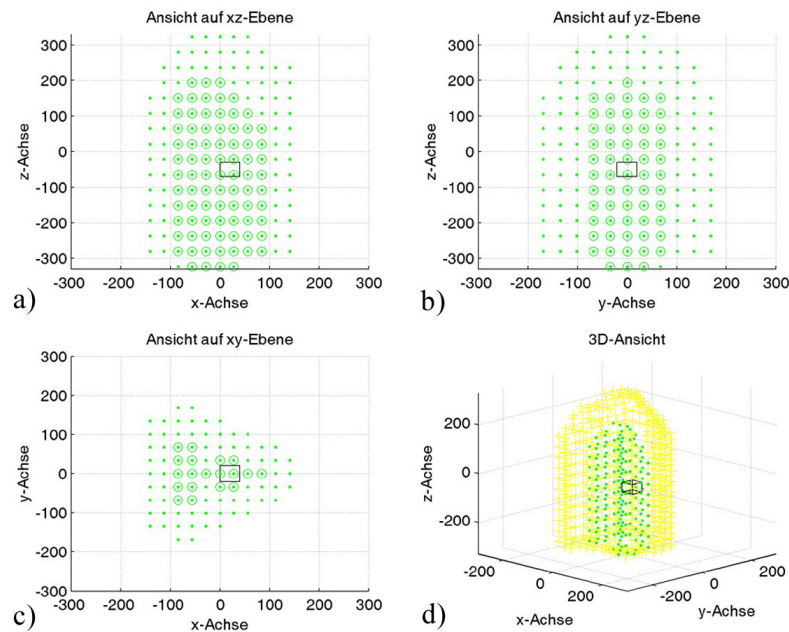


Abbildung 4.29: Variante 6-DOF-7. a) zeigt den Aufriss, b) den Seitenriss, c) den Grundriss und d) eine räumliche Ansicht. In schwarz der geforderte Arbeitsraum (Würfel mit  $40\text{mm}$  Kantenlänge und  $\pm 20^\circ$  Verdrehung), die mit Kreisen ausgeführten Punkte bezeichnen den effektiven Arbeitsraum, die vollen Punkte sind die des kartesischen Arbeitsraums. Der kartesische Arbeitsraum (Punkte) hat senkrecht zur  $z$ -Achse einen dreieckigen Querschnitt. Er besitzt konvex gewölbte Deckflächen. Der effektive Arbeitsraum (Kreise) ist dem kartesischen ähnlich, jedoch kleiner und zerklüftet. Zu beachten ist der gegenüber den übrigen Arbeitsraumdarstellungen geänderte Maßstab der Abbildung. Bei dieser Variante könnte der geforderte Arbeitsraum in  $z$ -Richtung verschoben werden.

Kriterium		6-DOF-1	6-DOF-2	6-DOF-4	6-DOF-5	6-DOF-6	6-DOF-7	6-DOF-6 nonsingu
AR/BR-Ver- hältnis	gef.	1:227	1:221	1:122	1:3139	1:23	1:5051	1:23
	eff.	1:7	1:36	1:33	1:419	1:9	1:37	1:9
	kart.	1:1.7	1:8.5	1:6.5	1:7.5	1:1.3	1:7.1	1:1.3
Anzahl kin. Elem., Sin- gularitätsver- meidung	ohne	14	14	14	20	14	20	—
	mit	20	20	20	29	—	29	22
Berechnungs- aufwand In- verskinematik	Add.	30	30	30	275	106	275	nicht ein- deutig
	Mult.	87	87	87	514	135	514	
	Pot.	26	26	26	174	36	174	
	Wink.	99	99	99	92	132	92	
Steifigkeit		relativ steif	relativ steif	relativ steif	weniger steif	weniger steif	relativ steif	weniger steif
Einfluss Gelenkspiel		5.2	5.2	5.2	6.9	5	6.9	7.1

Tabelle 4.8: Übersicht der Eigenschaften der untersuchten Epizaktor-Varianten.

**4.7.5.6.3 Berechnungsaufwand** Der Berechnungsaufwand für die inverse Kinematik umfasst 514 Multiplikationen, 275 Additionen, 174 Potenzen und 92 Winkelfunktionen. Für die Berechnung der Vorwärtskinematik ist ein großes Gleichungssystem zu lösen, das ausgedruckt mehrere hundert Seiten in Anspruch nehmen würde und daher nicht weiter analysiert wurde. Eine Berechnung der Inverskinematik benötigt entsprechend 1055 Berechnungsschritte.

**4.7.5.6.4 Steifigkeit** Die Scheibensysteme müssen Kräfte senkrecht zur Scheibenebene und in der Scheibenebene übertragen (Tab. 4.1, Kugelgelenke, Typ F). Die Steifigkeit in der Scheibenebene wird als relativ gut eingeschätzt, senkrecht dazu jedoch weniger groß. Der Anlenkwinkel der Stützen bedingt eine größere Komponente parallel zu den Scheibensystemen, sodass die Steifigkeit verglichen mit der Variante 6-DOF-5 größer zu sein scheint. Die Gesamtsteifigkeit wird aber eher kleiner sein als bei den Varianten 6-DOF-1, 6-DOF-2 und 6-DOF-4.

**4.7.5.6.5 Gelenkspieleinfluss** Der Aufbau besteht aus drei parallel angeordneten kinematischen Ketten, die jeweils vier Gelenke seriell besitzen. Der Spielwert summiert sich pro kinematischer Kette zu

$$s_{ges,ser} = \sum_i s_i = 1 + 1 + 1 + 1 = 4 \quad (4.194)$$

und für den gesamten kinematischen Aufbau zu

$$s_{ges,par} = \sqrt{\sum_j (s_{ser,j})^2} = \sqrt{4^2 + 4^2 + 4^2} = 6.9 \quad (4.195)$$

Der Einfluss des Gelenkspiels ist daher größer als bei den Varianten 6-DOF-1, 6-DOF-2 und 6-DOF-4, da pro kinematischer Kette ein Gelenk mehr verwendet wird.

## 4.7.6 Zusammenfassung

Tabelle 4.8 gibt eine Übersicht über die oben ermittelten Eigenschaften der untersuchten Epizaktor-Varianten und stellt diese einander gegenüber.

Es wird deutlich, dass die Varianten 6-DOF-1, 6-DOF-2 und 6-DOF-4 hinsichtlich der untersuchten Kriterien ähnlich abschneiden. Die Kinematiken benötigen nur wenige Elemente und einen vergleichsweise geringen Berechnungsaufwand der Inverskinematik und sind im Vergleich mit den anderen Varianten auf Grund der günstigen Krafteinleitung steifer. Die kurzen kinematischen Ketten führen zu einem spielarmen Aufbau. Das Arbeitsraum-Bauraum-Verhältnis ist jedoch eher ungünstig.

Die Varianten 6-DOF-5 und 6-DOF-7 benötigen im Vergleich mehr Elemente, einen weitaus größeren Berechnungsaufwand und sind weniger steif, da die Krafteinleitung in die Scheibensysteme eine zu diesen senkrechte Komponente besitzt und die Scheibensysteme in dieser Belastungsrichtung elastischer sind. Das Gelenkspiel hat einen größeren Einfluss auf die Positioniergenauigkeit bedingt durch die längeren kinematischen Ketten. Besonders das auf den geforderten Arbeitsraum bezogene Arbeitsraum-Bauraum-Verhältnis ist jedoch äußerst ungünstig.



Bewertungskriterien	AR/BR-Verhältnis	Anzahl kin. Elemente	Berechnungsaufwand	Steifigkeit	Einfluss Gelenkspiel	Anzahl der '+'	Rangfolge	Gewichtungsfaktor	Gewichtungsfaktor modifiziert
AR/BR-Verhältnis	X	+	+	+	+	4	1	44.44%	40%
Anzahl kin. Elemente	-	X	+	-	-	2	2	22.22%	20%
Berechnungsaufwand	-	-	X	-	-	0	4	0%	5%
Steifigkeit	-	+	+	X	-	1	3	11.11%	15%
Einfluss Gelenkspiel	-	+	+	+	X	2	2	22.22%	20%
Anzahl der '-' (Probe)	4	2	0	1	2	9			

Tabelle 4.9: Rangfolgeverfahren, das auf den Vergleich der Epizaktor-Kinematiken angewandt wurde. Zeilenweise wird ermittelt, ob ein Kriterium wichtiger, gleich wichtig oder weniger wichtig ist, als die Übrigen. Bei den Tabelleneinträgen steht '+' für „Zeileintrag wichtiger als Spalteneintrag“, '-' steht für „Zeileintrag unwichtiger als Spalteneintrag“ und 'o' steht für „gleich wichtig“.

Variante	Gew.-Faktor	6-DOF-1		6-DOF-2		6-DOF-4		6-DOF-5		6-DOF-6		6-DOF-7		6-DOF-6 ns	
		MZ	WZ	MZ	WZ	MZ	WZ	MZ	WZ	MZ	WZ	MZ	WZ	MZ	WZ
AR/BR-Verhältnis	40%	1	0,4	1	0,4	1	0,4	1	0,4	4	1,6	1	0,4	4	1,6
Anzahl Bauteile	20%	3	0,6	3	0,6	3	0,6	4	0,8	3	0,6	4	0,8	2	0,4
Berechnungsaufwand	5%	4	0,2	4	0,2	4	0,2	4	0,2	4	0,2	4	0,2	4	0,2
Steifigkeit	15%	3	0,45	3	0,45	3	0,45	2	0,3	3	0,45	3	0,45	3	0,45
Einfluss Gelenkspiel	20%	2	0,4	2	0,4	2	0,4	2	0,4	2	0,4	2	0,4	1	0,2
Wertigkeiten			2,05		2,05		2,05		2,1		3,25		2,25		2,85
norm. Wertigkeiten			63%		63%		63%		65%		100%		69%		88%
Rangfolge			4		4		4		3		1		3		2

Tabelle 4.10: Das Vergleichsergebnis. 'MZ' bezeichnet die Maßzahl, also die für die Variante und das Kriterium vergebene Bewertung. 'WZ' steht für die Wertungszahl, also die gewichtete Maßzahl. Die Maßzahl entstammt den Überlegungen aus Abschnitt 4.7.5, der Gewichtungsfaktor aus Tabelle 4.9. Am günstigsten wird die Variante 6-DOF-6 bzw. 6-DOF-6 nonsingu bewertet.

Der von den Varianten 6-DOF-6 bzw. 6-DOF-6 nonsingu beanspruchte Berechnungsaufwand und die Anzahl der benötigten kinematischen Elemente ist gering, wenngleich etwas größer als bei den Varianten 6-DOF-1 bis 6-DOF-4. Die Steifigkeit der Variante 6-DOF-6 ist etwas ungünstiger und der Gelenkspiel-Einfluss bei der Variante mit Singularitätsvermeidung geringfügig größer. Die Variante bietet jedoch das mit Abstand beste Arbeitsraum-Bauraum-Verhältnis.

#### 4.7.7 Bewertung

Zur abschließenden Bewertung wurden mit Hilfe des Rangfolgeverfahrens [172] die Gewichtungsfaktoren bestimmt. Dazu wurden die Bewertungskriterien gegeneinander in ihrer Wichtigkeit abgestuft und somit eine Rangfolge ermittelt. Die maximale Wichtigkeit von 100% wird durch die Anzahl der vergebenen '+' geteilt. Dieser Wert wird dann mit der Anzahl der '+' je Kriterium multipliziert und ergibt den Gewichtungsfaktor. Das unwichtigste Kriterium erhält kein '+'. Um es dennoch mit zu berücksichtigen, erhält es einen Gewichtungsfaktor, der einem halben '+' entspricht. Diese Prozentzahl wird entweder durch die Rundung der übrigen Gewichtungsfaktoren gewonnen oder vom zweitwichtigsten Kriterium abgezogen. Tabelle 4.9 gibt die Vorgehensweise wieder.

Es wird deutlich, dass die Variante 6-DOF-6 am günstigsten gemäß den gewählten Kriterien und der Gewichtungsfaktoren abschneidet, wenn die Variante ohne Singularitätsvermeidung betrachtet wird. Für die Variante mit Singularitätsvermeidung, d.h. mit einer zusätzlichen Scheibe pro Scheibensystem gilt, dass diese zwar geringfügig ungünstiger ist, jedoch weiterhin mehr Bewertungspunkte als die weiteren Varianten erhält.

Die Varianten 6-DOF-5 und 6-DOF-7 erhalten weniger Bewertungspunkte als die übrigen Vari-

anten weil sie mehr Elemente benötigen und ein bei weitem ungünstigeres Arbeitsraum-Bauraum-Verhältnis besitzen.

## 4.8 Diskussion der Ergebnisse

Das Ziel der Untersuchung war es, aus einer Reihe von Kinematikvarianten, die auf einem neuartigen Prinzip basieren, die für die Anwendung als handgehaltener Roboter günstigste auszuwählen. Um ihre Platz sparende Einsetzbarkeit überprüfen zu können, wurde nach dem Nachweis ihrer Funktionalität nach Grübler [44] der kartesische und effektive Arbeitsraum mit Hilfe einer kinematischen Berechnung quantitativ und qualitativ untersucht, dargestellt und mit einem theoretischen Bauvolumen ins Verhältnis gesetzt. Ein ähnlicher Ansatz zur Untersuchung verschiedener Kinematikvarianten wird in [122] gewählt. Prinzipielle Details wie die Anzahl der kinematischen Elemente, der Einfluss von Gelenkspiel und die Steifigkeit sind für eine spätere konstruktive Umsetzung von Bedeutung. Der Berechnungsaufwand der Kinematik ist für ein Echtzeit-Regelungssystem interessant. Außerdem wurde das inverse dynamische Problem für die vielversprechendste Variante 6-DOF-6 nonsingu gelöst und ein Regler präsentiert, der mit Hilfe eines modellbasierten Ansatzes den Einfluss der Singularität in der Mitte des Arbeitsraumes kompensiert.

### 4.8.1 Untersuchte Kinematik-Varianten

Die vorgestellten Kinematik-Varianten sind im Rahmen eines Brainstormings gewonnen worden, daher kann nicht mit Sicherheit davon ausgegangen werden, dass die Menge aller möglichen und funktionierenden Epizaktor-Kinematiken mit 6 DOF vollständig beschrieben ist. Sollten weitere Kinematik-Varianten einer Untersuchung bedürfen, so ist diese mit den vorhandenen Algorithmen durchführbar. Eine wesentliche Korrektur der Gesamtergebnisse ist jedoch nicht zu erwarten. Die Variante 6-DOF-3 ist schon im Vorfeld der Überlegungen wegen ihrer mechanisch ungünstigen Eigenschaften nicht weiter betrachtet worden.

### 4.8.2 Ermittlung des minimalen kinematischen Bauraums

Der minimale Bauraum der Kinematik wurde ermittelt, indem mit Hilfe eines iterativen Verfahrens die geometrischen Parameter für jede Kinematik-Variante solange verändert wurden, bis der geforderte Arbeitsraum realisierbar und eine weitere Verkleinerung der Abmaße nicht mehr möglich war. Das Verfahren selbst wurde *händisch* entsprechend des in Abb. 4.17 vorgestellten Algorithmus durchgeführt und es ist anzunehmen, dass das exakte Minimum der Baugröße nicht bestimmt werden konnte. Da jedoch bei allen untersuchten Kinematiken nach demselben Algorithmus vorgegangen wurde, sind die Ergebnisse miteinander vergleichbar.

Der in diesem Abschnitt für eine Kinematik angenommene Bauraum bezieht sich ausschließlich auf ein die Kinematik umhüllendes Volumen. Bei einer konstruktiven Realisierung muss davon ausgegangen werden, dass der tatsächliche Bauraum größer ausfallen wird. Die Verhältnisse der untersuchten Kinematiken bleiben aber bestehen, da diese sich konstruktiv recht ähnlich verhalten. Eine große Genauigkeit ist bei der Bestimmung dieses Bauraums auch deswegen nicht nötig, da bei einer konstruktiven Realisierung weitere Faktoren wie beispielsweise die Verfügbarkeit optimaler Motoren oder Lager das Ergebnis beeinflussen werden.

### 4.8.3 Arbeitsräume

In dieser Untersuchung wurde ein quaderförmiger Arbeitsraum gewählt, dessen Flächendiagonale dem Zylinderdurchmesser entspricht, der in Abschnitt 3.5.2 festgelegt wurde und dessen Höhe der dort bestimmten Zylinderlänge nahe kommt. Die Form des effektiven Arbeitsraumes ist jedoch nur wenig abhängig von der des geforderten, sodass diese einfach zu berechnende Form gewählt wurde. Der Vorteil der beschriebenen Vorgehensweise besteht darin, eine Vorstellung von der Form des effektiven Arbeitsraums einer Kinematik zu erhalten. Die Ausführung des geforderten Arbeitsraumes bestimmt lediglich die Größe der Kinematik und damit die Größe des effektiven Arbeitsraumes. Zu berücksichtigen ist dabei, dass besonders bei abweichenden Vorgaben der Rotationen, der effektive Arbeitsraum durchaus eine andere Form annehmen kann. Form und Größe des effektiven Arbeitsraumes sind daher die wichtigsten Parameter einer Kinematik, wenn sie für einen bestimmten Einsatz genutzt werden soll. Wird der kartesische Arbeitsraum betrachtet, so stellt dieser eine

besonders einfache Form des effektiven Arbeitsraumes dar, weil dabei eine Rotation des Werkzeugkoordinatensystems ausgeschlossen wird. Dennoch ist die Kenntnis des kartesischen Arbeitsraumes durchaus hilfreich, wenn die Kinematik Aufgaben mit nur geringen Anforderungen an die Rotation des Werkzeugkoordinatensystems zu erfüllen hat.

Das Arbeitsraum-Bauraum-Verhältnis stellt ein wichtiges Kriterium für den Einsatz einer Roboter-Kinematik in der operativen Medizin dar, weil der Platz im Operationssaal, noch mehr aber am Situs stark begrenzt ist. Das Verhältnis lässt eine Analyse zu, ob ein geforderter Arbeitsraum tatsächlich auch realisiert werden kann, wenn nur ein entsprechend eingeschränktes Platzangebot zur Verfügung steht. Weniger dramatisch, aber durchaus relevant kann diese Frage auch für den industriellen Einsatz werden. Eine robotische Maschine kann umso Ressourcenschonender hergestellt und betrieben werden, je kleiner sie baut [146].

#### 4.8.4 Darstellung der Arbeitsräume

Die Darstellung der Arbeitsräume in Form von Punktwolken stellt einen Kompromiss zwischen Anschauung und korrekter Darstellung der Rechenergebnisse dar. Da die Räume i. A. konvex geformte Außenflächen haben, ist die Klarheit der Darstellung in den Projektionen nicht vollkommen. Dennoch ist die Illustration hinreichend, um eine qualitative Aussage zur Form der Arbeitsräume machen zu können.

Bei den vorgestellten Kinematiken umschließt der effektive Arbeitsraum den geforderten Arbeitsraum (Quader) so eng wie möglich. Hierbei wurde ein Fitting des effektiven Arbeitsraumes um den Quader vorgenommen und dieser entlang seiner Hauptachsen verschoben. Für einen grundlegenden Vergleich der Kinematiken untereinander erscheint das dargestellte einfache und anschauliche Vorgehen gerechtfertigt.

#### 4.8.5 Bewertungsverfahren

Die Literaturrecherche zu den Bewertungsverfahren (Abschnitt 4.7.4) zeigt, dass zu diesem Thema bereits eine große Anzahl an Arbeiten mit einem betriebswirtschaftlichen und ingenieurischen Hintergrund existiert. Einige Verfahren sind für große Projekte mit vielen Bewertungskriterien geeignet, andere nur für kleine Untersuchungen oder für einen schnellen Überblick. Bei dem gewählten Verfahren wurden zwei Ansätze kombiniert. Mit dem Rangfolgeverfahren nach Wenzel und Müller [172] wurde versucht, die Festlegung der Gewichtungsfaktoren zu objektivieren, die für die gewichtete Punktbewertung nach Kesselring [34, 67] benötigt werden. Um nicht mit Bruchteilen von Bewertungspunkten die Objektivität der Bewertung zu gefährden, wurde Trennschärfe geopfert. Die Vergabe der Bewertungspunkte unterliegt einem Bias, der üblicherweise durch die Vergabe des Bewertungsauftrags an eine Bewertergruppe verkleinert wird. Im vorliegenden Fall müsste ggf. eine solche Bewertung durch eine Expertengruppe nachgeholt werden. Das gewählte Bewertungsverfahren erscheint für den Umfang der Untersuchung sinnvoll und geeignet. Geringe Abweichungen bei der Vergabe der Bewertungspunkte führen nicht zu einer nennenswerten Änderung des Ergebnisses.

#### 4.8.6 Singularitätsvermeidung

Die Singularitätsproblematik in der Mitte des Arbeitsraumes eines Scheibensystems kann mit Hilfe eines redundanten Freiheitsgrades in Form einer zusätzlichen Scheibe pro Scheibensystem umgangen werden. Dies erhöht jedoch den konstruktiven Aufwand, da die Anzahl der nötigen kinematischen Elemente wächst.

Auf Grund des günstigen Arbeitsraum-Bauraum-Verhältnisses der Variante 6-DOF-6 wurde hier die Ausführung mit Singularitätsvermeidung besonders betrachtet und gleich in die Vergleichstabelle mit einbezogen. Selbstverständlich sind alle anderen Varianten ebenfalls singularitätskompensiert denkbar.

#### 4.8.7 Ergebnisse des Vergleichs

Für alle untersuchten Kinematik-Varianten konnte mit Hilfe der Grübler-Formel [44] gezeigt werden, dass die 6-DOF-Funktionalität gegeben ist. Diese Überprüfung war notwendig, da auf den ersten Blick nicht bei allen Kinematiken klar war, ob die 6-DOF Funktionalität gegeben ist. Dabei hat sich auch gezeigt, dass es nicht genügt, Scheibensysteme in beliebiger Anordnung zusammen zu

führen, sondern dass zusätzlich bestimmte passende Gelenktypen notwendig sind, um eine funktionsfähige Kinematik-Variante zu erhalten. Die Varianten 6-DOF-1, 6-DOF-2 und 6-DOF-4 stellen die Weiterentwicklung der 4-DOF-1 dar [116]. Sie wurden mit einem zusätzlichen Scheibensystem und einem modifizierten Verbindungselement ausgestattet. Bei der Untersuchung der Arbeitsräume zeigte sich jedoch, dass das Arbeitsraum-Bauraum-Verhältnis relativ schlecht ausfällt. Dies beruht vor allem darauf, dass es bei zu eng bemessenen Scheibenabstand schon bei geringen Verdrehungen des *TCP* zu Kollisionen von kinematischen Elementen kommen kann.

Die Varianten 6-DOF-5 und 6-DOF-7 stellen eine Kombination der Idee aus [116] und dem Prinzip bekannter Parallelkinematiken dar [16]. Da je nach Winkelstellung der Stützen und der Werkzeugplattform Singularitäten auftreten können, müssen die Gelenkpunkte der Werkzeugplattform relativ weit auseinander liegen, dies führt bei der verlangten Winkelverstellbarkeit des *TCP* zu einer sehr großen Ausführung der Kinematiken. Dieses Problem betrifft auch bekannte Parallelkinematiken [16, 49]. Variante 6-DOF-6 zeigt das günstigste Verhältnis von gefordertem Arbeitsraum und Bauraum. Die Verwendung von zwei Scheibensystemen mit je drei DOF vereinfacht den Aufbau und verhindert die Beweglichkeit einschränkende Bauteilkollisionen.



## Kapitel 5

# Vergleichende Untersuchung von verschiedenen Kinematiken

Im folgenden Abschnitt wird die vergleichende Untersuchung einer Epizaktor-Kinematik mit zwei bekannten Kinematiken Hexapod und Hexaglide hinsichtlich der Eignung zum Einsatz für einen handgehaltenen Roboter ausgeführt. Die entsprechenden Anforderungen an das Gerät wurden in Abschnitt 3 der Arbeit definiert.

Der Epizaktor wurde in Abschnitt 4 vorgestellt und eine entsprechend den aufgestellten Kriterien optimale kinematische Konfiguration ausgewählt. Die Vergleichskinetiken Hexapod und Hexaglide sind aus der Literatur bekannt und werden kurz beschrieben. Die Beschreibung der ausgeführten Konstruktion des Epizaktors befindet sich in Anhang A.1.

Der Vergleich der Kinematiken erfolgt zunächst anhand der Kriterien, die in Abschnitt 4.7 formuliert wurden und soll mit einer Reihe weiterer Kriterien ergänzt werden. Diese Erweiterung beinhaltet Aspekte, die den Vergleich verschiedenartiger Kinematiken ermöglichen. Tabelle 5.16 fasst die Ergebnisse zusammen. In einem weiteren Schritt erfolgt der Vergleich von drei ausgeführten Konstruktionen für den Epizaktor, den Hexapod und den Hexaglide anhand der Anforderungen aus Abschnitt 3. Tab. 5.19 und Abb. 5.23 auf Seite 162 fassen die Ergebnisse des Vergleichs zusammen.

## 5.1 Übersicht der verglichenen Kinematiken

### 5.1.1 Hexapod

Als *Hexapod* wird im Allgemeinen die Kinematik, die von Gough [42] und Stewart [148] zuerst beschrieben wurde, bezeichnet (Abb. 5.1). Die Kinematik beinhaltet eine bewegliche Werkzeug- und eine im allgemeinen fixierte Basisplattform, die mit sechs längenvariablen Elementen verbunden sind, die als 'Stützen', 'Streben' oder 'Beine' (engl.: 'struts', 'legs') bezeichnet werden. Üblicherweise werden die Stützen in einem 120°-rotationssymmetrischen Sechseck oder -wenn technisch möglich- in Form eines gleichseitigen Dreiecks angeordnet. Diese Konfiguration ermöglicht eine einfachere Berechnung der Vorwärtskinematik [4]. Angelenkt werden die Stützen an einer Plattform, üblicherweise der Basisplattform mit Kardangelenken und an der Werkzeugplattform mit Kugelgelenken. Somit wird sichergestellt, dass sich die Stützen in sich nicht verdrehen können. Nach der Notation von Merlet [90] wird ein Hexapod mit 6RPR bezeichnet. Die Größe des Arbeitsraumes des im ITD-Projekt eingesetzten Hexapoden wird dadurch begrenzt, dass die Stützen ihre Länge maximal im Verhältnis 1:1.3 verändern können. Für die folgenden Simulationen wird davon ausgegangen, dass eine Längenänderung von 1:2 möglich wäre, da dies technisch relativ einfach nachrüstbar ist. Für die weiteren untersuchten Kriterien wurde der Hexapod in der für das ITD-Projekt ausgeführten Variante herangezogen.

### 5.1.2 Hexaglide

Im folgenden soll als *Hexaglide* die (wahrscheinlich) zuerst von Merlet [86, 87] beschriebene Plattform bezeichnet werden (Abb. 5.2). Der Aufbau besitzt ebenfalls eine bewegliche Werkzeugplattform, ein im allgemeinen fixiertes Chassis als Basisplattform sowie sechs Stützen, unterscheidet

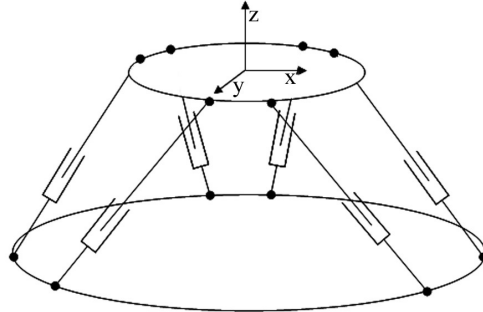


Abbildung 5.1: Hexapod-Kinematik aus dem ITD-Projekt, der für den Vergleich herangezogen wird. Die Stützen des realen Roboters können ihre Länge von  $148.4mm$  bis  $199.4mm$  ändern (Auszugsverhältnis: 1:1.3). Für die Simulationen wird von einem Auszugsverhältnis von 1:2 ( $100mm$  bis  $200mm$ ) ausgegangen. An der Basisplattform (unten) sind die Stützen mit Kardangelenken (2 DOF), an der Werkzeugplattform mit Kugelgelenken (3 DOF) angelenkt.

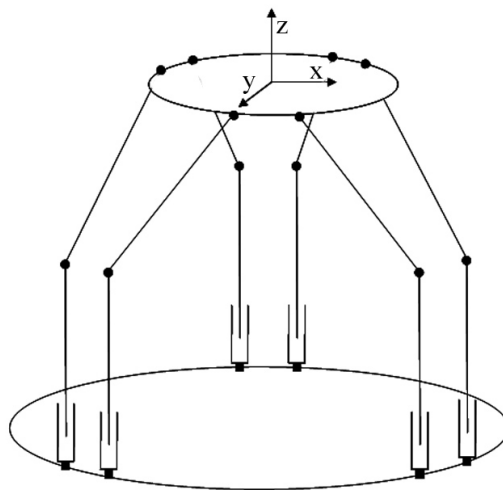


Abbildung 5.2: Hexaglide-Kinematik aus dem ITD-Projekt, der für den Vergleich herangezogen wird. Die Werkzeugplattform ist über sechs passive Pendelstützen mit den Antrieben, die senkrecht auf der Basisplattform fixiert sind, verbunden. Der Verfahrweg der Antriebe beträgt  $95mm$ .

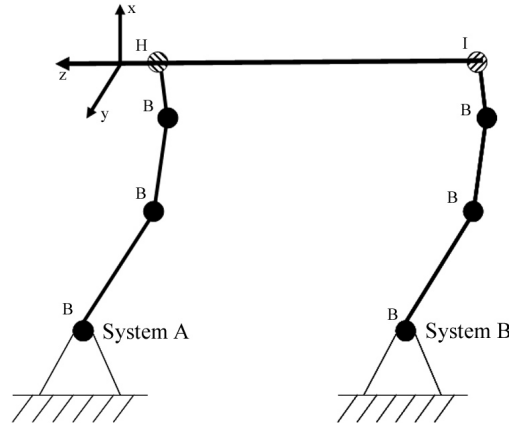


Abbildung 5.3: Epizaktor-Kinematik aus dem ITD-Projekt, der für den Vergleich herangezogen wird. Mit *System A* und *System B* sind die zwei Scheibensysteme bezeichnet. Die Buchstaben neben den Gelenken bezeichnen deren Bauform (vgl. Tab. 4.1). 'B' bezeichnet ein Gabelgelenk, 'H' ein Gleichlaufgelenk mit einem Drehmoment übertragenden Schubgelenk innen und 'I' ein Gleichlaufgelenk mit Innengewinde. Die Drehachsen aller mit 'B' bezeichneten Gelenke liegen horizontal und in der Bildebene.

sich jedoch vom Hexapod insoweit, als dass hier die Stützen passiv d.h. starr und ihre Anlenkpunkte auf der Basisplattform beweglich gestaltet sind. Nach der Notation von Merlet [90] wird ein Hexaglide mit  $\underline{6RRP}$  bezeichnet. Diese Konfiguration führt zu einem in einer kartesischen Koordinate nur von der Länge der Anlenkpunktbahnen begrenzten prismatischen Arbeitsraum. Beim Hexaglide des Instituts für Werkzeugmaschinen und Fertigung (IWF) der ETH Zürich ist diese Beweglichkeit der Anlenkpunkte parallel in der Ebene der Basisplattform gegeben [49]. Bei dem von Merlet beschriebenen Aufbau [86, 87] senkrecht dazu. Dies führt dazu, dass bei der Maschine der ETHZ der Arbeitsraum in der  $x$ -Koordinate des Basiskoordinatensystems, bei Merlet in der  $z$ -Koordinate des Basiskoordinatensystems relativ groß ist [49]. Es sind jedoch weitere Anordnungen der Anlenkpunktbahnen möglich und realisiert.

Für die Untersuchung wurde der Hexaglide in der für das ITD-Projekt ausgeführten Variante ohne weitere Annahmen herangezogen.

### 5.1.3 Epizaktor

Für den Vergleich wird der *Epizaktor* in der Konfiguration 6-DOF-6-nonsingu betrachtet (siehe hierzu Abschnitt 4.3 und 4.7 sowie den Anhang A.1 und Abb. 5.3). Dieser besteht aus zwei Scheibensystemen mit je 3 DOF, die so angeordnet sind, dass der angesteuerte *TCP* über sechs Freiheitsgrade verfügt. Zur Vermeidung der Singularität verfügt jedes Scheibensystem über eine Redundanz in Form einer zusätzlichen Scheibe, die so angesteuert wird, dass die Einflüsse der Singularität in der Mitte der Bewegungsebene der Scheiben kompensiert werden können (Abschnitt 4.7). Angelehnt an die Notation von Merlet [90] kann der Epizaktor in der Konfiguration 6-DOF-6 nonsingu als  $\underline{RRRRRRRP}$  bezeichnet werden.

Für die Untersuchung wurde der Epizaktor in der für das ITD-Projekt ausgeführten Variante herangezogen.

## 5.2 Vergleich auf Basis kinematischer Betrachtungen

Der Vergleich der verschiedenen Kinematiken erfolgt zunächst mit den in Abschnitt 4.7 definierten und durch eine Reihe weiterer Kriterien ergänzten Aspekten und der dort angewandten Methodik. Es wird die gewichtete Punktbewertung nach Kesselring [34, 67] gewählt, wobei die Gewichtungsfaktoren mit Hilfe des Rangfolgeverfahrens [172] bestimmt werden.

Die gewichtete Punktbewertung nach Kesselring ordnet jedem Kriterium einen Punktwert (4 Punkte: *sehr gut geeignet*, 3 Punkte: *gut geeignet*, 2 Punkte: *befriedigend*, 1 Punkt: *ausreichend*,



0 Punkte: *ungeeignet*) zu. Zur Erhöhung der Trennschärfe sollen hier bei qualitativen Vergleichen auch Zwischenwerte, die sich aus Verhältnis-Betrachtungen oder Punktwert-Berechnungsformeln ergeben, zugelassen werden.

Der Punktwert wird zusätzlich mit einem Bewertungsfaktor multipliziert, der zur Gewichtung der Bewertungskriterien dient. Zum Schluss werden alle Wertungspunkte addiert und durch die maximal erreichbare Punktsomme geteilt. Somit ergibt sich der technische Wert, der zwischen 0 und 100% liegt und zum quantitativen Vergleich der Lösungsvarianten dient.

Für die Bestimmung der Gewichtungsfaktoren wird das Rangfolgeverfahren [172] herangezogen, welches die Wichtigkeit der einzelnen Bewertungskriterien untereinander vergleicht und somit eine Rangfolge der Kriterien bestimmt. Damit wird eine Festlegung der Gewichtungsfaktoren ermöglicht (Abschnitt 4.7.7).

Im Folgenden werden die Bewertungskriterien kurz beschrieben und die Bewertung ausgeführt.

### 5.2.1 Arbeitsraum-Bauraum-Verhältnis

Das Arbeitsraum-Bauraum-Verhältnis wird über den Quotienten des Volumens von Arbeitsraum und kinematischem Bauraum bestimmt. Es wurde bei jeder Kinematik für den geforderten, den effektiven und den kartesischen Arbeitsraum getrennt ermittelt. Der kinematische Bauraum wird durch einen die Kinematik so eng wie möglich umschließenden Zylinder definiert.

#### 5.2.1.1 Vorgehensweise

Betrachtet werden der geforderte Arbeitsraum, der sich aus der Anwendung als handgehaltener Roboter ergibt (hierzu Abschnitt 3.5.2), der effektive Arbeitsraum, der von der untersuchten Kinematik tatsächlich unter Einhaltung der spezifizierten Verdrehung erreicht werden kann, sowie der kartesische Arbeitsraum, der ohne Verdrehungen erreicht werden kann. Die exakte Definition der Arbeitsräume und die Vorgehensweise bei der Untersuchung erfolgt analog Abschnitt 4.7.3.1.

Zur Ermittlung der Bauräume wird ein Zylinder um die exponierten Punkte der Kinematiken gelegt.

#### 5.2.1.2 Ergebnisse

Tabelle 5.1 gibt einen Überblick über die Vergleichsergebnisse der drei Kinematiken.

**5.2.1.2.1 Hexapod** Der die Kinematik umschließende Zylinder hat einen Radius, der dem Abstand der Stützenfußpunkte zum Mittelpunkt der Basisplattform entspricht, und eine Höhe, die dem minimalen Abstand zwischen Werkzeug- und Basisplattform gleichkommt. Er besitzt ein Volumen von  $3941\text{cm}^3$ . Somit ergibt sich ein Verhältnis von gefordertem Arbeitsraum zu Bauraum von 1:62. Der vom *TCP* unter Beibehaltung der spezifizierten Verdrehung von  $\pm 20^\circ$  in allen Achsen gleichzeitig erreichbaren Arbeitsraum hat ein Volumen von ca.  $259\text{cm}^3$ , sodass sich ein Verhältnis vom effektiven Arbeitsraum zu Bauraum von 1:15 ergibt. Dieser Arbeitsraum ist schirmförmig mit einer konkaven Unterseite und einer relativ flachen Ausprägung. Wird der kartesische Arbeitsraum betrachtet, der alle Punkte umfasst, die vom *TCP* bei konstanter Rotation von  $0^\circ$  erreicht werden können und ca.  $1481\text{cm}^3$  groß ist, dann berechnet sich das Arbeitsraum-Bauraumverhältnis zu 1:2.7 (Abb. 5.4).

**5.2.1.2.2 Hexaglide** Die Kinematik wird von einem Zylinder eingehüllt, dessen Volumen  $4247\text{cm}^3$  groß ist. Er besitzt einen Radius, der sich aus dem Abstand der Fußpunktgelenkbahnen zur Mittelachse der Basisplattform ergibt und eine Höhe, die sich aus dem geringsten Abstand der Werkzeugplattform von der gedachten Basisplattform (voll eingefahrene Fußpunktgelenke) und der maximalen Wegstrecke der Fußpunktgelenke errechnet. Das Verhältnis von gefordertem Arbeitsraum zu Bauraum liegt somit bei 1:66. Der effektive Arbeitsraum ist  $110\text{cm}^3$  groß, sodass sich das Verhältnis von effektivem Arbeitsraum zu Bauraum bei 1:38 einstellt. Der effektive Arbeitsraum ist z.T. konkav, zerklüftet ausgeformt und gleicht einem Prisma mit einem Querschnitt in Form eines dreiblättrigen Kleeblatts. Der kartesische Arbeitsraum besitzt ein Volumen von ca.  $291\text{cm}^3$ , daher ist das Verhältnis von kartesischem Arbeitsraum zu Bauraum wie 1:15 (Abb. 5.5).

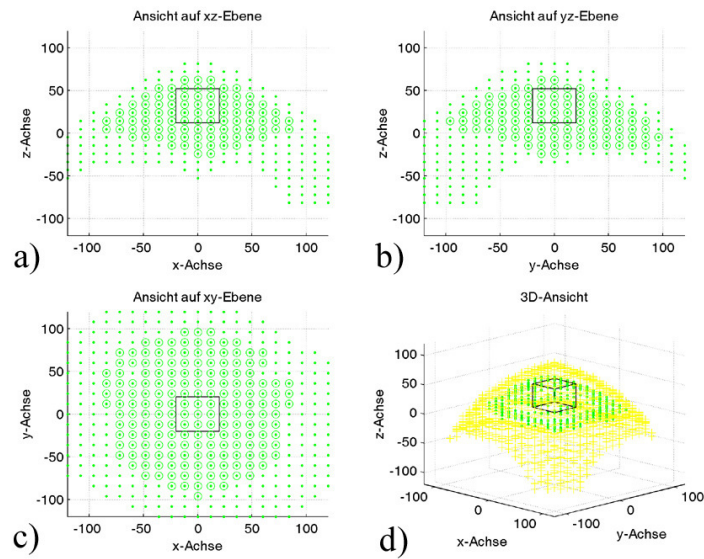


Abbildung 5.4: Arbeitsräume des Hexapoden, wie er im ITD-Projekt verwendet wird. a) zeigt einen Aufriss, b) einen Seitenriss, c) einen Grundriss und d) eine isometrische Ansicht. Die Punkte definieren den kartesischen Arbeitsraum, Kreise den effektiven und der schwarze Würfel stellt den geforderten Arbeitsraum dar.

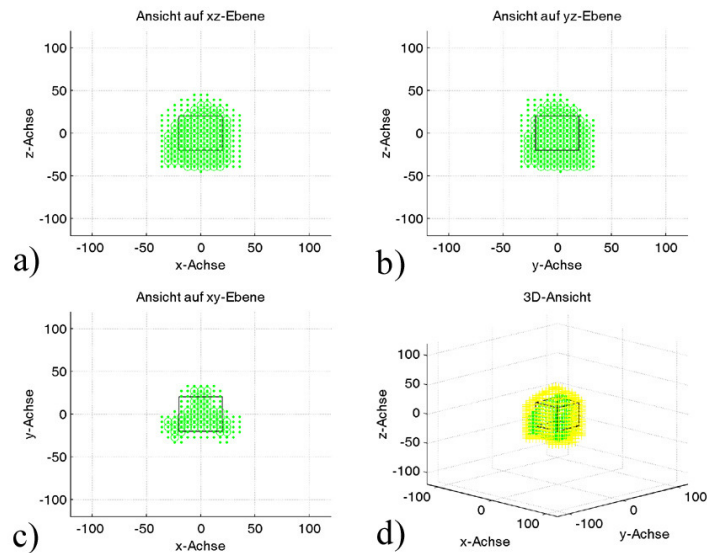


Abbildung 5.5: Arbeitsräume des Hexaglide, wie er im ITD-Projekt verwendet wird. a) zeigt einen Aufriss, b) einen Seitenriss, c) einen Grundriss und d) eine isometrische Ansicht. Die Punkte definieren den kartesischen Arbeitsraum, Kreise den effektiven und der schwarze Würfel stellt den geforderten Arbeitsraum dar.

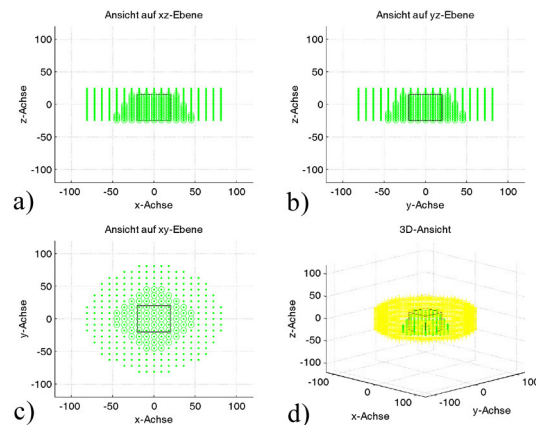


Abbildung 5.6: Arbeitsräume des Epizaktors, der für das ITD-Projekt verwendet werden soll. a) zeigt einen Aufriss, b) einen Seitenriss, c) einen Grundriss und d) eine isometrische Ansicht. Die Punkte definieren den kartesischen Arbeitsraum, Kreise den effektiven und der schwarze Würfel stellt den geforderten Arbeitsraum dar.

Kinematik	Bauraum	geforderter Arbeitsraum	AR-BR-V	effektiver Arbeitsraum	AR-BR-V	kartesischer Arbeitsraum	AR-BR-V	Bewertung
Hexapod	$3941\text{cm}^3$	$64\text{cm}^3$	1:62	$259\text{cm}^3$	1:15	$1481\text{cm}^3$	1:2.7	2
Hexaglide	$4247\text{cm}^3$	$64\text{cm}^3$	1:66	$110\text{cm}^3$	1:38	$291\text{cm}^3$	1:15	2
Epizaktor	$1445\text{cm}^3$	$64\text{cm}^3$	1:23	$165\text{cm}^3$	1:9	$1131\text{cm}^3$	1:1.3	4

Tabelle 5.1: Arbeitsraum-Bauraum-Verhältnis (AR-BR-V) der untersuchten Kinematiken

**5.2.1.2.3 Epizaktor** Der Zylinder, der die Kinematik umhüllt, besitzt ein Volumen von  $1445\text{cm}^3$ . Sein Durchmesser gleicht dem Durchmesser der größten Scheibe und die Höhe entspricht dem Abstand der Scheibensysteme. Das Verhältnis von gefordertem Arbeitsraum zu Bauraum liegt somit bei 1:23. Der effektive Arbeitsraum von ca.  $165\text{cm}^3$  führt zu einem Arbeitsraum-Bauraumverhältnis von 1:9. Dieser Arbeitsraum ist kegelförmig mit der z-Achse als Rotationsachse. Der kartesische Arbeitsraum ist  $1131\text{cm}^3$  groß, sodass sich das Verhältnis zum Bauraum bei 1:1.3 einstellt (Abb. 5.6).

## 5.2.2 Anzahl der kinematischen Elemente

Die Komplexität des Aufbaus ist ein Maß dafür, welcher Aufwand bei der Konstruktion und beim Bau getrieben werden muss [145]. Ein mögliches Maß für die Komplexität ist die Anzahl der Elemente, die nötig sind, um die kinematische Funktion des Aufbaus zu ermöglichen. Diese Anzahl soll für jede der betrachteten Kinematiken ermittelt werden. Als kinematische Elemente zählen Rotations- und prismatische Gelenke, Getriebe, Kraft übertragende Subsysteme und Chassisteile wie Werkzeug- und Basisplattform. Innerhalb dieser kinematischen Elemente oder Funktionsbaugruppen wird keine weitere Zählung der Bauteile durchgeführt, da deren Anzahl von einer konkret ausgeführten Konstruktion abhängig ist, und somit nicht im direkten Zusammenhang mit der Kinematik steht.

### 5.2.2.1 Vorgehensweise

Die Kinematik mit der größten Summe an kinematischen Elementen erhält 1 Punkt. Die mit der geringsten Summe erhält 4 Punkte. Die weiteren Kinematiken erhalten entsprechend einen linear interpolierten Punktwert dazwischen.

### 5.2.2.2 Ergebnisse

Eine Zusammenfassung der Ergebnisse befindet sich in Tabelle 5.2.

Kinematik	Anzahl kinematischer Elemente	Bewertung
Hexapod	26	1
Hexaglide	26	1
Epizaktor	22	4

Tabelle 5.2: Anzahl der kinematischen Elemente der untersuchten Kinematiken.

**5.2.2.2.1 Hexapod** Der Hexapod besitzt 26 kinematische Elemente: jeweils eine Werkzeug- und eine Basisplattform, sechs Stützenober- und sechs Stützenunterteile (Antriebe) und zwölf Gelenke.

**5.2.2.2.2 Hexaglide** Die Hexaglide-Kinematik besitzt ebenfalls 26 kinematische Elemente: Eine Werkzeugplattform, ein die Basisplattform darstellendes Gehäuse, sechs Antriebe, sechs Stützen und zwölf Gelenke.

**5.2.2.2.3 Epizaktor** Die betrachtete Epizaktor-Variante mit Singularitätsvermeidung besitzt ein die Kinematik beinhaltendes Gehäuse und ein Verbindungselement. Dazu kommen für jedes der zwei Scheibensysteme jeweils eine große, eine mittlere und eine kleine Scheibe sowie ein Gelenk, ein Zahnring zum Antrieb der mittleren Scheibe, zwei Zahnringe zum Antrieb der kleinen Scheibe und drei Zahnringe zum Antrieb des Gelenks. Zusammen entsprechend 22 kinematische Elemente.

## 5.2.3 Berechnungsaufwand

Der Berechnungsaufwand für die Lösung des direkten bzw. inversen kinematischen Problems hat Einfluss auf die Steuerung der Maschine, wenn der erreichbare Regeltakt aufgrund von mangelnder Rechnerkapazität nicht mit den nötigen Echtzeitanforderungen korrespondiert.

Zur quantitativen Bewertung wurde der Berechnungsaufwand abgeschätzt und als Summe von Additionen, Multiplikationen und sonstigen Funktionen aufgezeichnet.

### 5.2.3.1 Vorgehensweise

Die Kinematik mit der größten Summe an Berechnungsschritten erhält 1 Punkt. Diejenige mit der geringsten Summe erhält 4 Punkte. Die weiteren Kinematiken erhalten entsprechend einen linear interpolierten Punktwert dazwischen. Diese Bewertungsfunktion lautet daher für den vorliegenden Fall

$$k = -\frac{-1}{4846}x + \frac{19852}{4846} \quad (5.1)$$

### 5.2.3.2 Ergebnisse

Eine Zusammenfassung der Ergebnisse befindet sich in Tabelle 5.3.

**5.2.3.2.1 Hexapod** Für die Berechnung der inversen Kinematik des Hexapod sind 60 Additionen, 108 Multiplikationen, 174 trigonometrische Funktionen sowie 24 Potenzen zu bestimmen. Die Vorwärtskinematik kann über umfangreiche geschlossene Berechnungen (z.B. [104]) oder einfacher mit Hilfe eines iterativen Lösungsverfahrens berechnet werden. Letzteres kann einfach implementiert werden und erlaubt eine Abschätzung der Anzahl der Berechnungsschritte, jedoch keine eindeutige Bestimmung. Bei den ausgeführten Untersuchungen lag die Anzahl der Iterationsschritte im Durchschnitt bei etwa 40. Die Gesamtzahl der Berechnungsschritte liegt dementsprechend bei etwa 15006.

**5.2.3.2.2 Hexaglide** Für die Hexaglide-Kinematik gilt eine analoge Betrachtung wie bereits beim Hexapoden. Die Anzahl der Iterationsschritte für die Berechnung der Vorwärtskinematik lag jedoch bei durchschnittlich 10 und die Gesamtzahl der Berechnungsschritte damit bei 4026.

Kinematik	Vorwärtskinematik				Rückwärtskinematik				Summe	Bewertung
	Add.	Mult.	Trig.	Pot.	Add.	Mult.	Trig.	Pot.		
Hexapod	2400*	4320*	6960*	960*	60	108	174	24	15006	1
Hexaglide	600*	1080*	1740*	240*	60	108	174	24	4026	3 .27
Epizaktor	31	115	177	0	106**	135**	132**	36**	468	4

Tabelle 5.3: Berechnungsaufwand der untersuchten Kinematiken. Die mit '\*' gekennzeichneten Ergebnisse sind abhängig von einem iterativen Lösungsverfahren und der Anzahl der Iterationsschritte. Die mit '\*\*' gekennzeichneten Ergebnisse sind abhängig von der Singularitätsvermeidung.

**5.2.3.2.3 Epizaktor** Für die Berechnung der Vorwärtskinematik des Epizaktors in der untersuchten Variante ist die Lösung von 31 Additionen, 115 Multiplikationen sowie 117 trigonometrischen Funktionen nötig. Für die Rückwärtskinematik ist zu beachten, dass die Anzahl der Berechnungsschritte von der Lösungsmethode der Singularitätsvermeidung abhängig ist. Die vorliegende Betrachtung (Tab. 5.19) wählt eine geometrische Lösung (Abschnitt 4.4.1.1), die für Anschauungszwecke ausreichend ist. Die Gesamtzahl der Berechnungsschritte summiert sich auf 468. Die für die gewählte Singularitätsvermeidung auf Reglerebene nötigen Berechnungsschritte sind abhängig von der Lösungsmethode in Simulink. Siehe hierzu Abschnitt 4.7.

## 5.2.4 Mechanische Steifigkeit

Die mechanische Steifigkeit einer Kinematik ist besonders von der Ausführung der technischen Konstruktion abhängig. Eine theoretische Betrachtung ist daher nur qualitativ möglich. Es ist leicht einsehbar, dass gedrungene Bauteile steifer sein können als schlanke, und dass die Krafteinleitung in ein Bauteil zu einer mehr oder weniger großen elastischen Verformung führen wird.

### 5.2.4.1 Vorgehensweise

Die Steifigkeit der Kinematik wird abgeschätzt, indem die im Kraftfluss befindlichen kinematischen Elemente untersucht werden. In jeder kinematischen Kette wird untersucht, ob eher schlanke (2 Punkte) oder gedrungene (4 Punkte) Elemente auftreten, und in welchen Achsrichtungen diese belastet werden. Dieses Schätzverfahren ermöglicht eine qualitative und relative Betrachtung und berücksichtigt, dass bei einer ausgeführten Konstruktion die Belastung der einzelnen Elemente mit einbezogen und diese so weit wie möglich versteift würden.

### 5.2.4.2 Ergebnisse

Tabelle 5.4 fasst die Bewertungsergebnisse zusammen.

**5.2.4.2.1 Hexapod** Der Hexapod besteht aus zwei Plattformen und sechs teleskopischen Pendelstützen dazwischen (Abb. 5.7). Die Stützen sind ausschließlich auf Zug und Druck, die Plattformen sind vor allem auf Biegung belastet. Die axiale Belastung der Stützen wird von dem angetriebenen prismatischen Gelenk aufgenommen. Die Steifigkeit eines solchen Aufbaus hängt also neben der konstruktiven Gestaltung der Stützen von der Ausführung der Antriebe ab. Üblicherweise werden Hexapoden mit Spindelantrieben oder Linearmotoren ausgeführt. Spindelantriebe können durch die Ausführung der Bauteile und die Wahl des Übersetzungsverhältnisses der Spindel recht steif ausgeführt werden. Wird der Antrieb mit Linearmotoren verwirklicht, bestimmen die Struktur und Qualität des Positionsregelkreises sowie die Kräfte der Motoren die Steifigkeit des Gesamtaufbaus. Die mechanische Steifigkeit ist über den Arbeitsraum nahezu konstant, da sich die Nachgiebigkeit der Stützen über ihren Verfahrensweg nur geringfügig ändert und die auch die Belastungsrichtung der Stützen konstant bleibt. Die Integration der Antriebe in die Stützen wird zwangsläufig zu eher soliden Stützen führen. Daher wird hier davon ausgegangen, dass die Steifigkeit geringfügig größer sein wird als bei der Hexaglide-Kinematik.

Dem Hexapod werden aus diesen Gründen 4 Bewertungspunkte zugestanden.

**5.2.4.2.2 Hexaglide** Für die Hexaglide-Kinematik existieren zwei Konstruktionsvarianten, für die unterschiedliche Ergebnisse gelten (Abb. 5.8). Die Anlenkung der Stützen kann über Schubstangen erfolgen (Abb. 5.8 a)), die aus einer Führung aus- und einfahren. Dies führt zu einer veränderlichen Steifigkeit, je nach dem, wie weit die Stütze ausgefahren ist, da der Hebelarm der

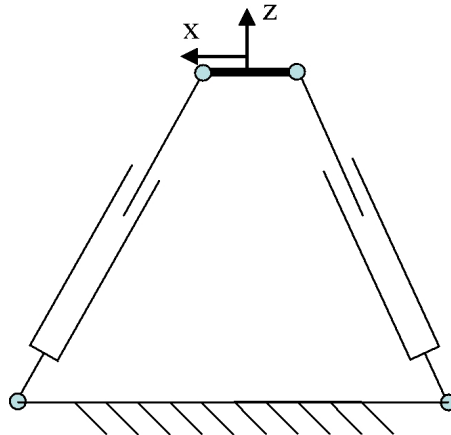


Abbildung 5.7: Schematische Skizze der Hexapod-Kinematik. Auf eine räumliche Darstellung aller sechs Antriebe wurde verzichtet. Der Pfeil kennzeichnet die  $z$ -Richtung des Werkzeugkoordinatensystems und die Lage des  $TCP$ . Die Steifigkeit der linear ausfahrbaren Stützen ändert sich nur geringfügig über die Länge.

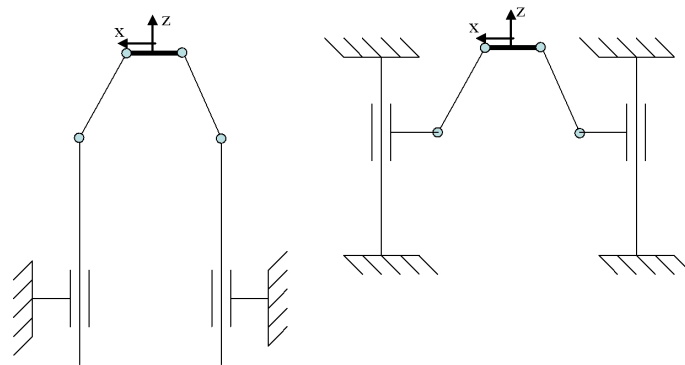


Abbildung 5.8: Schematische Skizzen der zwei Ausführungen der Hexaglide-Kinematik (a, b). Auf eine räumliche Darstellung aller sechs Antriebe der Kinematik wurde verzichtet. Der Pfeil kennzeichnet die  $z$ -Richtung des Werkzeugkoordinatensystems und die Lage des  $TCP$ . Bei der Hexaglide-Kinematik nach (a) wird der Aufbau elastischer wenn die Gelenkpunkte (Kreise) weiter nach oben (in  $z$ -Richtung) ausfahren, da die Schubstangen der Antriebe weiter auskragen und der Hebelarm der Querkraft, die über die Stützen eingeleitet wird wächst. Bei der Variante (b) ändern sich der Hebelarm und damit die Steifigkeit nicht.

Querkraft, die über die Stützen in die Führungsstangen eingeleitet wird, wächst. Eine solche Konstruktion baut schlank und verfügt über einen größeren Arbeitsraum, da sich die Stützen in alle Richtungen neigen können. Alternativ ist es denkbar, die Stützen auf Schlitten anzulenken (Abb. 5.8 b), die von den Antrieben bewegt werden. Hier ändert sich die Steifigkeit nicht, jedoch ist der Schwenkbereich eingeschränkt. Da es bei der Hexaglide-Kinematik sinnvoll erscheint, die Stützen möglichst leicht auszuführen, um die bewegten Massen gering zu halten, wird deren Nachgiebigkeit und die der gesamten Konstruktion eher größer sein, als beim Hexapoden.

Aus den genannten Gründen erhält die Hexaglide-Kinematik 3 Bewertungspunkte.

**5.2.4.2.3 Epizaktor** In der Epizaktor-Kinematik werden die Bauteile größtenteils in den Ebenen der Scheibensysteme belastet, was zu relativ geringen Verformungen führen wird (Abb. 5.9).

Jedoch erzeugt die Komponente des Belastungsvektors in  $z$ -Richtung über die Gewindespindel eine Durchbiegung der Scheiben nur eines Scheibensystems, die je nach dessen Verdrehung und der Lage des Anlenkpunktes veränderliche Werte annimmt. Die Elemente können entsprechend ihrer Belastung optimiert ausgeführt werden. Aus den genannten Gründen wird die Steifigkeit mit 3 Punkten bewertet.

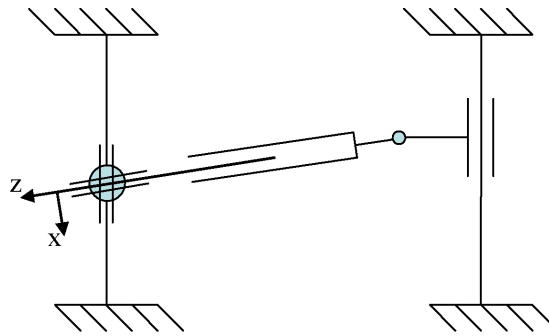


Abbildung 5.9: Schematische Skizze der Epizaktor-Kinematik. in der Variante 6-DOF-6 nonsingu. Auf eine räumliche Darstellung aller acht Antriebe der Kinematik wurde verzichtet. Der Pfeil kennzeichnet die  $z$ -Richtung des Werkzeugkoordinatensystems und die Lage des  $TCP$ . Links das vordere Scheibensystem, das für die Verdrehung des Werkzeugkoordinatensystems um die  $z$ -Achse sorgt, rechts das Scheibensystem, das für die Verschiebung des Werkzeugkoordinatensystems in  $z$ -Richtung verantwortlich ist. Die Steifigkeit in  $z$ -Richtung wird von der Biegesteifigkeit des rechten Scheibensystems bestimmt.

Kinematik	Beschreibung	Bewertung
Hexapod	Nur axiale Belastung der Stützen, Verformung über den Arbeitsraum nahezu konstant	4
Hexaglide	Belastung der Antriebe ändert sich je nach Ausführung der Kinematik über den Arbeitsraum	3
Epizaktor	Ein Scheibensystem wird senkrecht zu seiner Ebene belastet	3

Tabelle 5.4: Steifigkeit der untersuchten Kinematiken

## 5.2.5 Gelenk-Konfiguration und -spiel

Es wird qualitativ untersucht, wie viele Gelenke im Kraftfluss zwischen Werkzeug- und Basisplattform auftreten und welchen Einfluss das Gelenkspiel auf die Werkzeugplattform hat. Siehe hierzu auch Abschnitt 4.7.3.5.

### 5.2.5.1 Vorgehensweise

Es wird angenommen, dass sich das Spiel  $s_i$  von  $i$  Gelenken, die in einer seriellen kinematischen Kette angeordnet sind, im ungünstigsten Fall zu

$$s_{ges,ser} = \sum_i s_i \quad (5.2)$$

addiert.

Für die parallele Anordnung  $j$  solcher Ketten wird angenommen, dass sich der Einfluss des Gelenkspiels gemäß der Beziehung

$$s_{ges,par} = \sqrt{\sum_j (s_{ser,j})^2} \quad (5.3)$$

verhält, es also zu einem Ausgleich des Spiels einzelner kinematischer Ketten kommt. Diese Vorgehensweise stellt eine starke Vereinfachung der realen Verhältnisse dar, weil der Einfluss des Gelenkspiels auf die Positionierung des Werkzeugkoordinatensystems auch von den Hebelverhältnissen abhängig ist. Die Auswirkungen dieses Faktors werden hier nicht beachtet, da sie von der technischen Ausführung einer auf der untersuchten Kinematik basierenden Maschine abhängig sind.

Zur Vereinfachung der Betrachtung wird ein normiertes Gelenkspiel von '1' pro Gelenk betrachtet. Auf diese Weise wird eine quantitative Vergleichsmöglichkeit erreicht, die in der Bewertung Niederschlag findet.

Kinematik	Gelenkspielwert	Bewertung
Hexapod	7.3	2
Hexaglide	7.3	2
Epizaktor	7.1	2

Tabelle 5.5: Gelenkspieleinfluss der untersuchten Kinematiken.

### 5.2.5.2 Ergebnisse

In Tab. 5.5 sind die Ergebnisse des Vergleichs zusammengefasst.

**5.2.5.2.1 Hexapod** Der Hexapod besitzt sechs identische kinematische Ketten mit jeweils drei seriell angeordneten Gelenken zwischen Werkzeug- und Basisplattform. Der Spielwert pro serieller Kette liegt somit bei

$$s_{ges,ser} = \sum_i s_i = 1 + 1 + 1 = 3 \quad (5.4)$$

und diese addieren sich für den Gesamtaufbau zu

$$s_{ges,par} = \sqrt{\sum_j (s_{ser,j})^2} = \sqrt{3^2 + 3^2 + 3^2 + 3^2 + 3^2 + 3^2} = 7.3 \quad (5.5)$$

**5.2.5.2.2 Hexaglide** Für die Hexaglide-Kinematik gilt eine den Ergebnissen der Hexapod-Kinematik analoge Überlegung, die zum gleichen Ergebnis führt.

**5.2.5.2.3 Epizaktor** Bei der untersuchten Variante des Epizaktors mit Singularitätsvermeidung sind pro Scheibensystem fünf Gelenke in der kinematischen Kette. Es gilt daher für den Spielwert, der sich pro Kette zu

$$s_{ges,ser} = \sum_i s_i = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 5 \quad (5.6)$$

addiert und sich für den gesamten kinematischen Aufbau zu

$$s_{ges,par} = \sqrt{\sum_j (s_{ser,j})^2} = \sqrt{5^2 + 5^2} = 7.1 \quad (5.7)$$

summiert. Er ist somit geringfügig größer als bei der Variante ohne Singularitätsvermeidung (Abb. 4.26).

Die in Tabelle 5.5 zusammengefassten Werte sind mit denen in Tab. 4.8 zu vergleichen. Es zeigt sich, dass der Gelenkspieleinfluss der hier untersuchten Kinematiken im Vergleich zu den übrigen Epizaktor-Kinematiken ungünstig ausfällt. Untereinander berechtigen die Ergebnisse auf Grund ihrer geringen Unterschiede nicht zu einer Abstufung der Bewertung.

## 5.2.6 Antriebe

Die Art der zum Betrieb nötigen Antriebe hat einen Einfluss auf das dynamische Verhalten, das Gewicht und den Bauaufwand. Indirekt also auch auf das Gewicht und den Preis der Konstruktion. Es konnte gezeigt werden, dass elektrische Linearmotoren der benötigten Leistungsklasse bei ähnlicher Leistung etwa um den Faktor 2.4 höheres Gewicht haben als rotatorische Motoren. Ausführliche Daten hierzu im Anhang B.1.

### 5.2.6.1 Vorgehensweise

Für einen rotatorischen Antrieb je Freiheitsgrad erhält die untersuchte Kinematik vier Punkte, für einen linearen Antrieb erhält sie zwei Punkte. Die Punkte werden summiert und durch die Anzahl der Freiheitsgrade des Aufbaus geteilt:

$$k = \frac{\sum_i^f k_{A,i}}{f} \quad (5.8)$$



Kinematik	Antriebe	Bewertung
Hexapod	6 lineare Antriebe	2
Hexaglide	6 lineare Antriebe	2
Epizaktor	5 rotatorische, 1 linearer Antrieb	3.67

Tabelle 5.6: Antriebsformen der untersuchten Kinematiken.

mit

$k$  Bewertungspunktwert  $f$  Anzahl der Freiheitsgrade  $k_A$  Bewertung pro Antrieb

Spindeln werden auf Grund des höheren Aufwandes und der Umsetzung der Bewegungsform als Linearantriebe aufgefasst. Fluidische Antriebe werden nicht in Betracht gezogen, da diese i. A. die dynamischen Anforderungen (hohe und niedrige Geschwindigkeiten, Steifigkeit und Regelbarkeit) nicht erfüllen.

### 5.2.6.2 Ergebnisse

Die Ergebnisse des Vergleichs sind in Tab. 5.6 zusammengefasst.

**5.2.6.2.1 Hexapod** Ein Hexapod besitzt sechs Linearantriebe, die als elektrische Linearmotoren oder Kugelspindeln ausgeführt werden können. In beiden Fällen werden die Antriebe mit 2 Punkten bewertet.

$$k = \frac{\sum_i^f k_{A,i}}{f} = \frac{6 \cdot 2}{6} = 2 \quad (5.9)$$

**5.2.6.2.2 Hexaglide** Der Hexaglide besitzt ebenfalls sechs lineare Antriebe, die als elektrische Linearmotoren oder Kugelspindeln ausgeführt werden. In beiden Fällen werden die Antriebe mit 2 Punkten bewertet.

$$k = \frac{\sum_i^f k_{A,i}}{f} = \frac{6 \cdot 2}{6} = 2 \quad (5.10)$$

**5.2.6.2.3 Epizaktor** Der Epizaktor in der untersuchten Variante treibt fünf der sechs Freiheitsgrade mit rotatorischen Bewegungen an. Die  $z$ -Verstellung des  $TCP$  wird jedoch mit einer Gewindespindel erreicht. Entsprechend erhält der Epizaktor 3.67 Bewertungspunkte.

$$k = \frac{\sum_i^f k_{A,i}}{f} = \frac{5 \cdot 4 + 1 \cdot 2}{6} = 3.67 \quad (5.11)$$

## 5.2.7 Singularitäten

Die Dynamik eines Systems ist u.a. abhängig von der kinematischen Konfiguration, die in bestimmten Fällen zu großen Beschleunigungen einzelner kinematischer Elemente bei konstanter Geschwindigkeit des  $TCP$  führen kann. Diese u. U. singulären Lagen führen zu technisch nicht realisierbaren darstellbaren Bewegungen [133]. Siehe hierzu Abschnitt 4.2. Die bei gegebenen Spezifikationen der Antriebe möglichen Beschleunigungen sind abhängig von den Massen und Trägheiten der Bauteile.

### 5.2.7.1 Vorgehensweise

Die genaue Berechnung des dynamischen Verhaltens einer Maschine, auch im Bezug auf Schwingungen, ist nur für einen konkreten Aufbau möglich. Es ist jedoch möglich, zu ermitteln, ob eine Kinematik singuläre Lagen besitzt, und wo diese zu liegen kommen. Im vorliegenden Fall wurde mit Hilfe einer Literaturrecherche untersucht, ob die Kinematiken singuläre Lagen haben, und ob diese einen Einfluss auf die betrachtete Funktion haben können. Die singulären Lagen werden in Bezug auf die technische Umsetzung betrachtet.

Ein System ohne singuläre Lagen erhält 4 Punkte, eines mit Singularitäten, die keinen Einfluss haben, 3 Punkte, alle anderen erhalten 1 Punkt.

Kinematik	Einfluss der Singularitäten	Bewertung
Hexapod	Kinematik kann so ausgelegt werden, dass innerhalb des geforderten Arbeitsraums keine Singularitäten auftreten.	3
Hexaglide	Kinematik kann so ausgelegt werden, dass innerhalb des geforderten Arbeitsraums keine Singularitäten auftreten.	3
Epizaktor	Singularität kann mit entsprechend ausgelegter Kinematik und geeignetem Regler kompensiert werden.	3

Tabelle 5.7: Einfluss der Singularitäten bei den untersuchten Kinematiken.

### 5.2.7.2 Ergebnisse

Die Ergebnisse des Vergleichs sind in Tabelle 5.7 zusammengestellt.

**5.2.7.2.1 Hexapod** Ausgehend von einer Konfiguration, bei der Werkzeug- und Basisplattform parallel liegen und die Form von spiegelsymmetrischen Sechsecken haben sowie alle Stützen in dieser Stellung gleich lang sind, besitzt der Hexapod eine singuläre Lage, wenn wenigstens ein Stützenpaar in einer der Plattformebenen liegt [48]. Der Arbeitsraum des Hexapoden lässt sich so auslegen, dass diese singuläre Konfiguration im Inneren nicht auftritt. Somit besitzt der Hexapod nur singuläre Lagen ohne Einfluss auf die betrachtete Funktion und erhält 3 Bewertungspunkte.

**5.2.7.2.2 Hexaglide** Im Gegensatz zu der bei Hebsacker [49] beschriebenen Hexaglide-Kinematik bewegen sich bei der hier betrachteten Konfiguration die Stützenfußpunkte in der z-Richtung des Basiskoordinatensystems. Singuläre Lagen existieren wieder für den Fall, dass ein Stützenpaar in der Ebene der Werkzeugplattform zu liegen kommt [48]. Analog zum Hexapoden lässt sich die Kinematik so auslegen, dass dies nicht vorkommt. Die Kinematik besitzt also auch nur singuläre Lagen außerhalb des definierten Arbeitsraumes, sodass 3 Bewertungspunkte vergeben werden können.

**5.2.7.2.3 Epizaktor** Die Epizaktor-Kinematik ist aus zwei identischen seriellen kinematischen Ketten mit je drei Freiheitsgraden aufgebaut. Ein solcher planarer Manipulator mit drei Freiheitsgraden besitzt zwei singuläre Lagen. Eine genau in der Mitte des Arbeitsraumes. Hier treten unendlich große Geschwindigkeiten der großen Scheibe auf, wenn eine Trajektorie nahe am Mittelpunkt des Aufbaus entlang läuft. Eine zweite singuläre Lage existiert ringförmig am Rand des Arbeitsraumes eines Scheibensystems in der *Strecklage*. Eine Trajektorie radial vom Zentrum des Arbeitsraumes führt zu einer unendlichen Geschwindigkeit der großen Scheibe [25]. Mit Hilfe der zusätzlichen – redundanten – Scheibe der Nonsingu-Variante und einem entsprechenden Reglerkonzept können diese singulären Lagen, unter Inkaufnahme eines größeren konstruktiven Aufwandes, kompensiert werden. Dieser ist in Abschnitt 5.2.2 bereits berücksichtigt.

Für den Aufbau mit sechs Freiheitsgraden werden zwei Scheibensysteme parallel angeordnet. Dieser Aufbau führt nicht zu weiteren singulären Lagen, jedoch existieren die Singularitäten der Scheibensysteme weiter. Die Singularitäten am Rand und in der Mitte der Scheibensysteme führen, je nach Winkelstellung des *TCP*-Koordinatensystems, zu singulären Lagen des Manipulators an verschiedensten Stellen des Arbeitsraumes. Durch die Redundanz und das entsprechende Reglerkonzept kann diese Singularität jedoch kompensiert werden. Die Kinematik besitzt also nur Singularitäten ohne Einfluss und erhält 3 Bewertungspunkte.

## 5.2.8 Modularität

Untersucht wird, ob der Aufbau der Kinematik aus identischen kinematischen Elementen besteht oder bestehen kann. Die Modularität ist ein Maß für den Konstruktionsaufwand und damit die Kosten eines Roboters.

### 5.2.8.1 Vorgehensweise

Es wird das Verhältnis der Gesamtzahl der kinematischen Elemente und der Anzahl der kinematischen Elemente, von denen wenigstens zwei identisch sein können, gebildet. Eine (theoretische)

kommt wie oft vor?	Bezeichnung	Anzahl absolut	Anzahl %	Summe %
1	Werkzeugplattform	1	3.85 %	7.7 %
1	Basisplattform	1	3.85 %	
6	Stütze Oberteil	6	23.08%	
6	Stütze Unterteil (Antrieb)	6	23.08%	92.3%
6	Gelenk an TP	6	23.08%	
6	Gelenk an BP	6	23.08%	
Summe		26	100%	100%
Summe Elemente, die mindestens 2 Mal vorkommen		24		92.3%

Tabelle 5.8: Übersicht über die Anzahl der Gleichteile bei der Hexapod-Kinematik. 'BP' steht für die Basisplattform, 'TP' für die Werkzeugplattform.

kommt wie oft vor?	Bezeichnung	Anzahl absolut	Anzahl %	Summe %
1	Werkzeugplattform	1	3.85 %	
1	Basisplattform	1	3.85 %	7.7 %
6	Stütze	6	23.08%	
6	Schlitten (Antrieb)	6	23.08%	46.16%
12	Gelenk an TP bzw. BP	12	46.16%	46.16%
Summe		26	100%	100%
Summe Elemente, die mindestens 2 Mal vorkommen		24		92.3%

Tabelle 5.9: Übersicht über die Anzahl der Gleichteile bei der Hexaglide-Kinematik. 'BP' steht für die Basisplattform, 'TP' für die Werkzeugplattform.

Kinematik, die ausschließlich aus identischen Teilen besteht würde mit 4 Punkten bewertet, eine, die ausschließlich aus unterschiedlichen Teilen besteht erhält einen Punkt. Die realen Kinematiken erhalten entsprechend des Prozentsatzes an Gleichteilen einen linear interpolierten Punktwert dazwischen. Die Bewertungsfunktion lautet entsprechend für den vorliegenden Fall:

$$k = 0.03x + 1 \quad (5.12)$$

mit

$x$  Prozentsatz der Elemente, die mehr als einmal vorkommen.

**5.2.8.1.1 Hexapod** Tabelle 5.8 gibt einen Überblick über die Anzahl der Gleichteile, die bei einer möglichen Konstruktion des Hexapoden vorkommen. Es fällt auf, dass über 90% der Teile 6-fach identisch sein können. Der Hexapod wird mit 3.8 Punkten bewertet.

**5.2.8.1.2 Hexaglide** Tabelle 5.9 gibt einen Überblick über die Anzahl der Gleichteile, die bei einer möglichen Umsetzung der Hexaglide-Konstruktion vorkommen. Auch hier können über 90% der Teile 6-fach gleich sein, wobei die Gelenke der Stützen an beiden Enden identisch sein können, da die freie Drehbarkeit der rotationssymmetrischen und sehr leichten Stütze anders als beim Hexapoden nicht blockiert werden muss. Die Hexaglide-Kinematik wird mit 3.8 Punkten bewertet.

**5.2.8.1.3 Epizaktor** Die Epizaktor-Kinematik besteht aus einer geringeren Anzahl kinematischer Elemente als die zwei verglichenen Parallelkinematiken, insgesamt besitzt sie jedoch mit etwa 80% weniger Gleichteile (Tab. 5.10). Die Kinematik erhält entsprechend der Bewertungsformel 3.5 Punkte.

Es zeigt sich, dass der Epizaktor eine geringere Anzahl von Gleichteilen besitzt und daher weniger modular aufgebaut werden kann. Tabelle 5.11 fasst die Ergebnisse der Untersuchung der Modularität zusammen.

## 5.2.9 Bewegte Massen

Geringe bewegte Massen sind besonders für hochdynamische Maschinen von großer Wichtigkeit im Hinblick auf die Motorauslegung. Ihre Größe bestimmt die statischen und dynamischen Kräfte in

kommt wie oft vor?	Bezeichnung	Anzahl absolut	Anzahl %	Summe %
1	Gehäuse	1	4.55%	
1	Verbindungselement	1	4.55%	
1	Gleichlaufgelenk mit Innengewinde	1	4.55%	
1	Gleichlaufgelenk mit Innenpolygon	1	4.55%	18.2%
2	Große Scheibe	2	9.09%	
2	Mittlere Scheibe	2	9.09%	
2	Kleine Scheibe	2	9.09%	
2	Zahnring zum Antrieb des Gelenkes	2	9.09%	36.36%
4	Der „Zahnring zum Antrieb der kleinen Scheibe“ ist identisch mit dem „Zahnring zum weiteren Antrieb des Gelenks“.	4	18.18%	18.18%
6	Der Der „Zahnring zum Antrieb der mittleren Scheibe“ ist identisch mit dem „Zahnring zum weiteren Antrieb der kleinen Scheibe“ sowie dem „Zahnring zum weiteren Antrieb des Gelenks“.	6	27.27%	27.27%
Summe		22	100%	100%
Summe Elemente, die mindestens 2 Mal vorkommen		18		81.8%

Tabelle 5.10: Übersicht über die Anzahl der Gleichteile bei der Epizaktor-Kinematik.

Kinematik	Modularität	Bewertung
Hexapod	92% aller Elemente kommen mehr als einmal vor.	3.8
Hexaglide	92% aller Elemente kommen mehr als einmal vor.	3.8
Epizaktor	82% aller Elemente kommen mehr als einmal vor.	3.5

Tabelle 5.11: Bewertung der Modularität bei den untersuchten Kinematiken.

allen Bauteilen, Gelenken und Antrieben und beeinflusst das Schwingungsverhalten der Maschine nachhaltig [3].

### 5.2.9.1 Vorgehensweise

Zum Vergleich der drei Kinematiken wird qualitativ die Masse der einzelnen kinematischen Elemente geschätzt, wobei unterschieden wird, ob es sich um ein bewegtes oder unbewegtes Element handelt. Unbewegte Elemente erhalten einen Punkt, bewegte Elemente erhalten zwei Punkte, bewegte Antriebe erhalten 4 Punkte. Die Kinematik mit den wenigsten Punkten erhält 4 Bewertungspunkte, die mit der größten Zahl an Punkten erhält 1 Bewertungspunkt. Dazwischen wird linear interpoliert.

### 5.2.9.2 Ergebnisse

Die Ergebnisse sind in den Tabellen 5.12, 5.13 und 5.14 aufgeführt und in Tabelle 5.15 zusammengefasst.

bewegte Elemente	Bezeichnung	Anzahl	Punkte	Summe
	Werkzeugplattform	1	2	2
	Gelenk an TP	6	2	12
	Stütze Oberteil	6	2	12
	Stütze Oberteil (Antrieb)	6	4	24
unbewegte Elemente	Basisplattform	1	1	1
	Gelenk an BP	6	1	6
Summen		26		57

Tabelle 5.12: Übersicht über die Anzahl der bewegten und unbewegten Elemente bei der Hexapod-Kinematik. 'BP' steht für die Basisplattform, 'TP' für die Werkzeugplattform.

bewegte Elemente	Bezeichnung	Anzahl	Punkte	Summe
	Werkzeugplattform	1	2	2
	Gelenk an TP	6	2	12
	Stütze	6	2	12
unbewegte Elemente	Schlitten (Antrieb)	6	1	6
	Basisplattform	1	1	1
	Gelenk an BP	6	1	6
Summen		26		39

Tabelle 5.13: Übersicht über die Anzahl der bewegten und unbewegten Elemente bei der Hexapod-Kinematik. 'BP' steht für die Basisplattform, 'TP' für die Werkzeugplattform.

bewegte Elemente	Bezeichnung	Anzahl	Punkte	Summe
	Verbindungselement	1	2	2
	Gleichlaufgelenk mit Innengewinde	1	2	2
	Gleichlaufgelenk mit Innenpolygon	1	2	2
	Große Scheibe	2	2	4
	Mittlere Scheibe	2	2	4
	Kleine Scheibe	2	2	4
	Zahnring zum Antrieb des Gelenkes (S3 → S4)	2	2	4
	Zahnring zum Antrieb der kleinen Scheibe (S2 → S3)	2	2	4
	Zahnring zum weiteren Antrieb des Gelenks (S2 → S3)	2	2	4
unbewegte Elemente	Zahnring zum Antrieb der mittleren Scheibe (S1 → S2) inkl. Antrieb	2	1	2
	Zahnring zum weiteren Antrieb der kleinen Scheibe (S1 → S2) inkl. Antrieb	2	1	2
	Zahnring zum weiteren Antrieb des Gelenks (S1 → S2) inkl. Antrieb	2	1	2
	Gehäuse inkl. Antrieb S1	1	1	1
Summen		22		37

Tabelle 5.14: Übersicht über die Anzahl der bewegten und unbewegten Elemente bei der Epizaktor-Kinematik. 'S' steht für Scheibe.

### 5.2.9.2.1 Hexaglide

**5.2.9.2.2 Epizaktor** Zur Umrechnung der Punkte in Bewertungspunkte gemäß der oben beschriebenen Vorgehensweise wird die folgende Beziehung verwendet:

$$k = -\frac{3}{20}x + 9.55 \quad (5.13)$$

mit

$x$  Summe der pro Bauteil vergebenen Punkte.

## 5.2.10 Ergebnisse und Diskussion

Die Untersuchung anhand der oben aufgeführten Kriterien ist in Tabelle 5.16 zusammengefasst. Hier werden die Bewertungspunkte mit den Gewichtungsfaktoren, die mit Hilfe des Rangfolge-

Kinematik	Bewertung der bewegten Massen	Bewertung
Hexapod	57 Bewertungspunkte	3.8
Hexaglide	39 Bewertungspunkte	3.8
Epizaktor	37 Bewertungspunkte	3.5

Tabelle 5.15: Bewertung der Anzahl der bewegten und unbewegten kinematischen Elemente bei den untersuchten Kinematiken.

verfahrens ermittelt wurden (Tab. 5.17, verrechnet. Der somit bestimmte technische Wert der untersuchten Kinematiken, der den Grad der Erfüllung der Bewertungskriterien angibt, liegt bei 55% für den Hexapoden, 61% für die Hexaglide-Kinematik und 84% für den Epizaktor.

Der Epizaktor der Variante 6-DOF-6 nonsingu erreicht mit etwa 84% den besten technischen Wert der drei verglichenen Kinematiken. Die mit 55% bzw. 61% technischem Wert unterschiedliche Bewertung der beiden reinen Parallelkinematiken rührt von den größeren bewegten Massen des Hexapoden im Vergleich zum Hexaglide her. Die Parallelkinematiken sind sich ansonsten in ihrem Aufbau und ihrem Verhalten sehr ähnlich. Der Epizaktor schneidet besser ab, weil er ein mit Faktor drei besseres Arbeitsraum-Bauraum-Verhältnis besitzt und weil die Anzahl der kinematischen Elemente selbst in der ungünstigeren nonsingu-Variante geringer ist, als bei den verglichenen Parallelkinematiken. Die vornehmliche Verwendung von rotatorischen Antrieben ist ebenfalls vorteilhaft. Nicht zuletzt ist der Anteil an bewegten Massen bei der Epizaktor-Kinematik durch die ortsfesten (schweren) Antriebe geringer als bei den verglichenen Parallelkinematiken. Nachteilig ist die geringere Modularität des Aufbaus, der aus weniger Gleiteilen besteht. Das wichtige Kriterium des Gelenkspiels- und Spiel-Einflusses führt bei allen drei untersuchten Kinematiken zu ähnlichen Bewertungen. Der Berechnungsaufwand ist unter den drei verglichenen Kinematiken deutlich unterschiedlich, jedoch fließt seine Bewertung nur sehr schwach in das Ergebnis ein.

Die Gewichtungsfaktoren wurden mit Hilfe des Rangfolgeverfahrens bestimmt. Hierbei werden die einzelnen Faktoren gegeneinander verglichen und daraus ein Prozentsatz ermittelt. Dies führt zu einer objektiven Bestimmung der Gewichtungsfaktoren.

Der Unterschied im Ergebnis des Bewertungsverfahrens ist deutlich genug, um davon ausgehen zu können, dass es nicht von einzelnen wenigen Bewertungskriterien abhängig ist sondern die Gesamtheit des Bewertungsverfahrens zu diesem Ergebnis führte.

## 5.3 Vergleich entsprechend der Anforderungen der handgehaltenen Robotik

Anhand der in Abschnitt 3 aufgestellten Anforderungen sollen die drei auf den genannten Kinematiken basierenden Maschinen verglichen werden. Dabei wird untersucht, ob und besonders in welcher Weise die entsprechenden Spezifikationen erfüllt werden können.

Als Untersuchungsmaterial stehen ein funktionsfähiger Prototyp eines handgehaltenen Roboters auf Basis des Hexapoden [113, 114, 168, 169] (Abb. 5.10), eine fertig gestellte Konstruktion des Hexaglide-Aufbaus (*Merlet-Plattform*) als handgehaltener Roboter [49, 86, 87] (Abb. 5.11) sowie eine ausgeführte und im Bau befindliche Maschine basierend auf der Epizaktor-Kinematik (Abb. 5.12) zur Verfügung. Neben den praktischen Erfahrungen mit dem Hexapoden existieren für alle drei Aufbauten Modelle des dynamischen Verhaltens, sodass eine Abschätzung bzw. Berechnung einer Reihe von Größen möglich ist. Die Berechnungen und Simulationen erfolgen mit MATLAB. Tabelle 5.18 gibt einen Überblick über den Entwicklungsstand der drei untersuchten Maschinen.

Die Bewertung des Erfüllungsgrades der einzelnen in Abschnitt 3 erarbeiteten Spezifikation wird verbal erörtert und mit einer einfachen Präferenzmatrix [143] bewertet. Für die Bewertung gelten die Bezeichnungen: '+', wenn die Spezifikation in jedem Fall erfüllt wird, 'o', wenn die Spezifikation in etwa erfüllt wird und '-', wenn die Spezifikation von der betrachteten Maschine nicht erfüllt werden kann. In einem Netzdiagramm (Abb. 5.13) werden die Ergebnisse grafisch dargestellt.

### 5.3.1 Räumliche Beweglichkeit

#### 5.3.1.1 Spezifikation

Das Bearbeitungswerkzeug muss gegenüber dem handgehaltenen Teil der Maschine aktiv in sechs Freiheitsgraden bewegt werden können.

#### 5.3.1.2 Vorgehensweise

Zur vergleichenden Untersuchung werden die Kinematiken mit Hilfe der Grübler-Formel [44] untersucht. Dazu wird die Anzahl und Funktionalität der Gelenke sowie die Anzahl der kinematischen

Kinematisches Prinzip / Aufbau	Arbeitsraum-Bauraum-Verhältnis					Anzahl kinematischer Elemente	Berechnungsaufwand			mech. Steifigkeit	Gelenk- konfiguration und -spiel	Antriebe	Singularitäten	Modularität	bewegte Massen	Summe technischer Wert
	BR [cm <sup>3</sup> ]	AR gef. [cm <sup>3</sup> ]	AR- BR- V	AR eff. [cm <sup>3</sup> ]	AR- BR- V	Form des AR	inverse Kinematik	Vorwärts- kinematik	Summe							
Gewichtung			0,22													1
Hexapod: sechs längenvariable Stützen zwischen zwei Ebenen Plattformen. Verhältnis der Längenänderung: 2-zu-1, 100mm	3941	64	1:73	259	1:15	schimmig	60 Add, 108 Mult, 174 Trig, 24 Pot	4320 Add, 2480 Mult, 6960 Trig, 960 Pot	15006	hohe Steifigkeit, konstant über den Arbeitsraum	sechs parallele kinematische Ketten mit je drei Gelenken: 7.3	sechs lineare Antriebe	Singularitäten haben keinen Einfluss	92,3% aller Teile kommen zu zweit oder mehrmals vor	bewegte Linear-motoren: groß; ungünstiges Leistungsverhältnis	
Bewertungspunkte	2					1	1			4	2	2	3	3.8	1	55.10%
Hexagide: Sechslängenkonstante Stützen, an der Basisplattform in z-Richtung 95mm axial verschieblich	4247	64	1:66	110	1:38	„3er-Kleeblatt-Prisma“	60 Add, 108 Mult, 174 Trig, 24 Pot	620 Add, 1080 Mult, 1740 Trig, 240 Pot	4046	hohe Steifigkeit, veränderlich über den Arbeitsraum	sechs parallele kinematische Ketten mit je drei Gelenken: 7.3	sechs lineare Antriebe	Singularitäten haben keinen Einfluss	92,3% aller Teile kommen zu zweit oder mehrmals vor	festen Antriebe: mittel ungünstiges Leistungsverhältnis	
Bewertungspunkte	2					1	3.27			3	2	2	3	3.8	3.7	60.91%
Epizyklor: 6-DOF-6-nonsingular Variante	1445	64	1:23	165	1:9	kegelförmig	106 Add, 135 Mult, 132 Trig, 36 Pot	22 Add, 19 Mult, 14 Trig, 4 Pot	732	hohe Steifigkeit, Kraftleitung senkrecht zu einem Scheiben-system.	zwei parallel kinematische Ketten mit je fünf Gelenken: 7.1	fünf rotatorische Antriebe, ein linearer Antrieb	Singularitäten haben keinen Einfluss	81,8% aller Teile kommen zu zweit oder mehrmals vor	gering, da Antriebe fest und Rotationsantriebe	
Bewertungspunkte	4					4	4			3	2	3.67	3	3.5	4	84.09%

Tabelle 5.16: Die Tabelle fasst die Untersuchungsergebnisse zusammen. Die Bewertungsfaktoren stammen aus Tab. 5.17. 'AR' steht für Arbeitsraum, 'BR' für Bauraum.

Bewertungskriterien	AR/BR-Verhältnis	Anzahl kin. Elemente	Berechnungsaufwand	Steifigkeit	Einfluss Gelenkspiel	Antriebe	Singularitäten	Modularität	bewegte Massen	Anzahl der '+'	Rangfolge	Gewichtungsfaktor	Gewichtungsfaktor modifiziert
AR/BR-Verhältnis	X	+	+	+	+	+	+	+	+	8	1	22.22%	22%
Anzahl kin. Elemente	-	X	+	-	-	+	-	+	+	4	3	11.11%	11%
Berechnungsaufwand	-	-	X	-	-	-	-	-	-	0	5	0.00%	2%
Steifigkeit	-	+	+	X	-	+	+	-	-	4	3	11.11%	11%
Einfluss Gelenkspiel	-	+	+	+	X	+	+	+	+	7	2	19.44%	19%
Antriebe	-	-	+	-	-	X	+	+	-	3	4	8.33%	8%
Singularitäten	-	+	+	-	-	-	X	+	-	3	4	8.33%	8%
Modularität	-	-	+	+	-	-	-	X	+	3	4	8.33%	8%
bewegte Massen	-	-	+	+	-	+	+	-	X	4	3	11.11%	11%
Anzahl der '-' (Probe)	8	4	0	4	7	3	3	3	4	36		100.00%	100%

Tabelle 5.17: Rangfolgeverfahren, das auf den Vergleich der Epizaktor-Kinematiken angewandt wurde. Der Vergleich der Kriterien untereinander erfolgt zeilenweise. Dabei steht '+' für *Zeileneintrag wichtiger als Spalteneintrag*, '-' für *Zeileneintrag unwichtiger als Spalteneintrag* und 'o' steht für *gleich wichtig*. Die Modifizierung der Gewichtungsfaktoren verhindert ein Wegfallen einzelner Kriterien. Dazu werden die exakten Gewichtungsfaktoren abgerundet und die Summe der Abrundungen zu dem „unwichtigsten“ Kriterium geschlagen.

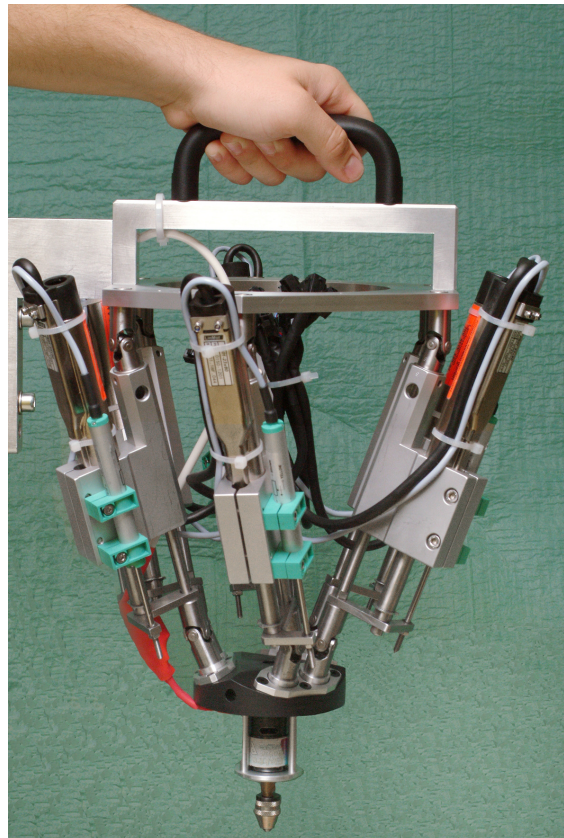


Abbildung 5.10: Hexapod (ITD v0.11) aus dem Entwicklungsprojekt „ITD – ein handgehaltener Roboter zur Bearbeitung von Knochen“ (AZ SCHA 952/1-1, MA 1150/39-1)



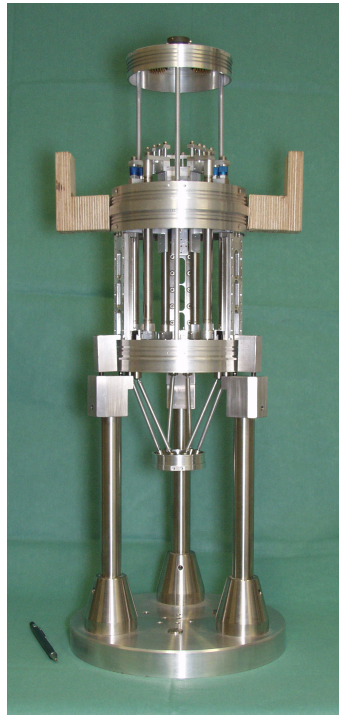


Abbildung 5.11: Hexaglide (ITD v0.2) aus dem ITD-Projekt. Das Gehäuse wurde für die Aufnahme entfernt. Das Projekt wird derzeit mit Mitteln der AiF weitergeführt (FK: KF 0421201MB6)

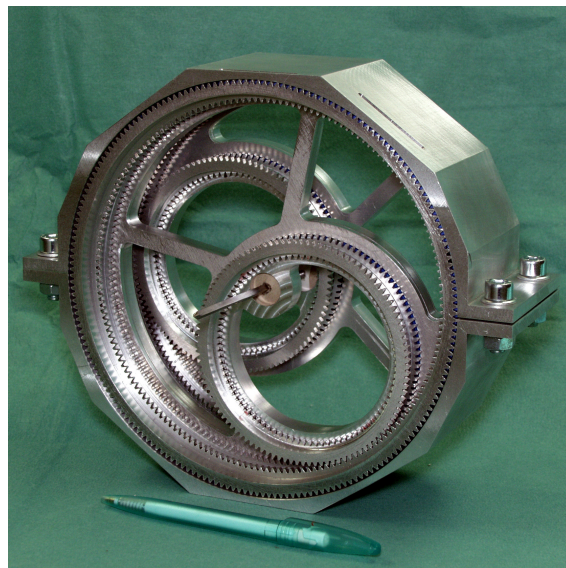


Abbildung 5.12: Epizaktor in der 6-DOF-6-Variante (mit Singularität). Die Maschine wurde im Rahmen des Projekts „Entwicklung eines epizyklischen Getriebes mit sechs Freiheitsgraden für Manipulatoren für den medizinischen Einsatz“ entwickelt, das im Rahmen des Forschungsprogramms „Innovative Projekte / Kooperationsprojekte“ der Fachhochschulen Baden-Württembergs durchgeführt wurde. Der Bau einer singularitätskompensierten Variante war aus Kostengründen leider nicht möglich.

Entwicklungsschritt	Hexapod	Hexaglide	Epizaktor 6-DOF-6 nonsingu
Idee	Idee zu dieser Parallelkinematik zu erst von Gough 1962 [42] und Stewart 1965 [148] beschrieben.	Idee zuerst von Merlet 1988 in einer Patentmeldung [88] und folgenden Publikationen [87, 89, 90] beschrieben.	Idee zuerst von Pott beschrieben [109].
Lösung des inversen kinematischen Problems	Lösung auf der Basis geometrischer Zusammenhänge möglich. Siehe beispielhaft [29].	Lösung auf der Basis geometrischer Zusammenhänge möglich. Siehe beispielhaft [49].	Lösung auf der Basis geometrischer Zusammenhänge möglich. Siehe Abschnitt 4.6.
Lösung der Vorwärtskinematik	Iteratives Newton-Verfahren nötig. Numerische Lösung.	Iteratives Newton-Verfahren nötig. Numerische Lösung.	Lösung auf der Basis geometrischer Zusammenhänge und analytisch möglich. Siehe Abschnitt 4.6.
Beschreibung eines inversen dynamischen Modells	Der Literatur zu entnehmen. Siehe beispielhaft Dasgupta [29], Khalil [68] und Riebe [123].	Der Literatur zu entnehmen. Siehe beispielhaft Wagner [167].	Mit Hilfe der bei Craig [27] beschriebenen iterativen Newton-Euler-Methode. Umsetzung siehe Abschnitt 4.8.
Konstruktion im Rahmen des ITD-Projekts	Vorhanden	Vorhanden	Vorhanden
Gebaute Maschine	Vorhanden, siehe Abb. 5.10	Vorhanden, siehe Abb. 5.11	Maschine (ohne Singularitätsvermeidung) im Bau, kurz vor der Fertigstellung, siehe Abb. 5.12
in Betrieb genommene Maschine	ja	nein	nein
Überarbeitete Maschine	ja (v.01 wurde 2003 in v0.11 umgebaut)	nein	nein
Optimierte Maschine	nein	nein	nein

Tabelle 5.18: Überblick über den Entwicklungsstand der untersuchten Maschinen. Einzig der Hexapod liegt als vollständig ausgeführte und getestete Maschine vor. Der Hexaglide-Aufbau wird zum aktuellen Zeitpunkt montiert und soll in Kürze in Betrieb genommen werden. Der Epizaktor befindet sich ebenfalls im Bau, benötigt jedoch noch Zeit zur Fertigstellung.

Elemente ermittelt. Zur Überprüfung der Berechnungsergebnisse wird eine Literaturrecherche herangezogen.

$$f = T(l - n - 1) + \sum_{i=1}^n d_i \quad (5.14)$$

mit

$T$	Typ des Getriebes, 6 für räumliche Getriebe, 3 für sphärische oder ebene Getriebe
$l$	Anzahl der Körper, inkl. der Basiskörper
$n$	Anzahl der Gelenke
$d$	Anzahl der Freiheitsgrade pro Gelenk $i$
$f$	Anzahl der Freiheitsgrade des Mechanismus

### 5.3.1.3 Ergebnisse

**5.3.1.3.1 Hexapod** Der Hexapod besitzt eine Basis- sowie eine Werkzeugplattform und sechs Stützen. Die Stützen bestehen aus zwei mit einem (aktuierten) prismatischen Gelenk (Tabelle 4.1, Typ C, 1 DOF) verbundenen Elementen, im ganzen somit 14 Körper. Die Stützen sind an der Basis mit Kardangelenken (Tabelle 4.1, Typ E, 2 DOF) und an der Werkzeugplattform mit Kugelgelenken (Tabelle 4.1, Typ F, 3 DOF) angelenkt. Die Gesamtzahl der Gelenke beträgt 18, die Summe aller Gelenkfreiheitsgrade ist 36. In die Grübler-Formel eingesetzt ergibt dies

$$f = T(l - n - 1) + \sum_{i=1}^n d_i = 6(14 - 18 - 1) + 36 = 6 \quad (5.15)$$

Der Hexapod besitzt somit 6 DOF.

**5.3.1.3.2 Hexaglide** Der Hexaglide besitzt eine Basis- und eine Werkzeugplattform, sechs Schlitten sowie sechs Stützen, somit 14 Körper. Die Schlitten stellen prismatische Gelenke (Tabelle 4.1, Typ C, 1 DOF) dar. Die Stützen sind an den Schlitten mit Kardangelenken (Tabelle 4.1, Typ E, 2 DOF) und an der Werkzeugplattform mit Kugelgelenken (Tabelle 4.1, Typ F, 3 DOF) angelenkt. Es existieren somit 18 Gelenke. Die Summe aller Gelenkfreiheitsgrade ist 36. In die Grübler-Formel eingesetzt ergibt dies

$$f = T(l - n - 1) + \sum_{i=1}^n d_i = 6(14 - 18 - 1) + 36 = 6 \quad (5.16)$$

Der Hexaglide besitzt somit 6 DOF.

**5.3.1.3.3 Epizaktor** Der Epizaktor besitzt zwei Scheibensysteme, die jeweils ein Gelenk mit 3 DOF darstellen, eine Basis sowie ein Verbindungselement. Die Gesamtzahl der Körper ist somit 4. Eines der Scheibensysteme trägt ein Gelenk, das eine Drehbewegung auf das Verbindungselement übertragen kann (Tabelle 4.1, Typ H, 3 DOF). Das andere Scheibensystem trägt ein Gelenk, das für die Verschiebung des Verbindungselementes sorgt (Tabelle 4.1, Typ I, 3 DOF). Die Anzahl der Gelenke beträgt 4 und die Summe der Gelenkfreiheitsgrade ist 10. In die Grübler-Formel eingesetzt ergibt dies

$$f = T(l - n - 1) + \sum_{i=1}^n d_i = 6(4 - 4 - 1) + 12 = 6 \quad (5.17)$$

Der Epizaktor besitzt somit 6 DOF.

#### 5.3.1.4 Synopsis

Die Berechnung der Freiheitsgrade mit Hilfe der Grübler-Formel [44] erbrachte, dass alle drei untersuchten Maschinen 6-DOF-Funktionalität besitzen. Ein Vergleich mit der Literatur bestätigt dies für den Hexapoden [42, 148] und den Hexaglide [49, 86, 87]. In Abschnitt 4.3.8 wurde die Untersuchung für alle dort beschriebenen Epizaktor-Kinematiken durchgeführt.

Die Grüblerformel eignet sich als schnelle Methode zur Überprüfung der Freiheitsgrade eines Mechanismus, macht jedoch keine Aussage über das Vorkommen und die Lage von Singularitäten, die eine Einschränkung der Freiheitsgrade [48] zur Folge haben. Diese wurden in Abschnitt 5.2.7 jedoch bereits untersucht.

### 5.3.2 Eigenschaften des Arbeitsraumes

#### 5.3.2.1 Spezifikation

In Abschnitt 3.5.2 wurde gezeigt, dass der geforderte Arbeitsraum des handgehaltenen Roboters, d.h. der Raum, in dem das Werkzeug unter Einhaltung der spezifizierten Verdrehung von  $\pm 20^\circ$  bewegt werden können muss, durch einen Zylinder mit 55mm Durchmesser und 43mm Höhe, bzw. durch einen Würfel mit 40mm Kantenlänge beschrieben werden kann. Mit der Repräsentation des Arbeitsraumes durch den Würfel wurden die kinematischen Simulationen durchgeführt.

#### 5.3.2.2 Vorgehensweise

Mit Hilfe geometrischer Überlegungen (Länge der Linearantriebe, Gelenkwinkel) wurde die Inverskinematik der drei untersuchten Aufbauten in MATLAB programmiert und simuliert. Zum Testen der Kinematiken und zur Optimierung des Bauraumes wurde eine Testtrajektorie simuliert, die die acht Eckpunkte des Arbeitsraum-Würfels auf die Einhaltung der Verdrehungs-Spezifikation hin testete. Schlussendlich wurde geprüft, ob der geforderte Arbeitsraum vollständig in der Wolke des effektiven Arbeitsraumes liegt. Das Simulationsergebnis wird als Arbeitsraumwolke (effektiver Arbeitsraum, rote Punkte) mit einbeschriebenem geforderten Arbeitsraum (Zylinder, schwarz) grafisch dargestellt.

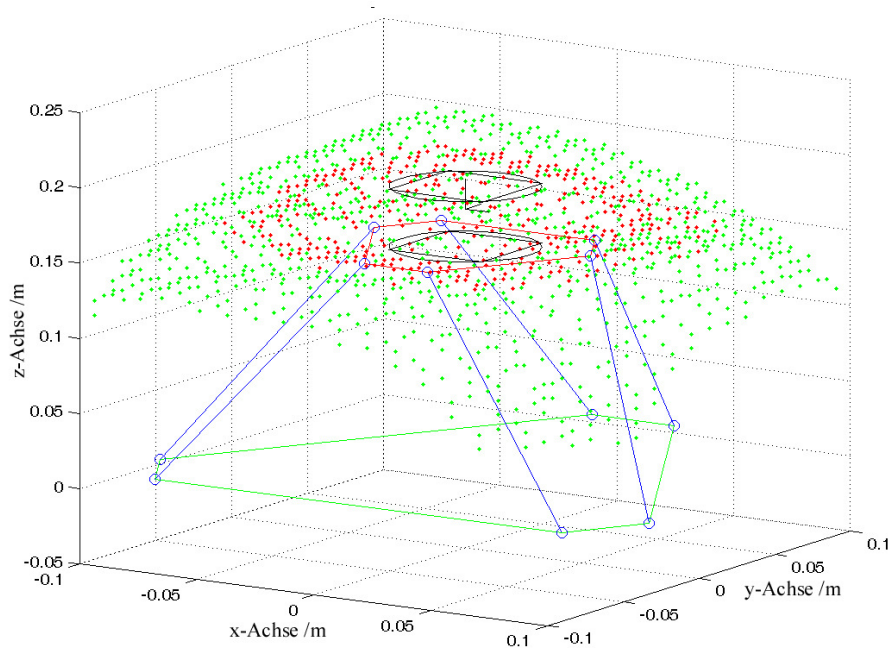


Abbildung 5.13: Arbeitsraum der realisierten Hexapod-Kinematik. Die grünen Punkte definieren den kartesischen Arbeitsraum, die roten Punkte den effektiven Arbeitsraum. In schwarz der geforderte Arbeitsraum.

### 5.3.2.3 Ergebnisse

Die Abbildungen 5.13 bis 5.15 zeigen die Simulationsergebnisse. Alle drei Maschinen sind in der Lage, den spezifizierten Arbeitsraum zu realisieren. Die Darstellung erfolgt als Punktwolken, die die jeweils äußersten Rasterpunkte der Arbeitsräume darstellen. In grün die Punkte des kartesischen Arbeitsraumes und in rot die des effektiven Arbeitsraumes. Dieser umschließt den geforderten (spezifizierten) Arbeitsraum.

**5.3.2.3.1 Hexapod** Der kartesische Arbeitsraum des Hexapod gleicht einem aufgespannten Schirm und ist in der  $x$ - und  $y$ -Dimension relativ groß, jedoch in  $z$ -Richtung flach. Die „Unterseite“ des Arbeitsraumes ist konkav. Der effektive Arbeitsraum, also der Raum, der alle Punkte enthält, an denen der TCP die Rotationsspezifikation von  $\pm 20^\circ$  erfüllt ist ebenfalls schirmförmig nur von geringeren Ausmaßen. Die konkave Unterseite erschwert das Platzieren des geforderten Arbeitsraumes in den effektiven Arbeitsraum (Abb. 5.13).

**5.3.2.3.2 Hexaglide** Der kartesische Arbeitsraum des Hexaglide gleicht im Querschnitt einem dreiblättrigen Kleeblatt und besitzt in  $z$ -Richtung eine flache Unter- sowie eine konvexe Oberseite. Der effektive Arbeitsraum ist ähnlich geformt nur kleiner (Abb. 5.14).

**5.3.2.3.3 Epizaktor** Der kartesische Arbeitsraum des Epizaktors ist ein Zylinder, der effektive Arbeitsraum ist ein in  $z$ -Richtung deutender Kegelstumpf. Die Höhe des effektiven Arbeitsraumes entspricht der des geforderten (Abb. 5.15).

### 5.3.2.4 Synopsis

Die gewählte Vorgehensweise zur Ermittlung des günstigsten Arbeitsraum-Bauraum-Verhältnisses mit Hilfe einer MATLAB-Simulation (Abschnitt 4.7.3.1) kann verwendet werden, um zu zeigen, dass der geforderte Arbeitsraum realisierbar ist. Alle drei untersuchten Maschinen erfüllen die Spezifikation. Zu beachten ist jedoch, dass sich die Simulationsergebnisse des Hexapoden auf einen Aufbau mit einem Stützenverlängerungsverhältnis von 1:2 beziehen. Dies ist bei der realisierten Maschine aus dem ITD-Projekt nicht gegeben, könnte aber ohne großen Aufwand nachgerüstet werden.

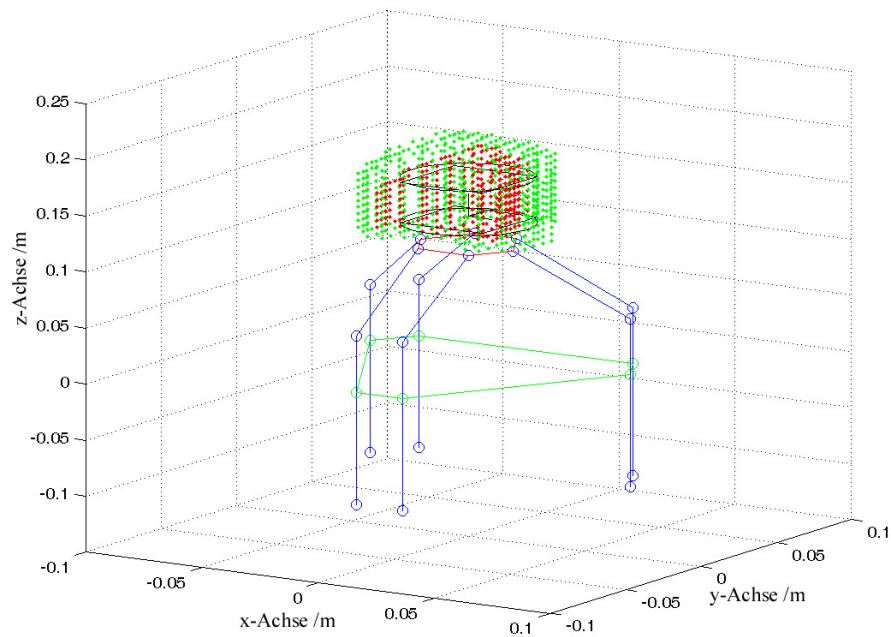


Abbildung 5.14: Arbeitsraum der Konstruktion des Hexaglide. Die grünen Punkte definieren den kartesischen Arbeitsraum, die roten Punkte den effektiven Arbeitsraum. In schwarz der geforderte Arbeitsraum.

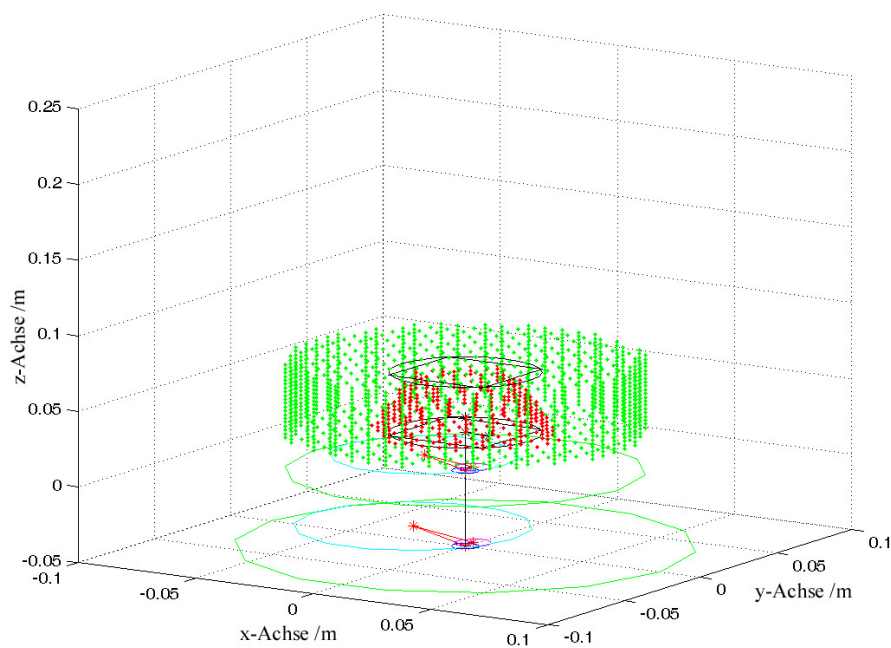


Abbildung 5.15: Arbeitsraum der Konstruktion des Epizaktors. Die grünen Punkte definieren den kartesischen Arbeitsraum, die roten Punkte den effektiven Arbeitsraum.

Die Vereinfachung des spezifizierten Zylinders zu einem Würfel hat ihre Gründe in der somit stark vereinfachten und beschleunigten Berechnung des inversen kinematischen Problems für die Arbeitsraum-Punkte. Von einer nennenswerten Verfälschung des Vergleichsergebnisses muss nicht ausgegangen werden, da die untersuchten Punkte an exponierten Stellen auf der Oberfläche des ursprünglich spezifizierten Arbeitsraum-Zylinders liegen. Dazu kommt, dass der effektive Arbeitsraum der untersuchten Maschinen eine i. A. konvexe Außenfläche hat, deren Krümmungsradius meist größer ist, als der des Zylinders. Daher kommen auch Punkte auf dessen Außenfläche noch innerhalb des effektiven Arbeitsraumes zu liegen, die außerhalb des untersuchten Würfels liegen.

### 5.3.3 Geschwindigkeit und Beschleunigung

#### 5.3.3.1 Spezifikation

In Abschnitt 3.5.3 wurde gezeigt, dass zur Erfüllung der geforderten Gesamtfunktion an jeder Stelle im Arbeitsraum sowie in jeder Raumrichtung eine Geschwindigkeit von  $0.2m/s$  sowie eine Beschleunigung von  $6m/s^2$  erreicht werden muss, während eine statische Belastung von  $20N$  und  $1Nm$  wirkt.

#### 5.3.3.2 Vorgehensweise

Folgende Fragen sind für einen Vergleich der drei Maschinen hinsichtlich ihrer dynamischen Eigenschaften von Interesse:

- Die Größe der maximalen und durchschnittlichen Antriebsmomente bzw. -kräfte soll bestimmt werden.
- Die Größe der maximal benötigten und durchschnittlichen Motorleistungen im Betrieb soll errechnet werden.
- Die Größe des theoretisch benötigten Motorgewichts bei gegebenen spezifischen Motorgewichten soll berechnet werden.

Untersucht werden mathematische Modelle der inversen Dynamik die der Literatur entnommen wurden. Für den Hexapoden wurden Arbeiten von Dasgupta [29], Khalil [68] und Riebe [123] verwendet. Für die Hexaglide-Kinematik die von Wagner [167] beschriebene Methode. Das inverse dynamische Modell des Epizaktors ist in Abschnitt 4.5 beschrieben. Die Maschinenparameter (Massen der Bauteile, Lage der Schwerpunkte, Trägheitstensoren) wurden den CAD-Modellen der drei Maschinen entnommen, die für das ITD-Projekt entwickelt wurden. Die drei Modelle wurden in MATLAB programmiert und in einer ebenfalls mit MATLAB erstellten Testumgebung untersucht. Basierend auf den Spezifikationen des handgehaltenen Roboters (Abschnitt 3.5.3) wurde im geforderten Arbeitsraum der Maschinen ein Punktraster erstellt. Getestet wurden 600 Punkte in einem Zylinder von  $55mm$  Durchmesser und  $43mm$  Höhe.

An jedem dieser Punkte wird die Modellrechnung mit den spezifizierten Belastungen durchgeführt. Diese sind:

- Beschleunigung:  $6m/s^2$
- Geschwindigkeit:  $0.2m/s$
- externe Belastung:  $F_{ext} = 20N$ ,  $M_{ext} = 1.0Nm$

Die Richtung der Beschleunigungs-, Geschwindigkeits-, und Kraftvektoren wurde jeweils gleichzeitig in die gleiche Richtung gewählt, um eine *worst-case*-Betrachtung durchzuführen und Simulationsaufwand zu sparen. Die Richtung der belastenden Kraft, Beschleunigung und Geschwindigkeit wurde an jedem Rasterpunkt einmal entlang der positiven und einmal negativen Koordinatenachsen des Basiskoordinatensystems gewählt. Der Drehmomentvektor deutete stets in  $z$ -Richtung. Somit wurden an jedem Rasterpunkt sechs Modellrechnungen durchgeführt. Es wurde viskose Reibung mit einem geschwindigkeitsproportionalen Faktor von 5 (mittlerer Wert aus den Diagrammen der für die Auslegung von Gleitlagern [85]) und trockene Reibung mit einem Reibbeiwert von 0.18 (Stahl auf Stahl, leicht geölt [84]) angenommen.

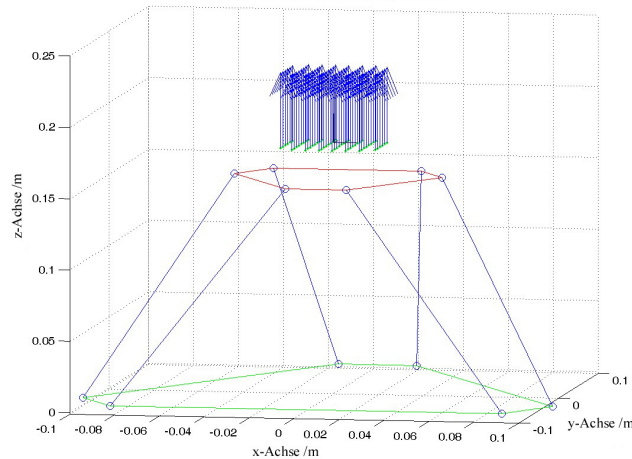


Abbildung 5.16: Simulationsergebnisse des Hexapoden. Die Pfeile symbolisieren die für die Bewegung nötigen Antriebskräfte der Maschine. Es ist jedoch nur eine Scheibe in der Mitte des untersuchten Arbeitsraums abgebildet, um die Lesbarkeit der Abbildung zu vereinfachen. Es werden an den in grün dargestellten Punkten im Arbeitsraum gemäß der oben beschriebenen Vorgehensweise Bewegungen simuliert. Die Beträge der Maximalwerte der Antriebe werden addiert und durch einen Pfeil dargestellt.

Zur Auswertung wurde in jedem Rasterpunkt  $k$  für jeden der sechs Durchgänge  $j$  für jeden Antrieb  $i$  die für die Bewegung nötige Kraft  $|F_{kji}|$  bestimmt. Daraus wurde die maximale Kraft  $|F_{max}|$ , die bei allen untersuchten Rasterpunkten und Belastungsrichtungen auftrat, ermittelt.

Für jeden der Rasterpunkte  $k$  wurde die Summe der Beträge der maximalen Antriebskräfte aller sechs Antriebe

$$F_{Wk} = \sum_{j=1}^6 \max(|F_{kji}|) \quad (5.18)$$

bestimmt und gespeichert.

Zur Illustration wurde an jedem Rasterpunkt ein Pfeil, dessen Länge proportional zur Kraft  $F_{Wk}$  ist, gezeichnet.

Neben der Bestimmung der Kraft wurde an jedem Rasterpunkt für jeden Durchgang mit Hilfe der Geschwindigkeit der einzelnen Antriebe  $\dot{q}_{kji}$  und der Kraft  $F_{kji}$  die nötige mechanische Leistung  $P_{kji}$  berechnet. Letztendlich wurde die maximale Leistung je Antrieb über alle Rasterpunkte und alle Durchgänge berechnet. Bei den (spiegel-)symmetrisch aufgebauten Parallelkinematiken ist davon auszugehen, dass die für einen einzelnen Antrieb berechnete Spitzenkraft bzw. -leistung für jeden Antrieb anzusetzen ist. Beim Epizaktor, der nicht über eine solche Symmetrie verfügt, muss jeder der  $2 \times 4$  Antriebe individuell betrachtet werden.

### 5.3.3.3 Ergebnisse

#### a) Antriebskräfte- und Momente, Antriebsleistungen

##### 5.3.3.3.1 Hexapod Abb. 5.16 stellt die Simulationsergebnisse grafisch dar.

Die Summe der Absolutbeträge der Antriebskräfte ist über den Arbeitsraum im Wesentlichen konstant. Die maximale absolute Kraftanforderung ergibt sich an der Arbeitsraumposition  $[-0.015, -0.021, 0.197]$  zu  $|F_{max}| = 55.7N$ , während die Durchschnittskraft über alle sechs Motoren  $38.1N$  beträgt. Der maximale absolute Leistungsbedarf beträgt  $0.9W$  an der Arbeitsraumposition  $[0.021, -0.015, 0.154]$ . Die Durchschnittsleistung über alle sechs Motoren beträgt  $0.51W$ .

##### 5.3.3.3.2 Hexaglide Abb. 5.17 zeigt die Simulationsergebnisse für die Hexaglide-Kinematik.

Die Summe der Absolutbeträge der Antriebskräfte ist über den Arbeitsraum nahezu konstant, in der Mitte jedoch etwas größer als am Rand. Die maximale absolute Kraftanforderung beträgt

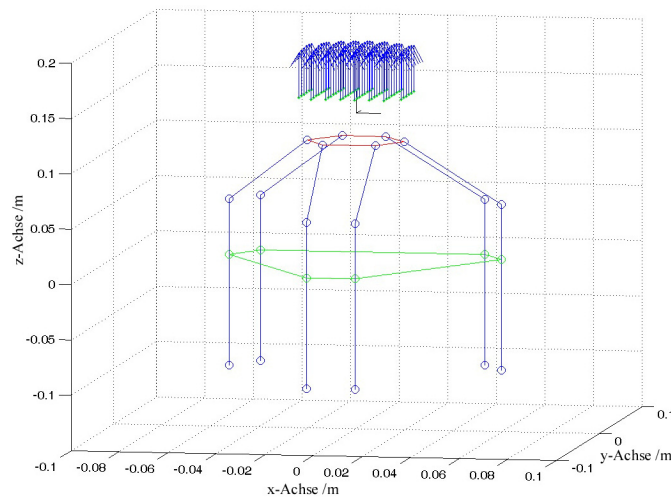


Abbildung 5.17: Simulationsergebnisse der auf der Hexaglide-Kinematik basierenden Maschine. Die Pfeile symbolisieren die für die Bewegung nötigen Antriebskräfte der Maschine. Dazu werden an den in grün dargestellten Punkten im Arbeitsraum gemäß der oben beschriebenen Vorgehensweise Bewegungen simuliert. Die Beträge der Maximalwerte der Antriebe werden addiert und durch einen Pfeil dargestellt.

$|F_{\max}| = 44.4N$  an der Arbeitsraumposition  $[0.009, -0.003, 0.129]$ , die Durchschnittskraft über alle sechs Motoren beträgt  $22.1N$ . Der maximale absolute Leistungsbedarf der Motoren beträgt  $2.1W$  an der Arbeitsraumposition  $[0.021, 0.015, 0.129]$ . Die durchschnittliche Leistung über alle sechs Motoren beträgt  $1.51W$ .

**5.3.3.3.3 Epizaktor** Abb. 5.18 zeigt die Simulationsergebnisse für den Epizaktor. Die Summe der Absolutbeträge der Antriebsmomente ist über den Arbeitsraum im Wesentlichen konstant. Da jedoch der Aufbau der Maschine nicht symmetrisch ist, muss jeder Antrieb gesondert betrachtet werden.

Die maximale absolute Momentanforderung für jeden der acht Antriebe (in  $Nm$ ) beträgt:

Antrieb 1.1	Antrieb 1.2	Antrieb 1.3	Antrieb 1.4	Antrieb 2.1	Antrieb 2.2	Antrieb 2.3	Antrieb 2.4
1.33	1.53	0.94	0.80	0.95	1.52	0.26	0.02

Die Momentanforderung tritt in dieser Form nicht an einer Pose im Arbeitsraum auf sondern setzt sich aus den Maximalwerten, die über alle Simulationen errechnet wurden zusammen. Durchschnittsmoment (in  $Nm$ ) für jeden der acht Motoren beträgt:

Antrieb 1.1	Antrieb 1.2	Antrieb 1.3	Antrieb 1.4	Antrieb 2.1	Antrieb 2.2	Antrieb 2.3	Antrieb 2.4
0.99	1.19	0.87	0.80	0.33	1.04	0.19	0.02

Der maximale Leistungsbedarf (in  $W$ ) für jeden Motor beträgt:

Antrieb 1.1	Antrieb 1.2	Antrieb 1.3	Antrieb 1.4	Antrieb 2.1	Antrieb 2.2	Antrieb 2.3	Antrieb 2.4
33.83	27.91	0	26.82	18.16	21.38	0	7.87

Die Leistungsanforderung tritt in dieser Form nicht an einer Pose im Arbeitsraum auf sondern setzt sich aus den Maximalwerten, die über alle Simulationen errechnet wurden zusammen. Zu beachten ist, dass das dynamische Modell keine kinematische Berechnung der Singularitätsvermeidung involviert, da diese auf Regler-Ebene realisiert wird. Das verwendete kinematische Modell kann jedoch für Antrieb 1.3 bzw. 2.3 keine Winkelgeschwindigkeit berechnen, sodass die Leistungsberechnung für diesen Antrieb keinen Wert ausgeben kann. Für die weiteren Untersuchungen wurde daher für die entsprechenden Antriebe mit den werten der Antriebe 1.2 bzw. 2.2 weiter gearbeitet.

Durchschnittsleistung (in  $W$ ) für jeden der acht Motoren beträgt:



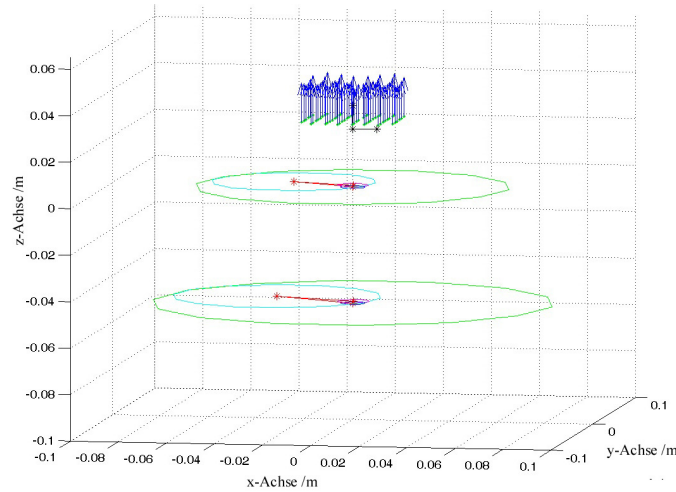


Abbildung 5.18: Simulationsergebnisse des Epizaktors. Die Pfeile symbolisieren die für die Bewegung nötigen Antriebsmomente der Maschine. Dazu werden an den in grün dargestellten Punkten im Arbeitsraum gemäß der oben beschriebenen Vorgehensweise Bewegungen simuliert. Die Beträge der Maximalwerte der Antriebe werden addiert und durch einen Pfeil dargestellt. Es sind der besseren Übersichtlichkeit wegen nur die Punkte einer Scheibe in der Mitte des Arbeitsraumes dargestellt. Hier wird deutlich, dass in dieser Scheibe die Kräfte in den äußeren Bereichen geringfügig größer als in der Mitte sind.

Antrieb 1.1	Antrieb 1.2	Antrieb 1.3	Antrieb 1.4	Antrieb 2.1	Antrieb 2.2	Antrieb 2.3	Antrieb 2.4
16.10	20.17	0	22.83	1.87	13.73	0	7.87

**b) Motorgewicht** Für den Vergleich der drei Maschinen untereinander wird die für den entsprechend der spezifizierten Dynamik nötige theoretische Motormasse berechnet. Hierzu wird das spezifische Gewicht der Antriebsmotoren zu Grunde gelegt (siehe hierzu Anhang B.1). Eine Gegenüberstellung der Ergebnisse zeigt Abb. 5.19.

Für die bei den untersuchten Parallelkinematiken eingesetzten Linearmotoren gilt, dass diese eine spezifische Leistung von  $85W/kg$  (bezogen auf  $90mm$  Hub) und eine spezifische Kraft von  $47.2N/kg$  (bezogen auf  $0mm$  Hub, da unabhängig vom Hub) besitzen.

Der Epizaktor wird von Elektromotoren angetrieben, die eine spezifische Leistung von  $240W/kg$  (ohne Getriebe, da unabhängig von der Untersetzung) und ein spezifisches Drehmoment von  $3.4Nm/kg$  besitzen.

**5.3.3.3.4 Hexapod** Für den Hexapoden ergibt sich somit aus den max. benötigten Antriebskräften ( $55.7N$  je Antrieb) in den Stützen ein theoretisches Motorgewicht von

$$m_{M,F,max} = \frac{6 \cdot 55.7N}{47.2N/kg} = 7.1kg \quad (5.19)$$

Wird die benötigte Antriebsleistung ( $0.9W$  je Antrieb) betrachtet, ergibt sich

$$m_{M,P,max} = \frac{6 \cdot 0.9W}{85W/kg} = 0.06kg \quad (5.20)$$

Wird die Berechnung auf die durchschnittliche Kraftanforderung ( $38.1N$ ) angewandt, ergibt sich für die theoretische Motormasse

$$m_{M,F,DS} = \frac{6 \cdot 38.1N}{47.2N/kg} = 4.84kg \quad (5.21)$$

bzw.

$$m_{M,P,DS} = \frac{6 \cdot 0.51W}{85W/kg} = 0.04kg \quad (5.22)$$

wenn die durchschnittliche Leistungsanforderung von  $0.51W$  betrachtet wird.

In der realisierten Konstruktion sind sechs Motoren des Typs P01-23x80/30x90 der Fa. NTI Ag, Spreitenbach, CH mit einer Maximalkraft von  $44N$  ( $1s$ ), einer Dauerkraft von  $9N$  (ungekühlt) bzw.  $16N$  (gekühlt) und einem Gewicht von  $383g$  bei max.  $90mm$  Hub. Das tatsächliche Gewicht der verbauten Motoren liegt zusammen bei  $2298g$ . Die verwendeten Motoren erreichen nicht die geforderten Kräfte.

Motoren des Herstellers, die den Kraftanforderungen von max.  $55.7N$  und durchschnittlich  $38.1N$  gewachsen sind, sind die des Typs P01-37x120/20x100 mit  $100mm$  Hub,  $122N$  Maximalkraft ( $1s$ ),  $30$  bzw.  $54N$  Dauerkraft und einer Masse von je  $1200g$ . Das Gesamtgewicht dieser überschlägig ausgelegten Motoren beträgt  $7200g$ .

**5.3.3.3.5 Hexaglide** Für die Hexaglide-Kinematik liegen die maximal benötigten Antriebskräfte bei  $44.3N$  und die maximale Antriebsleistung bei  $2.1W$  je Antrieb. Somit ergibt sich das theoretische Motorgewicht zu

$$m_{M,F,max} = \frac{6 \cdot 44.3N}{47.2N/kg} = 5.6kg \quad (5.23)$$

bzw.

$$m_{M,P,max} = \frac{6 \cdot 2.1W}{85W/kg} = 0.15kg \quad (5.24)$$

Wird die Berechnung auf die durchschnittliche Kraftanforderung ( $22.1N$ ) angewandt, ergibt sich für die theoretische Motormasse

$$m_{M,F,DS} = \frac{6 \cdot 22.1N}{47.2N/kg} = 2.81kg \quad (5.25)$$

bzw.

$$m_{M,P,DS} = \frac{6 \cdot 1.51W}{85W/kg} = 0.11kg \quad (5.26)$$

wenn die durchschnittliche Leistungsanforderung von  $1.51W$  betrachtet wird.

In der realisierten Konstruktion sind sechs Motoren des Typs ThrustTube micro 1102 der Fa. Copley Controls Corp., Canton, MA, USA mit einer Maximalkraft von  $19.1N$  ( $1s$ ), einer Dauerkraft von  $3.1N$  (ungekühlt) bzw.  $3.8N$  (gekühlt) und einem Gewicht von  $165.1g$  bei  $95mm$  Hub. Das tatsächliche Gewicht der verbauten Motoren liegt zusammen bei  $990.5g$ .

Um die Kraftanforderungen von max.  $44.3N$  und durchschnittlich  $22.1N$  mit Motoren des Herstellers zu erreichen, müssen drei Motoren des Typs ThrustTube micro 1108 mit  $45.1N$  Maximalkraft ( $1s$ ),  $14.4N$  bzw.  $8.8N$  Dauerkraft und  $246g$  Gewicht an einem Läufer betrieben werden. Dieser hätte eine Länge von  $434mm$  und ein Gewicht von  $295g$ . Die gesamte Motorenmasse für eine solche überschlägig ausgelegte Anordnung beträgt  $6198g$ .

**5.3.3.3.6 Epizaktor** Für den Epizaktor werden die Antriebsmomente bzw. -leistungen aller acht Antriebe ebenfalls aufaddiert. Es ergibt sich ein theoretisches Motorgewicht aus der Summe der maximalen Drehmomentanforderungen aller Antriebe  $\sum M_{max,ji} = 7.35Nm$  von:

$$m_{M,F,max} = \frac{7.35Nm}{3.4Nm/kg} = 2.16kg \quad (5.27)$$

Wird die maximale Leistungsanforderung je Antrieb angenommen (und für die Scheibe 1.3 und 2.3 der Wert von Scheibe 1.2 bzw. 2.2 angenommen) ergibt sich das theoretische Motorgewicht aus der Summe der maximale Leistungsanforderung aller Antriebe zu  $\sum P_{max,ji} = 170.7W$

$$m_{M,P,max} = \frac{170.7W}{233.9W/kg} = 0.73kg \quad (5.28)$$

Werden die Durchschnittswerte  $\sum M_{ji} = 5.43Nm$  und  $\sum P_{ji} = 113.3W$  zugrunde gelegt, liegt das theoretische Motorgewicht bei

$$m_{M,F,DS} = \frac{5.43Nm}{3.4Nm/kg} = 1.6kg \quad (5.29)$$

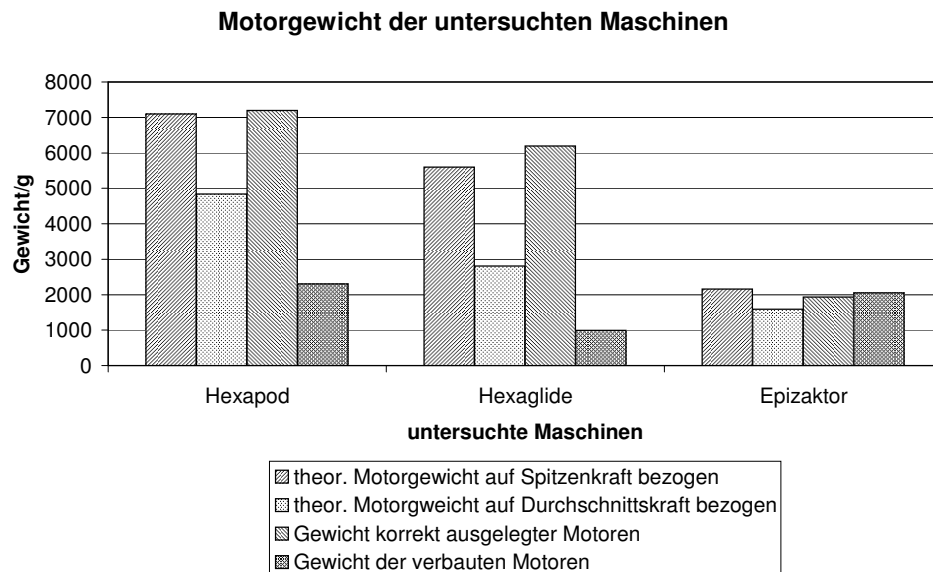


Abbildung 5.19: Vergleich des Motorgewichts der drei untersuchten Maschinen. Linksschraffiert das Motorgewicht auf die Spitzenkraft bezogen. Gepunktet das Motorgewicht auf die durchschnittliche Kraft bezogen. Rechtsschraffiert das Gewicht korrekt ausgelegter Motoren und kreuzschraffiert das Gewicht der tatsächlich verbauten Motoren. Für den Epizaktor rührt die Diskrepanz zwischen tatsächlichem und theoretischem Motorgewicht daher, dass leistungsfähigere Motoren verbaut wurden, als für die Ermittlung der Durchschnittswerte herangezogen wurden.

bzw.

$$m_{M,P,DS} = \frac{113.3W}{233.9W/kg} = 0.48kg \quad (5.30)$$

Bei der Simulation des Epizaktors, die auf der Berechnung der Kinematik beruht, haben in verschiedenen Bereichen des Arbeitsraumes die Singularitäten einen großen Einfluss. Die kinematische Berechnung wurde daher so angesetzt, dass in einem Viertel des simulierten Arbeitsraumes keine Singularitäten auftreten. Die Simulationsergebnisse wurden dann auf den kompletten Arbeitsraum extrapoliert.

In der realisierten Konstruktion sind acht Motoren des Typs 3257 der Fa. Faulhaber GmbH & Co. KG, Schönaich, D mit einem Maximalmoment von  $0.531Nm$  ( $1s$ ), einer Dauerdrehmoment von  $0.070Nm$  (ungekühlt) und einem Gewicht von  $242g$  vorgesehen. Die Motoren wirken mit einer Untersetzung von  $12.1 : 1$  auf die Scheiben bzw. deren Antriebsringe. Das tatsächliche Gewicht der verbauten Motoren und Getriebe liegt zusammen bei  $1936g$ . Diese Motoren sind ausreichend stark ausgelegt. Das Motorgewicht liegt unter dem theoretisch nötigen, da dieses auf dem Durchschnittsgewicht verschiedener Motoren beruht.

#### 5.3.3.4 Zusammenfassung

Für alle untersuchten Maschinen zeigt sich, dass das entsprechend der spezifizierten Dynamik der Maschinen nötige Motorgewicht deutlich von der Kraft- bzw. Momentenanforderung bestimmt wird. Das tatsächliche Motorgewicht der zwei auf Parallelkinematiken basierenden Maschinen liegt deutlich unter dem, welches im Rahmen der Simulationen berechnet wurde. Auch liegen die Leistungsdaten der tatsächlich in den Parallelkinematiken verbauten Motoren deutlich unter den eigentlich nötigen. Dies rührt daher, dass bei der Konstruktion die Simulationsdaten noch nicht zur

Verfügung standen und auf Erfahrungswerte zurückgegriffen werden musste. Dies führt dazu, dass diese beiden Maschinen die in Abschnitt 3.5.3 definierten dynamischen Spezifikationen nicht an allen Stellen des geforderten Arbeitsraumes erfüllen können.

Für den Epizaktor gilt, dass aufgrund der Redundanz in den zwei Scheibensystemen und der resultierenden Überbestimmung das inverse dynamische Modell, welches auf der Kinematik basiert, für jeweils eine der Scheiben keine Winkelgeschwindigkeit berechnen kann. Dies führt dazu, dass die allgemeine Beziehung zur Berechnung der mechanischen Leistung  $P = M \cdot \omega$  für  $\omega = 0 \rightarrow P = 0$  ergibt. Für die Bestimmung der Motorgewichte wurde daher für den Antrieb dieser Scheiben die Leistung der jeweils in der kinematischen Kette vorherigen Scheibe angenommen. Für die Gegenüberstellung ist dies jedoch von untergeordneter Wichtigkeit, da das Motorgewicht von der Drehmomentanforderung bestimmt wird, die eindeutig berechnet werden kann.

Der Epizaktor benötigt nur etwa 30% des Motorgewichts des Hexapods und nur etwa 40% des Hexaglide-Aufbaus, wenn die Maximalkräfte zu Grunde gelegt werden. Werden die Motoren so ausgelegt, dass sie für die durchschnittlichen Anforderungen ausreichen und somit von den Spitzen-Anforderungen (kurzfristig) überlastet werden, benötigt der Epizaktor nur etwa ein Drittel des Motorgewichts des Hexapoden und 57% verglichen mit der auf der Hexaglide-Kinematik basierenden Maschine.

### 5.3.3.5 Synopsis

Ziel der Untersuchung war es, die dynamischen Modelle dreier Maschinen zu vergleichen. Dies ist jedoch direkt nicht möglich, da zwei der Maschinen Parallelkinematiken sind, die mit Linearantrieben aktuiert werden und der dritte Aufbau rotatorische Antriebe verwendet. Es wurde daher der Umweg gewählt, die Kraft- bzw. Momentenanforderungen der Maschinen mit Hilfe des spezifischen Leistungsgewichts der Antriebe zu untersuchen. Das Vorgehen scheint gerechtfertigt, da dieser Weg auch bei der technischen Realisierung für die Antriebsauslegung gewählt würde. Somit ist es möglich, auch sehr unterschiedliche Aufbauten -bei gleichen Anforderungen an die dynamischen Eigenschaften- zu vergleichen.

Die beschriebene Vorgehensweise liefert ein deutliches Ergebnis. Der Epizaktor benötigt weniger Motormasse als die verglichenen Parallelkinematiken. Das hängt besonders damit zusammen, dass der Epizaktor direkt von rotatorischen Antrieben aktuiert wird, die ein deutlich besseres Leistungsgewicht besitzen. Der Einfluss ist so stark, dass selbst das Gewicht der zwei zusätzlichen Motoren zur Vermeidung der Singularitäten das Vergleichsergebnis nur unwesentlich beeinflusst.

Zu beachten ist jedoch, dass beim Vergleich der Motorleistungen sich diese auf die mechanischen Leistungen an den Antriebsstellen bezieht. Die elektrische Leistung wird hierbei nicht berücksichtigt. Da diese jedoch stark vom Betriebszustand und dem Wirkungsgrad abhängig ist, erscheint ein Vergleich hier nicht sinnvoll.

Die berechnete Motormasse der einzelnen Aufbauten stellt einen theoretischen Wert dar, der eine unendlich feine Skalierbarkeit elektrischer Antriebe voraus setzt. In der Praxis muss hier üblicherweise bei bekannter Kraft- bzw. Momentenspezifikation an einen Antrieb der nächst-stärkere Motor gewählt werden. Dieses Vorgehen schlägt sich bei den Werten für das tatsächliche Motorgewicht nieder.

Die Simulationsergebnisse des Epizaktors wurden in einem Viertel des zylindrischen Arbeitsraumes berechnet und auf den kompletten Arbeitsraum extrapoliert. Dieses Vorgehen wurde gewählt, um Ergebnisse zu erhalten, die mit der Singularitätsvermeidung zu erwarten sind. Diese basiert jedoch nicht wie die hier durchgeführte Simulation auf der Kinematik der Maschine sondern auf Regler-Ebene. Es scheint jedoch nicht sinnvoll, in einen Vergleich der dynamischen Eigenschaften von Maschinen auf der hier angestrebten theoretischen Ebene die Eigenschaften von verschiedenen Reglern mit einfließen zu lassen, da somit eine Festlegung auf ein bestimmtes Reglerkonzept erfolgt wäre. Es soll hier jedoch einzig der Einfluss des Kinematik-Typs einer Maschine auf ihre Funktionalität untersucht werden.

Bei der Bestimmung der Durchschnittskraft bzw. dem Durchschnittsmoment der einzelnen Maschinen und Antriebe wurde der Durchschnitt über alle getesteten Punkte gebildet. Die Vorgehensweise ergibt nicht einen Durchschnittswert über eine abgefahrene Trajektorie. Da sich eine solche jedoch auch aus gegebenen Geschwindigkeiten, Beschleunigungen und Stützpunkten bei gleichzeitig wirkenden externen Kräften sowie dem Einfluss des Reglerkonzepts zusammensetzen würde, erscheint die Berechnung eines Durchschnitts-Kraftwertes über den kompletten Arbeitsraum sinnvoll.

Um eine einheitliche Vorgehensweise bei der Untersuchung der dynamischen Eigenschaften über den Arbeitsraum der Maschinen zu gewährleisten, wurde auch bei der auf dem Hexaglide basierenden Maschine der Arbeitsraum in zehn einzelne Ebenen unterteilt. Da die kinematischen Eigenschaften dieser Maschine in z-Richtung des Basiskoordinatensystems jedoch konstant sind, besitzt sie auch in dieser Richtung konstante dynamische Eigenschaften, sodass es ausreichend gewesen wäre, nur eine einzige Ebene zu untersuchen.

Zusammenfassend kann festgehalten werden, dass der Epizaktor bei gleichen Anforderungen an die Dynamik wie Hexapod oder Hexaglide nur 30-40% der theoretischen Motormasse benötigt. Für gewichtsempfindliche Anwendungen wie die als handgehaltener Roboter ist dies von besonderer Wichtigkeit.

### 5.3.4 Gewicht

#### 5.3.4.1 Spezifikation

Es konnte gezeigt werden, dass das Gewicht eines handgehaltenen Roboters nicht größer sein sollte als 3000g (Abschnitt 3.5.4).

#### 5.3.4.2 Vorgehensweise

Der bereits vollständig realisierte Hexapod konnte direkt gewogen werden. Das Gewicht der Hexaglide-Variante sowie des Epizaktors wurde mit Hilfe der CAD-Software bestimmt, mit der die Konstruktionen ausgeführt wurden.

#### 5.3.4.3 Ergebnisse

**5.3.4.3.1 Hexapod** Der Hexapod wiegt mit Kabeln etwa 6500g. Der größte Einzelposten bei der Betrachtung der Massen der Einzelteile und Baugruppen sind die Linearmotoren und deren Halterungen. Diese Motoren sind mit einer Maximalkraft von 22N zu schwach dimensioniert. Wird das in Abschnitt 5.3.3.1 errechnete theoretische Motorgewicht ausreichend ausgelegter Antriebe zu Grunde gelegt, wiegt der Hexapod ca. 11400g.

**5.3.4.3.2 Hexaglide** Der Hexaglide-Aufbau wiegt nach den Berechnungen des verwendeten CAD-Systems (MDT4, Autodesk Inc., San Rafael, CA, USA) ca. 3400g, wobei jedoch Kabel und Schrauben nicht berücksichtigt und mit etwa 500g zu veranschlagen sind. Die schwersten Bauteile sind auch hier die Linearmotoren und das Chassis bzw. Gehäuse selbst. Wie im Laufe der Entwicklung klar wurde, sind die im Prototypen verbauten Motoren mit einer Maximalkraft von 19.1N nicht ausreichend ausgelegt. Wird das in Abschnitt 5.3.3.1 ermittelte theoretische Motorgewicht zu Grunde gelegt, wiegt der Hexaglide-Aufbau inkl. Kabel ca. 8400g.

**5.3.4.3.3 Epizaktor** Der Epizaktor wiegt etwa 5800g in der Ausführung mit und 4300g ohne Singularitätsvermeidung. Auffällig ist, dass hier neben den Antriebsmotoren (zusammen 2040g bzw. 1600g) die Wälzlager (1140g bzw. 740g) die schwersten Einzelposten sind. Die Angaben sind bezogen auf eine vollkommen aus Aluminium gefertigte Maschine. Wenn, wie geplant, ein Großteil der Bauteile aus Kunststoff (POM,  $\rho = 1.41g/cm^3$  [11]) gefertigt werden können, liegt das Gewicht bei ca. 4620g mit bzw. ca. 3410g ohne Singularitätsvermeidung. Nach Herstellerangaben können des Weiteren bei den verwendeten Drahtinglagern (Franke, Aalen, D) wenigstens 2/3 der Kugeln weggelassen werden, wenn die Belastungen der Lager, wie im vorliegenden Fall, kleiner als 10% der statischen Tragzahl sind. Die Kugeln sind für mehr als 90% des Gewichts der Lager verantwortlich, so dass auch hier nochmals ein Einsparpotenzial vorliegt, das zu einem Gewicht von etwa 3940g bei der singularitätsfreien Version und 2970g bei der singularitätsbehafteten Version führt. Franke kann außerdem auch Keramikugeln liefern die eine weitere Gewichtsersparnis versprechen. Nicht zuletzt führt ein geringeres Lagergewicht zu kleineren bewegten Massen und damit zu geringeren Antriebsdrehmomenten und kleineren –leichteren– Motoren.

#### 5.3.4.4 Synopsis

Der Vergleich der drei Kinematiken gestaltet sich problematisch. Zum einen, weil der Hexapod als realisierter Aufbau mit den Unwägbarkeiten der nur theoretisch vorliegenden anderen Maschinen

verglichen werden muss, zum anderen weil der Optimierungsgrad der drei Aufbauten unterschiedlich weit fortgeschritten ist. Wären bei der Konstruktion des Hexapoden schon die Linearmotoren, die im Hexaglide eingesetzt werden, verfügbar gewesen, wäre der Hexapod etwa ein Drittel leichter. Bei den beiden Parallelkinematiken besteht in Form einer Gewichtsverringerung der Antriebe ein gewisses Optimierungspotenzial. Allerdings sind die derzeit verbauten Motoren zu schwach und ausreichend starke Antriebe wieder deutlich schwerer. Für den Hexaglide-Aufbau gilt, dass dieser bereits ein die Kinematik umschließendes dichtes Gehäuse besitzt, über welches die zwei übrigen Aufbauten nicht verfügen. Beim Epizaktor ist ein solches Gehäuse jedoch relativ einfach zu realisieren, da er feste äußere Abmaße aufweist. Der Hexapod hingegen benötigt ein Gehäuse, das entweder flexibel den Bewegungen der Stützen und der Werkzeugplattform folgt, oder die Kinematik in allen Extremstellungen umschließt, was zu einem sehr großen Volumen führen würde. Die bei Hexaglide und Epizaktor nicht berücksichtigten Kabel schlagen mit etwa 500g zu Buche.

Der Epizaktor basiert auf rotatorischen Antrieben, die bei gleicher Leistung etwa dreimal kleiner bzw. leichter bauen. Allerdings sind für den Prototypen Motoren vorgesehen, die stark überdimensioniert und damit etwa doppelt so schwer sind, als nötig. Dieses Vorgehen wurde gewählt, um die dynamischen Eigenschaften des Roboters testen zu können, ohne nennenswert durch die Motoren limitiert zu werden. Bei der abschließenden Bewertung wird daher davon ausgegangen, dass die Gewichtsspezifikation durch den Epizaktor knapp erfüllt werden kann, wenn die Optimierung weit genug fortgeschritten ist. Weiter besteht Potenzial zur Gewichtsverringerung, wenn bei den verwendeten Dünnring-Wälzlagern Kugeln entfernt werden. Dieses Vorgehen ist zulässig, wenn die Belastung der Lager sowie die Anforderungen an die Laufleistung gering sind.

Zum derzeitigen Stand der Untersuchung ist der Hexaglide derjenige Aufbau, der am ehesten die Gewichtsspezifikation erfüllt, bei korrekter Antriebsauslegung und Gewichtsoptimierung ist der Epizaktor jedoch deutlich leichter.

### 5.3.5 Abmaße

#### 5.3.5.1 Spezifikation

Der maximale Durchmesser für den handgehaltenen Roboter wurde mit 250mm spezifiziert, wobei eine sich in Bearbeitungsrichtung verjüngende Gehäuseform anzustreben ist, um eine möglichst gute Sichtbarkeit des Situs zu erreichen.

#### 5.3.5.2 Vorgehensweise

Anhand der CAD-Daten der untersuchten Maschinen werden der maximale Gehäusedurchmesser und die (mögliche) Ausformung des Gehäuses bestimmt. Mit Hilfe des bekannten geforderten Arbeitsraumes lässt sich das Arbeitsraum-Bauraum-Verhältnis der ausgeführten Konstruktionen bestimmen.

#### 5.3.5.3 Ergebnisse

**5.3.5.3.1 Hexapod** Der Hexapod hat in der vorliegenden Ausführung einen maximalen Durchmesser von ca. 370mm. Der Durchmesser an der Werkzeugplattform beträgt etwa 95mm. Die Maschine verjüngt sich in Richtung zum Werkstück. Die mittlere Länge des Aufbaus beträgt etwa 330mm. Das reale Arbeitsraum-Bauraum-Verhältnis liegt bei

$$\frac{\text{Arbeitsraum}}{\text{Bauraum}} = \frac{64}{\left(37\frac{1}{2}\right)^2 \pi \cdot 33} = \frac{1}{554} \quad (5.31)$$

**5.3.5.3.2 Hexaglide** Der Hexaglide-Aufbau besitzt einen Gehäuse-Außendurchmesser von ca. 160mm. An der Werkzeugplattform ist der Durchmesser noch ca. 62mm. Je nach dem, wie weit die Werkzeugplattform ausgefahren ist, ergibt sich eine weitere Verjüngung. Die mittlere Gehäuselänge ist ca. 410mm. Das reale Arbeitsraum-Bauraum-Verhältnis liegt bei

$$\frac{64}{\left(16\frac{1}{2}\right)^2 \pi \cdot 41} = \frac{1}{129} \quad (5.32)$$

**5.3.5.3.3 Epizaktor** Der Epizaktor besitzt in der 6-DOF-6 nonsingu-Variante einen Außendurchmesser inkl. Antriebe von ca. 260mm. Das Gehäuse ist ca. 100mm lang. Das Verhältnis von Arbeitsraum und realem Bauraum liegt bei

$$\frac{64}{\left(26/2\right)^2 \pi \cdot 10} = \frac{1}{83} \quad (5.33)$$

#### 5.3.5.4 Synopsis

Für den Vergleich werden ausgeführte und wenig optimierte Konstruktionen herangezogen. Dennoch zeigt sich, dass der Hexapod einen größeren Maximaldurchmesser aufweist, als spezifiziert wurde. Auch der Epizaktor erreicht den spezifizierten Durchmesser nur knapp. Der Hexaglide-Aufbau hingegen ist weitaus schlanker als verlangt.

Das Arbeitsraum-Bauraum-Verhältnis des Epizaktors ist beim derzeitigen Stand der Konstruktion etwa 1.5-mal günstiger als der Hexaglide und 6.7mal günstiger als der Hexapod.

Der Epizaktor besitzt kein sich in Richtung der Bearbeitung verjüngendes Gehäuse. Er könnte jedoch, je nach Gehäuse- und/oder Sterilisierungskonzept, als „durchsichtiger“ Roboter realisiert werden, indem die Scheiben filigran und leicht gestaltet werden. Somit würde es möglich, durch den mechanischen Aufbau hindurch das Fortschreiten der Arbeit zu verfolgen.

#### 5.3.6 Genauigkeit des Bearbeitungsprozesses

Diese Spezifikation betrifft nicht die verwendete Kinematik und die realisierten Maschinen.

#### 5.3.7 Genauigkeit des handgehaltenen Roboters

##### 5.3.7.1 Spezifikation

In Abschnitt 3.5.7 wurde gezeigt, dass der Roboter die Werkzeugspitze in einer Kugel mit 1mm Durchmesser halten können soll. Diese Spezifikation bezieht sich auf den Roboter, seine interne und externe Sensorik sowie die Regelung. Um Einflüsse der Regelungsgenauigkeit und der Qualität des Trackingsystems nicht in die Überlegung mit einbeziehen zu müssen, wird überprüft, ob die untersuchten Maschinen aufgrund ihrer Kinematik und ihrer internen Sensorik in der Lage sind, ein Zehntel der geforderten Gesamtgenauigkeit zu erreichen.

##### 5.3.7.2 Vorgehensweise

Mit Hilfe geometrischer Überlegungen wurde die Inverskinematik von Hexapod, Hexaglide und Epizaktor formuliert. Mit Hilfe der speziell für diese Untersuchung entwickelte MATLAB-Simulationsumgebung soll der Arbeitsraum in ein Punktraster aufgeteilt werden und an jedem Rasterpunkt eine Abweichung von  $\pm 0.1mm$  in den kartesischen Achsen des Werkzeugkoordinatensystems aufgeschaltet werden. Dabei wird jeweils die Positionsänderung der Antriebe berechnet. In einem zweiten Schritt wird überprüft, ob die Positionsänderung der Antriebe von deren Sensoren erfasst werden kann. Als realistische Vorgabe für die Messgenauigkeit der entsprechenden Wegsensoren der untersuchten Maschinen werden 0.005mm angenommen. Somit kann ermittelt werden, an welchen Raumpunkten des geforderten Arbeitsraumes die spezifizierte Genauigkeit unter den genannten Bedingungen erreicht werden kann. Für den Epizaktor wurde angenommen, dass die Verdrehung der Scheiben mit einer Genauigkeit von 0.0005rad gemessen werden kann. Dies entspricht bei einer angenommenen Encoder-Teilung, die 1024 Flanken pro Umdrehung ermöglicht, und einer Untersetzung von 1 : 12.2 zwischen Motorwelle und Scheibe, wie sie hinsichtlich der Drehmomente der geplanten Motoren realistisch ist.

Für das Raster der Messpunkte wird ein Zylinder, dessen Außenkontur dem geforderten Arbeitsraum entspricht, in der Ebene senkrecht zur  $z$ -Achse des Basiskoordinatensystems mit  $10 \times 10$  Punkten versehen. Entlang der  $z$ -Achse wird der Zylinder in 10 solcher Ebenen geteilt. Es ergeben sich 680 Messpunkte, da die Punkte, deren Abstand zur  $z$ -Achse größer als der Radius des Zylinders ist, wieder verworfen werden.

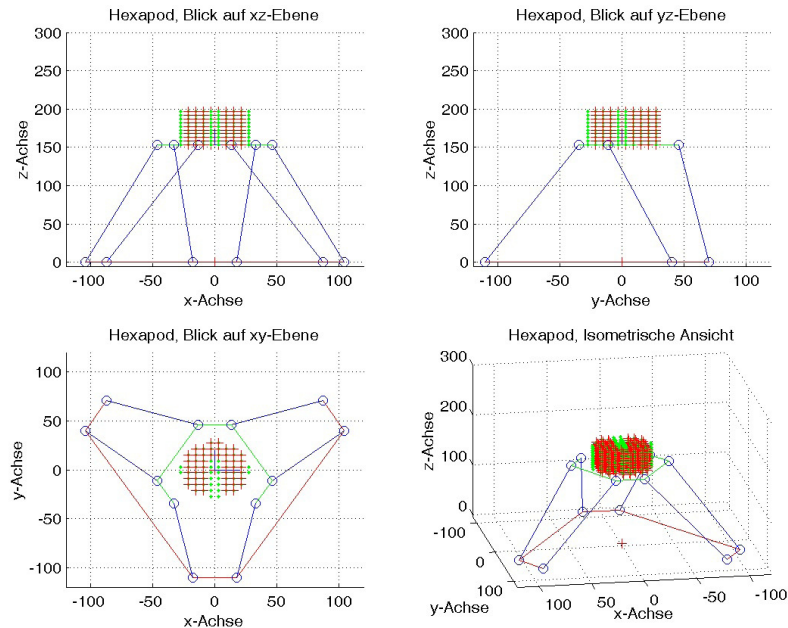


Abbildung 5.20: Simulationsergebnisse der Genauigkeit für den Hexapoden. In grün die getesteten Punkte, in rot diejenigen, an denen die Genauigkeitsanforderung nicht erfüllt wurde.

### 5.3.7.3 Ergebnisse

**5.3.7.3.1 Hexapod** Die oben definierte Genauigkeitsanforderung an die Positionierung kann der Hexapod nur an etwa 300 Punkten im geforderten Arbeitsraum erreichen. Diese liegen an der  $xz$ - und der  $yz$ -Ebene und sind grün markiert. An den rot markierten Punkten des geforderten Arbeitsraumes wird die Genauigkeitsanforderung nicht erfüllt, da auf Grund der Eigenschaften der Kinematik die Positionsänderung der Antriebe nicht von deren Sensoren erfasst wird. Vergleiche hierzu Abb. 5.20.

**5.3.7.3.2 Hexaglide** Die Hexaglide-Konstruktion erreicht die geforderte Genauigkeit im geforderten Arbeitsraum an allen Stellen bis auf die Punkte entlang der  $xz$ -Ebene des Arbeitsraumes. 440 der 680 getesteten Punkte sind mit der geforderten Genauigkeit erreichbar (Abb. 5.21).

**5.3.7.3.3 Epizaktor** Der Epizaktor erreicht die Genauigkeitsanforderung an etwa 420 Punkten der getesteten 680. Diese liegen im gesamten Arbeitsraum (Abb. 5.22).

### 5.3.7.4 Synopsis

Die gewählte Vorgehensweise basiert auf einem rein geometrischen bzw. kinematischen Ansatz. Einflüsse wie Lagerspiel, Elastizität der Komponenten oder die Wärmedehnung werden vernachlässigt. Jedoch ist es möglich, mit der entwickelten Simulationsumgebung auch diese Einflüsse zu untersuchen, indem die Geometrieänderung der betroffenen Bauteile in die kinematische Berechnung übernommen wird. Die beschriebene Vorgehensweise wurde gewählt, da sie mit der vorhandenen Simulationsumgebung einfach und schnell zu realisieren war. Alternativ ist es möglich, die Änderung der Antriebsgrößen bei Änderung der Abtriebsstellung mit Hilfe der Jakobimatrix zu berechnen. Insgesamt müssen jedoch qualitativ hochwertigere Sensoren als für die Simulation angenommen, verwendet werden, um die Genauigkeitsspezifikation zu erreichen.

Für den Epizaktor gilt, dass die angenommene Untersetzung zwischen Motorwelle und Scheibe von 1:12.2 ein überschlägiger Richtwert ist, der u. U. noch leicht verändert wird. Eine solche geringfügige Änderung wird das Simulationsergebnis nur in kleinem Maße ändern.



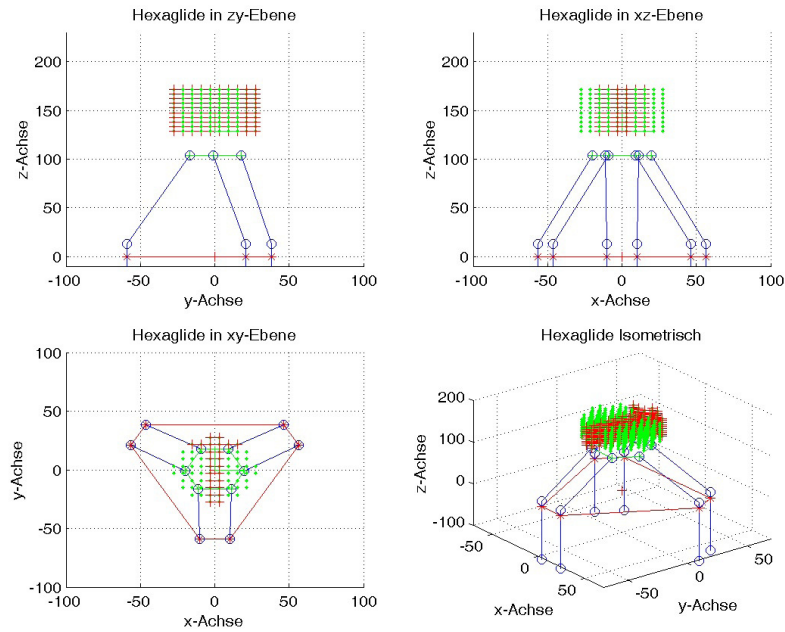


Abbildung 5.21: Simulationsergebnisse der Genauigkeit für den Hexaglide. In grün die getesteten Punkte, in rot diejenigen, an denen die Genauigkeitsanforderung nicht erfüllt wurde.

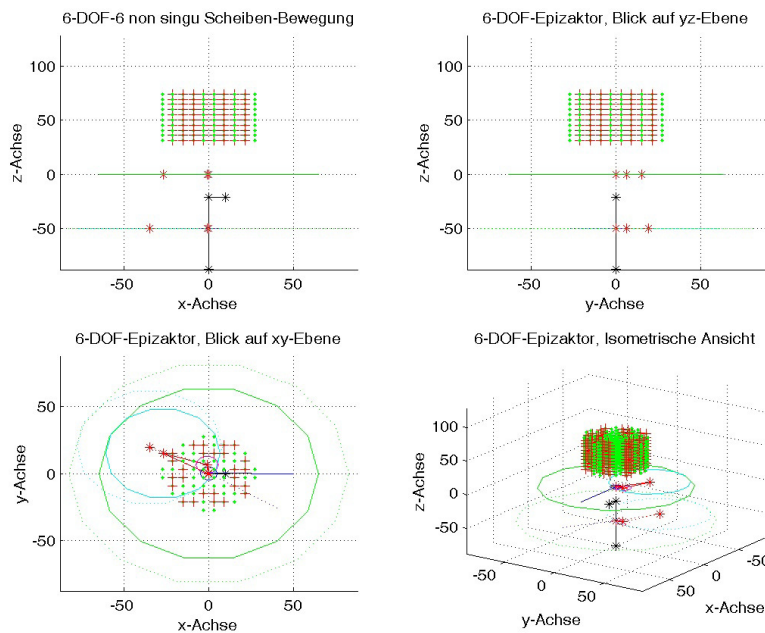


Abbildung 5.22: Simulationsergebnisse der Genauigkeit für den Epizaktor. In grün die getesteten Punkte, in rot diejenigen, an denen die Genauigkeitsanforderung nicht erfüllt wurde

### 5.3.8 Anforderungen an das externe Positionserfassungssystem

Diese Spezifikation betrifft das externe Positionserfassungssystem und wird nicht von der Kinematik der untersuchten Maschinen beeinflusst.

### 5.3.9 Kräfte und Momente am TCP

Der handgehaltene Roboter muss in jeder Raumrichtung statische Bearbeitungskräfte von 20N aufbringen können. Zusätzlich entstehen statische Momente von 1.0Nm um die Achsen der Werkzeugplattform.

Diese Spezifikation bestimmt die statischen Kräfte und Momente, die von den Antrieben aufgebracht werden müssen. Statische und dynamische Kräfte bzw. Momente wurden in Abschnitt 5.3.3.1 berücksichtigt.

### 5.3.10 Störgrößen, -Amplituden und -Frequenzen

#### 5.3.10.1 Spezifikation

Der handgehaltene Roboter muss in jeder Raumrichtung Störungen in Form von Schwingungen ausgleichen, die von der Hand des Bedieners ausgehen. Diese wurden in Abschnitt 3.5.10 in drei Frequenzbändern identifiziert. Zusätzlich wurden Kräfte und Momente bestimmt, die auf den TCP wirken. Die Umsetzung dieser Spezifikation durch die drei Kinematiken wird in den Abschnitten 5.3.3.1 sowie 5.3.5 behandelt.

### 5.3.11 Sterilisierbarkeit

#### 5.3.11.1 Spezifikation

Für den Einsatz im Operationssaal muss der handgehaltene Roboter sterilisiert werden können. In Abschnitt 3.5.11 wurde definiert, dass dies in Ethylenoxid möglich sein muss und in Wasserdampf möglich sein sollte.

#### 5.3.11.2 Vorgehensweise

Ausgehend von den vorliegenden Konstruktionen der drei Kinematiken wird erörtert, ob die Spezifikation erfüllt werden kann. Dabei wird untersucht, wie die sterile Abdeckung bzw. die Temperaturstabilität, die Schmierung (Abwaschen bei der Reinigung, Ausdampfen im Autoklaven), die mechanischen Eigenschaften (Korrosion bei Reinigung und Sterilisierung, Oberflächenqualität) sowie die hygienischen Eigenschaften (Reinigung, Spalte, Engstellen) von den drei untersuchten Maschinenkonzepten beeinflusst werden.

#### 5.3.11.3 Ergebnisse

**5.3.11.3.1 Hexapod** Die vorliegende Ausführung des Hexapoden stellt dessen Sterilisierbarkeit in Frage. Die offen liegenden Antriebe, die nötige Schmierung frei liegender Teile und die temperaturempfindliche Elektronik der Linearmotoren verbieten in jedem Fall eine Sterilisierung in Wasserdampf. Potenziell erscheint es möglich, die Antriebe zu kapseln, jedoch wäre der Aufbau nach wie vor mit einer großen Zahl von Spalten und schlecht zu reinigenden Engstellen im Bereich der Gelenke und Dichtmanschetten behaftet, die eine Sterilisierung erschweren. Theoretisch könnte der Hexapod in ein Gehäuse integriert werden (Abschnitt 5.3.5). Bei dieser Überlegung wird jedoch deutlich, dass dieses zu groß für einen sinnvollen Einsatz im OP würde. Eine Sterilisierung in Ethylenoxid bedingt auch eine Abdichtung von Schmier- und Gleitstellen gegen den Austritt von Schmierstoff und eine kurzfristige Dichtheit gegen Wasser, die von der vorliegenden Konstruktion nicht erreicht werden kann. Eine denkbare sterile Abdeckung mit entsprechenden Folien erscheint ebenfalls wenig geeignet, da die Folie sich aller Voraussicht nach in den Gelenken und Engstellen verklemmen wird. Eine separate Abdichtung aller Gleitstellen in Gelenken und Antrieben durch gleitende Dichtungen ist bei den gegebenen Anforderungen an Reibungsarmut und Dynamik unpraktikabel. Er erscheint daher fragwürdig, dass der Hexapod in einer sterilisierbaren Ausführung realisiert werden kann.

**5.3.11.3.2 Hexaglide** Die in der vorliegenden Ausführung auf der Hexaglide-Kinematik basierende Maschine besitzt ein Gehäuse, das die Dichtheit gegen den Austritt von Schmierstoff und den Eintritt von Wasser bei der Reinigung gewährleistet. Dies ermöglicht eine Reinigung und Sterilisierung in Ethylenoxid. Es ist jedoch bisher nicht geprüft, ob die eingesetzten Motoren und Sensoren die bei der Sterilisierung in Ethylenoxid auftretenden Temperatur- und Druckschwankungen dauerhaft unbeschadet überstehen. Eine Sterilisierung in Wasserdampf übersteht der Aufbau wegen der hohen Drücke und Temperaturen nicht, jedoch ist es denkbar, die Konstruktion dahingehend zu modifizieren, dass der Teil, der direkt mit dem Patienten in Kontakt kommt in einer Weise ausgeführt wird, die die schnelle und sichere Sterilisierung in Wasserdampf ermöglicht und den empfindlichen Aktor- und Sensor-Teil der Maschine mit Hilfe von sterilen Folien abzudecken.

**5.3.11.3.3 Epizaktor** Der Epizaktor kann in der vorliegenden Form nicht sterilisiert werden, da er über kein Gehäuse verfügt, das den notwendigen Schutz der feuchtigkeits- und temperatur-empfindlichen Bauelemente sicher stellt. Wie in Abschnitt 5.3.5 diskutiert wurde, ist ein solches Gehäuse jedoch einfach nachzurüsten. Außerdem ist auch hier ein Sterilisationskonzept denkbar, das eine Trennung in patientennahen, dampfsterilisierbaren und patientenfernen, Ethylenoxid-sterilisierbaren Teil, vorsieht.

#### 5.3.11.4 Synopsis

Es zeigt sich, dass sich der Hexapod aufgrund der großen Bewegungen seiner kinematischen Elemente schlecht für die Integration in ein Gehäuse eignet und eine separate Kapselung aller kritischen Elemente unpraktikabel erscheint. Der Hexapod ist daher als nicht sterilisierbar anzusehen.

Der Hexaglide-Aufbau ist in der vorliegenden Form in ein Gehäuse integriert, das für eine Sterilisierung in Ethylenoxid ausgelegt wurde.

Der Epizaktor ist ohne großen zusätzlichen konstruktiven Aufwand ebenso in ein Gehäuse integrier- und somit sterilisierbar.

### 5.3.12 Sicherheitseinrichtungen

#### 5.3.12.1 Spezifikation

Von denen die Sicherheit des Bearbeitungsvorganges, die des Personals sowie die der Patienten beeinflussenden Betriebszuständen des handgehaltenen Roboters wird einzig die Reinigung und die Lagerung des Gerätes von der Kinematik beeinflusst, da bei diesen Arbeiten der Bediener mit den Fingern in die Nähe der kinematischen Elemente kommen kann. In Abschnitt 3.5.12 wird definiert, dass es keine Klemmstellen geben darf, die vom Personal erreichbar sind.

#### 5.3.12.2 Vorgehensweise

Anhand der CAD-Konstruktionsdaten bzw. der vorliegenden Maschinen soll geprüft werden, ob außerhalb der Gehäuse Konfigurationen der kinematischen Elemente auftreten bzw. auftreten können, die geeignet sind, Menschen zu verletzen. Dies wird dann als gegeben angesehen, wenn sich zwei Körper näher als 10mm kommen können. Dazu wurden im CAD-System in einem Abstand von 5mm um die Körper Sicherheitszonen definiert und das Werkzeugkoordinatensystem im Arbeitsraum verschoben und verdreht. Tritt dabei eine Kollision der Sicherheitszonen auf, kann davon ausgegangen werden, dass eine Klemmgefahr für den Bediener existiert.

#### 5.3.12.3 Ergebnisse

**5.3.12.3.1 Hexapod** Wie in Abschnitt 5.3.5 gezeigt wurde, ist der Hexapod nur dann in ein Gehäuse zu integrieren, wenn dieses so groß wird, dass die kinematischen Elemente in allen möglichen Stellungen darin Platz finden. Die Größe eines solchen Gehäuses überschreitet die Spezifikationen bei weitem und ist nicht praktikabel. Somit existiert bei der vorliegenden Maschine auf der Basis der Hexapod-Kinematik eine Vielzahl von nicht abgedeckten kinematischen Elementen, die auch bei einer passiven Bewegung der Maschine einander so nahe kommen können, dass beim Hantieren mit der Maschine für den Bediener eine Klemmgefahr besteht.

**5.3.12.3.2 Hexaglide** Die auf der Hexaglide-Kinematik basierende Maschine ist in einer Weise von einem Gehäuse umgeben, dass davon ausgegangen werden kann, dass keine Klemmgefahr für das Personal besteht. Der Bereich der Kinematik, der aus dem Gehäuse ausfahren kann, ist von einem Faltenbalg umgeben, der den direkten Zugriff auf die kinematischen Elemente verhindert. Es kann also auch für diesen Teil der Maschine eine Klemmgefahr des Bedieners ausgeschlossen werden.

**5.3.12.3.3 Epizaktor** Der Epizaktor besitzt eine geringe Anzahl von kinematischen Elementen, die einander Nahe kommen können. Bei der vorliegenden Konstruktion mit offen liegenden kinematischen Elementen stellen diese eine Klemm- oder Quetschgefahr dar, jedoch kann der Epizaktor, wie in Abschnitt 5.3.5 dargelegt wurde, ohne großen Aufwand in ein Gehäuse integriert werden, das den Bediener vor dem versehentlichen Zugriff auf die Gefahrenstellen schützt. Es wird daher davon ausgegangen, dass die kinematischen Elemente des Epizaktors keine Klemmgefahr für den Bediener darstellen.

#### 5.3.12.4 Synopsis

Von den drei untersuchten Maschinen ist einzig der Hexapod sowohl in der vorliegenden Konstruktion als auch in einer möglichen weiterentwickelten Ausführung mechanisch nicht vollkommen frei von Klemmstellen zu bauen. Sowohl Hexaglide als auch Epizaktor hingegen sind als mechanisch sicher einzustufen, da alle kinematischen Elemente in ein Gehäuse integriert sind oder integriert werden können.

### 5.3.13 Sonstiges

Die elektrischen Eigenschaften, das Abführen von Abwärme aus der Maschine und aus dem Bearbeitungsprozess, die Spülung und Beleuchtung des Situs sowie das Design der Maschine werden von der Kinematik nicht beeinflusst.

### 5.3.14 Ergebnisse und Diskussion

Die drei als Hexapod, Hexaglide und Epizaktor bezeichneten Kinematiken wurden gemäß der im Abschnitt 3 formulierten Spezifikationen der handgehaltenen Robotik für orthopädisch-chirurgische Einsätze verglichen. Es zeigt sich, dass die drei Kinematiken die grundlegenden Spezifikationen wie Anzahl der Freiheitsgrade oder die Größe des Arbeitsraumes ohne weiteres erfüllen. Auch mechanische Größen wie die aufzubringenden Kräfte, die Dynamik und die Genauigkeit werden von allen drei Maschinen erfüllt, wenn die entsprechend korrekt ausgelegten Antriebe und Sensoren integriert werden. Abgesehen von der mangelnden Sterilisierbarkeit und der Klemmgefahr, die beim nicht abgedeckten Hexapoden vorliegen, ergeben sich bei der Baugröße und besonders dem Gewicht des handgehaltenen Roboters große Unterschiede, die nicht auf den Optimierungsgrad der jeweiligen Konstruktion, sondern auf das Arbeitsraum-Bauraum-Verhältnis der Kinematik und die prinzipiellen Antriebsformen der Maschinen zurückführen sind. Tabelle 5.19 und Abb. 5.23 geben einen Überblick über die Vergleichsergebnisse bei der Untersuchung der Spezifikationen.

Das Arbeitsraum-Bauraum-Verhältnis wurde in Abschnitt 5.2.1 behandelt und ist beim Epizaktor etwa dreimal günstiger als beim Hexaglide oder Hexapod. Für die ausgeführte Konstruktion liegt das auf den geforderten Arbeitsraum bezogene Arbeitsraum-Bauraum-Verhältnis des Epizaktors bei 1.83, für den Hexaglide liegt es bei 1:129 und für den Hexapoden bei 1:554. Der Epizaktor ist also beim derzeitigen Stand der Konstruktion etwa 1.5 mal günstiger als der Hexaglide und 6.7mal günstiger als der Hexapod. Wird in die Überlegung die Tatsache mit einbezogen, dass die Baugröße der Epizaktor-Konstruktion derzeit primär von der Verfügbarkeit der verwendeten Wälzlager abhängig ist, erschließt sich das Optimierungspotenzial, das diese Kinematik birgt.

## 5.4 Ergebnisse der Vergleiche

Der Vergleich der drei Kinematiken erfolgte in zwei Schritten. Zunächst wurde mit einer allgemein gültigen Liste von Kriterien, die schon zum Vergleich der 6-DOF-Epizaktor-Kinematiken untereinander Anwendung fand, versucht, theoretische Unterschiede zwischen den zwei bekannten Kinematiken *Hexapod* und *Hexaglide* sowie dem neuartigen *Epizaktor* herauszuarbeiten. In einem

Abschnitt	Spezifikation	Hexapod	Hexaglide	Epizaktor
5.3.1	Räumliche Beweglichkeit	+	+	+
5.3.2	Eigenschaften des Arbeitsraumes	+	+	+
5.3.3	Geschwindigkeit und Beschleunigung des <i>TCP</i> im Arbeitsraum	+	+	+
5.3.4	Gewicht	-	o	+
5.3.5	Abmaße	-	+	o
5.3.6	Genauigkeit des Bearbeitungsprozess	Entfällt		
5.3.7	Genauigkeit des handgehaltenen Roboters	o	o	o
5.3.8	Anforderungen an die externe Sensorik	Entfällt		
5.3.9	Kräfte und Momente am <i>TCP</i>	+	+	+
5.3.10	Störgrößen, Amplituden und -Frequenzen	+	+	+
5.3.11	Sterilisierbarkeit	-	+	+
5.3.12	Sicherheitseinrichtungen	-	+	+
5.3.13	Sonstiges	Entfällt		
	Summen der '+'	5	8	8

Tabelle 5.19: Zusammenfassung der Ergebnisse. Epizaktor und Hexaglide erfüllen gleich oft die gestellten Spezifikationen. '+' steht für eine gut erfüllte, 'o' für eine gerade so erfüllte und '-' für eine nicht erfüllte Spezifikation.

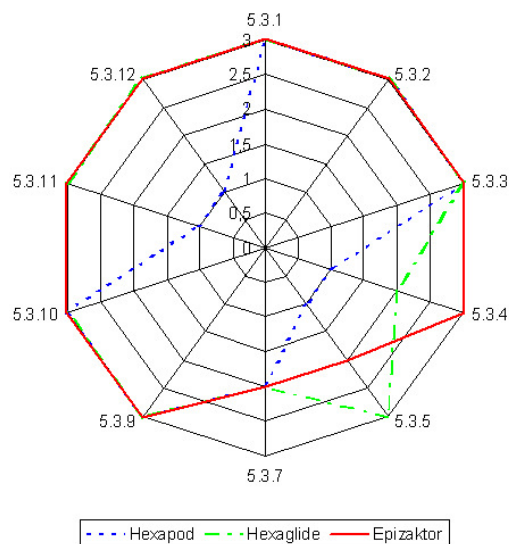


Abbildung 5.23: Netzdiagramm des Erfüllungsgrades der Spezifikationen des handgehaltenen Roboters durch die drei untersuchten Kinematiken (vgl. Tab. 5.19). Die Größe der von der entsprechenden Linie umschlossenen Fläche gibt den Grad der Erfüllung der Spezifikationen an. Epizaktor und Hexaglide erfüllen die Spezifikationen in etwa gleich gut.

zweiten Schritt erfolgte der praktische Vergleich dreier auf den unterschiedlichen kinematischen Prinzipien basierender ausgeführter Konstruktionen anhand von Spezifikationen, wie sie allgemein für handgehaltene Roboter für einen orthopädisch-chirurgischen Einsatz gelten.

Ergebnis des ersten Vergleichsschritts war, dass die technische Wertigkeit von Hexapod und Hexaglide entsprechend der gewählten Kriterien und Gewichtungsfaktoren bei etwa 55% bzw. 61% liegt während der Epizaktor über 84% erreicht.

Ergebnis des zweiten Vergleichsschritts war, dass sowohl die Hexapod- als auch Hexaglide-Konstruktion die geforderten Spezifikationen erfüllen, der Epizaktor als ebenfalls ausgeführte Konstruktion jedoch kompakter und deutlich leichter baut, wenn die benötigten Motorengewichte in den Vergleich mit einbezogen werden.

Es zeigt sich, dass besonders beim Arbeitsraum-Bauraum-Verhältnis sowie bei der Anzahl der kinematischen Elemente prinzipbedingte Vorteile des Epizaktors vorliegen. Wird die praktische Umsetzung betrachtet wird deutlich, dass die geringen bewegten Massen des Epizaktors und die Verwendung findenden rotatorischen Antriebe dieses Aufbaus zusätzlich für eine kompakte und leichte Maschine vorteilhaft sind.

## 5.5 Diskussion der Vorgehensweise und der Ergebnisse

Zur Untersuchung der drei Kinematiken wurden diese zunächst auf der theoretischen Ebene hinsichtlich rein die Kinematik betreffender Kriterien untersucht. In einem zweiten Schritt wurden drei auf den drei unterschiedlichen Kinematiken basierende Maschinen hinsichtlich der Spezifikationen der handgehaltenen Robotik untersucht. Der Vergleich erbrachte, dass die Epizaktor-Kinematik für den Einsatz als handgehaltener Roboter und hinsichtlich der Vergleichskriterien deutlich günstigere Eigenschaften als die verglichene Hexapod- und Hexaglide-Kinematik besitzt. Bei der Untersuchung der ausgeführten und auf den drei unterschiedlichen Kinematiken basierenden Maschinen zeigte sich, dass sich Epizaktor und Hexaglide nicht nennenswert unterscheiden. Der im ITD-Projekt realisierte Hexapod besitzt jedoch nicht das benötigte Stützenauszugverhältnis und sowohl Hexapod als auch Hexaglide verfügen nicht über Antriebe entsprechend den dynamischen Spezifikationen. Werden die dynamischen Anforderungen erfüllende und mit richtig ausgelegten Motoren ausgestattete Varianten von Hexapod, Hexaglide und Epizaktor betrachtet, besitzt letzterer ein deutlich geringeres Gewicht als die beiden Parallelkinematiken.

### 5.5.0.1 Vorgehensweise des Vergleichs

Der Vergleich der drei kinematischen Prinzipien Hexapod, Hexaglide und Epizaktor erfolgte auf theoretischer und praktischer Ebene. Auf diese Weise können die Diskrepanzen die zwischen einer theoretischen Idee und der von Limitierungen beeinflussten praktischen Umsetzung erkannt und beim Vergleich berücksichtigt werden. Somit wird sichergestellt, dass die Vergleichbarkeit von zwei in der Literatur bereits bekannten Kinematiken und einer neuartigen, bisher nur dürftig beschriebenen Kinematik, gewahrt bleibt. Alle drei untersuchten Kinematiken wurden in einem medizintechnischen Projekt konstruktiv umgesetzt und stehen in Zukunft für weitere Untersuchungen auch physisch zur Verfügung.

### 5.5.0.2 Bewertungsverfahren, Vergleich der Kinematiken

Die Untersuchung im ersten Schritt erfolgte unabhängig von potenziellen Anwendungen anhand einer Liste von Bewertungskriterien, die die theoretischen Möglichkeiten der Kinematiken hinsichtlich des Arbeitsraum-Bauraum-Verhältnisses, der Anzahl der kinematischen Elemente, des Berechnungsaufwands, der Steifigkeit sowie des Gelenkspieleinflusses beleuchtete. Die Liste kann nicht mit Bestimmtheit als vollständig bezeichnet werden, doch ist davon auszugehen, dass relevante Kriterien aufgeführt worden sind. Bei den gewählten Bewertungsverfahren [34, 67] ist nicht vorgesehen, Bruchteile von Bewertungspunkten zu vergeben, da dies die Objektivität verringern würde. Es erscheint im vorliegenden Fall jedoch gerechtfertigt, zugunsten der Trennschärfe des Verfahrens bei Kriterien, bei denen die Bewertungspunkte berechenbar sind, das Bewertungsverfahren um diese Möglichkeit der Verfeinerung zu erweitern. Die Bestimmung der Gewichtungsfaktoren beeinflusst das Ergebnis der Bewertung maßgeblich. Üblicherweise erfolgen sowohl die Auswahl der Bewertungskriterien als auch die der Gewichtungsfaktoren und die Bewertung selbst durch eine Gruppe von mit der Problematik vertrauten Experten. Im vorliegenden Fall wurde versucht, das

Expertenwissen durch berechenbare Bewertungen (verhältnismäßiger Vergleich von Größen, vorher festgelegte Bewertungstabellen) und durch die Bestimmung der Gewichtungsfaktoren mit einem objektiven Vergleichsverfahren zu ergänzen. Das verwendete Rangfolgeverfahren [172] ordnet den Bewertungskriterien entsprechend ihrer Rangfolge, die aus einem direkten und einfachen Vergleich der Kriterien untereinander hervorgegangen ist, einen Gewichtungsfaktor in Form eines Dezimalbruches zu. Das Verfahren ist unempfindlich gegenüber leichten Veränderungen der Rangfolge und ergänzt die technische Bewertung in vorteilhafter Weise.

#### 5.5.0.3 Bewertungsverfahren, zweiter Schritt

Im zweiten Untersuchungsschritt erfolgte der Vergleich dreier ausgeführter Konstruktionen anhand der Spezifikationen für handgehaltene Roboter. Diese Spezifikationen wurden anhand der Literatur und mit Hilfe von Expertenwissen ausgearbeitet. Die ausgeführten Konstruktionen konnten im Rahmen eines Kooperations-Forschungsprojekts zwischen dem Labor für Biomechanik und experimenteller Orthopädie an der Medizinischen Fakultät Mannheim der Universität Heidelberg, dem Lehrstuhl für Automation der Universität Heidelberg sowie dem Institut für CAE der Hochschule Mannheim erarbeitet werden. Der Optimierungsgrad der einzelnen Aufbauten ist unterschiedlich. Wurde der Hexapod zu Beginn des Projekts auf noch geringer Datenbasis und mit einem engen Zeitplan entwickelt und im Laufe des Projekts einer Reihe von Modifikationen unterzogen, konnte der Hexaglide-Aufbau von den im Laufe der Arbeiten angefallenen Erfahrungen profitieren und besitzt bereits zu seiner Fertigstellung einen hohen Grad an Miniaturisierung und Gewichtsoptimierung. Der Epizaktor hingegen wurde mit geringem Budget und wenig personellen Ressourcen und auf Grund seiner Neuartigkeit ohne nennenswerte Literaturbasis erstellt. Dieser Prototyp stellt also entsprechend ein Funktionsmuster dar, mit dem die für die Konstruktion eines auf diesem Prinzip basierenden handgehaltenen Roboters nötigen Erfahrungen gesammelt werden sollen.

Der Vergleich der drei Aufbauten ist daher kritisch zu bewerten, sollte jedoch möglichst objektiv anhand der vorliegenden Daten und nicht eines u. U. nur gewünschten Potenzials einzelner kinematischer Konzepte erfolgen. Es zeigt sich, dass zum derzeitigen Stand der Arbeiten der Hexaglide und der Epizaktor die Spezifikationen der handgehaltenen Robotik gleich gut erfüllen. Wie erwähnt wird hier jedoch die sehr fortgeschrittene Konstruktion des Hexaglides mit der eines Funktionsmusters des Epizaktors verglichen. Ein zukünftiger Vergleich ähnlich weit auskonstruierter Maschinen wird hier neue Ergebnisse bringen.

#### 5.5.0.4 Vergleichsergebnis

Der Epizaktor ist unter den gewählten Konditionen die Kinematik mit den günstigsten Eigenschaften und als ausgeführte Maschine für die Anwendung als handgehaltener Roboter geeignet. Diese Aussage basiert auf dem Vergleich einer Reihe von in Abschnitt 4 erarbeiteten und verglichenen 6-DOF-Epizaktor-Varianten und der auf diesen Ergebnissen basierenden Konstruktion der günstigsten Variante als Funktionsmuster eines handgehaltenen Roboters. Dieses Funktionsmuster besitzt ein um einen Faktor 1.5 günstigeres Arbeitsraum-Bauraum-Verhältnis als die auf der bekannten Hexaglide-Kinematik basierende Konstruktion. Verglichen mit dem ausgeführten Hexapoden schneidet der Epizaktor 6.7-fach günstiger ab.

Ein Schwachpunkt des Epizaktor-Konzepts ist die Singularität, die sich in der Mitte des Arbeitsraumes eines Scheibensystems befindet. Wird sie nicht kompensiert, führt sie zu einer nicht sauber regelbaren Geschwindigkeit des Anlenkpunktes in der Nähe der Mitte des Arbeitsraumes. Es konnte jedoch eine mechanisch relativ einfache und auch mathematisch günstig zu realisierbare Möglichkeit zur Vermeidung von Singularitäten implementiert und in der Konstruktion berücksichtigt werden.

Bei Betrachtung der übrigen Bewertungskriterien zeigt sich das Potenzial der Maschine: kleine rotatorische Antriebe in der Klasse von 30 – 40W besitzen etwa 2.5-mal mehr Leistung pro Gewichtseinheit als in der Leistung vergleichbare Linearantriebe. Bei ähnlichen Anforderungen an die Dynamik der Antriebe sind Maschinen mit rotatorischen Antrieben entsprechend einfacher zu Miniaturisieren, da diese ein geringeres Bauvolumen beanspruchen.

# Kapitel 6

## Zusammenfassung und Ausblick

### 6.1 Zusammenfassung

Handgehaltene Roboter stellen besonders im Bereich der operativen Medizin eine interessante Alternative zu den aus der Industrie adaptierten Robotern dar, die derzeit in zahlreichen Entwicklungsprojekten zur Anwendung kommen [110]. Die handgehaltene Robotik ermöglicht es, die Prozesskontrolle vollkommen beim Anwender zu belassen und gleichzeitig die Programmierbarkeit und Wiederholgenauigkeit von robotischen Maschinen zu nutzen. Es sind derzeit keine handgehaltenen Roboter neben dem im Projekt ITD entwickelten System bekannt, wie eine Recherche des Stands der Technik erbrachte.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde zunächst eine Übersicht über die Spezifikationen, wie sie für einen handgehaltenen Medizinroboter gelten, erstellt. Hierbei wurden besonders die Anforderungen an die Dynamik sowie ergonomische und medizinische Aspekte berücksichtigt. Es stellte sich heraus, dass neben dem Gewicht eines handgehaltenen Roboters besonders das Verhältnis von Arbeitsraum, der von der (medizinischen) Aufgabe bestimmt wird, und dem Bauraum der Kinematik eines Roboters, also dem geometrischen Raum, der alle kinematischen Elemente beinhaltet, zu betrachten ist.

Eine neuartige Kinematik verspricht, ein besonders günstiges Arbeitsraum-Bauraum-Verhältnis zu besitzen. Diese als *Epizaktor* bezeichnete Kinematik wurde nach einer Recherche des Stands der Technik zunächst für ein ebenes Scheibensystem vorgestellt. Hierauf basierend wurden verschiedene Konfigurationen mit zwei, drei, vier und sechs Freiheitsgraden entwickelt. Es konnten sechs verschiedene 6-DOF-Epizaktor-Kinematiken identifiziert werden. Mit Hilfe einer Matlab-Routine wurden diese hinsichtlich der räumlichen Anordnung der Scheiben so optimiert, dass das Verhältnis des in Abschnitt 3 spezifizierten Arbeitsraumes und einem die Kinematik umschließenden Quaders möglichst günstig wurde. Die Kinematiken wurden dann bezüglich ihres Arbeitsraum-Bauraum-Verhältnis, der Anzahl der kinematischen Elemente, dem Berechnungsaufwand von Vorwärts- und Rückwärtskinematik, der Steifigkeit sowie dem Einfluss des Gelenkspiels verglichen. Zur Auswahl des Vergleichsverfahrens wurde eine Literaturrecherche herangezogen. Die Kinematikvariante 6-DOF-6 konnte dabei als deutlich günstiger als die übrigen identifiziert werden. Für diese Kinematik wurde ein inverses dynamisches Modell formuliert und dieses im Vergleich zu entsprechenden aus der Literatur [29, 68, 123] bzw. [96, 167] entnommenen Formulierungen von Hexapod und Hexaglide simuliert. Für die Vermeidung der Singularität wurde eine zusätzliche und redundante Scheibe je Scheibensystem eingeführt und das Scheibensystem mit Hilfe eines die Drehmomente der Antriebe optimierenden und singularitätsrobusten Feed-forward Reglers angesteuert.

In einem weiteren Vergleich wurde die 6-DOF-6-Epizaktorvariante mit zwei bekannten und im Projekt ITD bereits erprobten bzw. zur Erprobung anstehenden Kinematiken *Hexapod* (Gough-Stewart-Plattform) und *Hexaglide* (Merlet-Plattform) auf theoretischer -kinematischer- Ebene und hinsichtlich der praktischen Realisierung untersucht. Die Vergleichskriterien waren dabei wieder das Arbeitsraum-Bauraum-Verhältnis, die Anzahl der kinematischen Elemente, der Berechnungsaufwand, die Steifigkeit und der Einfluss des Gelenkspiels sowie zusätzlich die Bauart der Antriebe, das Vorhandensein von Singularitäten, die Modularität und die Größe der bewegten Massen. Die drei auf den unterschiedlichen Kinematiken basierenden realisierten Maschinen wurden zusätzlich hinsichtlich der in Abschnitt 3 definierten Spezifikationen verglichen. Dazu wurden neben dem Gewicht besonders die Baugröße sowie das theoretisch mögliche dynamische Verhalten bei gegebenen



Antriebs-Spezifikationen untersucht.

Es konnte gezeigt werden, dass die drei auf den unterschiedlichen Kinematiken basierenden Maschinen die im Abschnitt 3 formulierten grundlegenden Spezifikationen wie die Anzahl der Freiheitsgrade oder die Größe des Arbeitsraumes ohne weiteres erfüllen. Auch mechanische Größen wie die aufbringbaren Kräfte, die Dynamik und die Genauigkeit werden von allen drei Aufbauten erfüllt. Besonders bei der Baugröße und dem Gewicht des handgehaltenen Roboters ergeben sich große Unterschiede, die nicht auf den Optimierungsgrad der jeweiligen Konstruktion sondern auf das Arbeitsraum-Bauraum-Verhältnis der Kinematik selbst zurückführen sind. Dieses ist mit 1:9 (bezogen auf den effektiven Arbeitsraum und den theoretischen Bauraum) bzw. 1:23 (bezogen auf den geforderten Arbeitsraum und den theoretischen Bauraum) beim Epizaktor etwa drei Mal günstiger als beim Hexapod bzw. Hexaglide. Wird das Verhältnis von effektiven Arbeitsraum und praktischem Bauraum betrachtet, ist der Epizaktor mit 1:83 etwa 1.5 mal besser als der Hexaglide und 6.7 mal besser als der Hexapod. Die Epizaktor-Kinematik bietet somit das größte Potenzial für die Realisierung von kompakten 6-DOF-Manipulatoren und erscheint sowohl für stark miniaturisierte als auch für große industrielle einsetzbare Maschinen geeignet.

## 6.2 Ausblick

Im Rahmen des ITD-Projekts und weiterer Forschungen soll die erwähnte und auf der Hexaglide-Kinematik basierende Maschine weiter entwickelt werden. Dieser Ansatz wurde gewählt, da mit diesem Aufbau die meisten Erfahrungen – sowohl in der Arbeitsgruppe als auch in der Literatur – vorliegen. Eine als v0.3 bezeichnete Version des Hexaglide ist derzeit in der Entwicklungsphase. Zur Erreichung der Gewichtsspezifikation wird diese mit optimierten Linearmotoren realisiert, die ebenfalls im Rahmen des Projekts entwickelt werden.

Die Arbeit am Epizaktor soll zusammen mit der Hochschule Mannheim in Form eines kleinen, direkt am Knochen zu montierenden Roboters für die orthopädisch-chirurgische Knochenbearbeitung weitergeführt werden. Ein entsprechender Antrag auf Förderung für das als CYCLOBOT betitelte Projekt ist bei der DFG gestellt. Die bisherige Entwicklungsarbeit an der Mechanik des Epizaktors sowie die Ausarbeitung der singularitätsrobusten Regelung soll hier in eine praktische Anwendung aus dem Bereich der Medizintechnik überführt werden. Besonderes Augenmerk bei der Entwicklung soll auf der Miniaturisierung des Epizaktors sowie auf einer Verringerung des Gewichts liegen.

# Kapitel 7

## Literatur

1. <http://www.fein.de/corp/de/de/catalogue/index.php> Zugriff am 12.12.2005
2. <http://www.festool.de/mediandoweb/index.cfm>, Zugriff am 12.12.2005
3. Albertz F. Dynamikgerechter Entwurf von Werkzeugmaschinen-gestellstrukturen. Forschungsberichte TU München. Springer Verlag (Heidelberg), 1995
4. Ang W, Khosla P, Riviere C. An Intelligent Handheld Microsurgical Instrument for Improved Accuracy. Proc. of the 23rd Annual EMBS Conference, Instambul, Turkey, 2001.
5. Ang W, Riviere C, Khosla P. An active Handheld Instrument for enhanced microsurgical accuracy. Proc. of the 3rd International Conference on Medical Image Computing and Computer Assisted Intervention - MICCAI 2000, Pittsburgh, PA, USA, 2000.
6. Angeles J. Fundamentals of Robotic Mechanical Systems: Theory, Methods, and Algorithm. Springer-Verlag 2003
7. Arand M, Schempf M, Hebold D, Teller S, Kinzl L, Gebhard F. Präzision der navigations-gestützten Chirurgie an der Brust- und Lendenwirbelsäule. Der Unfallchirurg, 2003, 106 899-906
8. ohne Autor, Aesculap Power Systems, catalogue 2004, Brochure No. O 22711, Company Brochure, 2004
9. ohne Autor. DIN 33411-5 - Körperkräfte des Menschen - Teil 5: Maximale statische Aktionskräfte, Werte. Beuth Verlag (Berlin), 1999
10. ohne Autor. DIN V 45694: Mechanische Schwingungen - Anleitung zur Beurteilung der Belastung durch Hand-Arm-Schwingungen aus Angaben zu den benutzten Maschinen einschließlich Angaben von den Maschinenherstellern. Beuth Verlag (Berlin), 2006
11. ohne Autor. Tabellenbuch Metall. Europa-Lehrmittel (Haan-Gruiten), 2005
12. ohne Autor. VDE 0752 - Grundsätzliche Aspekte der Sicherheit elektrischer Einrichtungen in medizinischer Anwendung. 1983
13. Badreddin E, Gambier A, Automatisierungstechnik 2 - Digitale Automatisierungstechnik, Vorlesungsskriptum. 2006.
14. Barger W, Bauer A, Börner M. Primary And Revision Total Hip Replacement Using the Robodoc System. Clinical Orthopaedics and related Research, 1998, 354 82-91
15. Bast P, Lauer W, Engelhardt M, Schmieder K, Radermacher K. Identification of Milling Parameters for Manual Cutting of Bicortical Bone Structures. Proc. of the CURAC, Nürnberg, Germany, 2003.
16. Ben-Horin R, Shoham M, Djerassi S. Kinematics, dynamics and construction of a planarly actuated parallel robot. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 1998, 14 (2): 163-72
17. Bertram J, Mielke M, Beekes M, Lemmer K, Baier M, Pauli G. Inaktivierung und Entfernung von Prionen bei der Aufbereitung von Medizinprodukten. Bundesgesundheitsbl - Gesundheitsforsch - Gesundheitsschutz, 2004, 47 36-40
18. Börner M, Wiesel U. Erste Ergebnisse der roboterassistierten Kniegelenkendoprothetik mit dem ROBODOC®-System. Trauma Berufskrankh, 2001, 3 355-9
19. Brandt G, Radermacher K, Zimolong A, Rau G, Merloz P, Klos TV, Robb J, Staudte HW. CRIGOS: development of a compact robot for image-guided orthopedic surgery. Der Orthopäde, 2000, 29 (7): 645-9

20. Breiing A. Bewertung von Konstruktionsvarianten technischer Systeme. Schweizer Maschinenmarkt, 1990, 9 und 12 44-7 und 52-7 21. Breiing A, Knosala R. Bewerten technischer Systeme: Theoretische und methodische Grundlagen bewertungstechnischer Entscheidungshilfen. Springer-Verlag (Heidelberg), 1997
22. Brown L, Rosenbaum D, Sainburg L. Limb position drift: implications for control of posture and movement. J Neurophysiol., 2003, 90 (5): 3105-18
23. Budde C, Last P, Hesselbach J. Workspace Enlargement of a Triglode Robot by Changing Working and Assembly Mode. Proc. of the IASTED International Conference on Robotics and Applications, Cambridge (MA, USA), 2005.
24. Castro WH, Halm H, Jerosch J, Malms J, Steinbeck J, Blasius S. Accuracy of pedicle screw placement in lumbar vertebrae. Spine, 1996, 21 (11): 1320-4
25. Chung YG, Lee B. Torque Optimizing Control with singularity-robustness for kinematically redundant robots. Journal of Intelligent and Robotic Systems, 2000, 28 231-58
26. Clauser C, McConville J, Young J, Weight, volume, and center of mass of segments of the human body, Wright-Patterson Air Force Base, Aerospace Medical Research Laboratory, Aerospace Medical Division, Air Force Systems Command, AMRL-TR-69-70, 1969
27. Craig J. Introduction to Robotics, Mechanics and Control. Addison-Wesley Publishing Company (Reading, MA, USA), 1989
28. Crivellin L, Chip forming machine with spindlehead provided with three degrees of freedom, Patent-Nr.: 0486992 A1, 23.11.1990, Italy
29. Dasgupta B, Mruthyunjaya TS. A Newton-Euler formulation for the inverse dynamics of the Stewart-Platform manipulator. Mech. Mach. Theory, 1998, 33 (8): 1135-52
30. DeLuca A, Oriolo G. The reduced gradient method for solving redundancy in robot arms. Robotersysteme, 1991, 7 (2): 117-22
31. Deutsches Institut für Normung. Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement. Beuth Verlag (Berlin), 1995
32. Dieterich S, Tang J, Rodgers J, Cleary K. Skin Respiratory Motion Tracking for Stereotactic Radiosurgery using the CyberKnife. Proc. of the CARS, London, GB, 2003.
33. Ebert L, Wendl K, Grützner P, Nolte L-P, Kowal J. Skin Marker Based Referencing for Spinal Dorsal Interventions - A feasibility study. Proc. of the 7th Annual meeting of CAOS international, Heidelberg, D, 2007.
34. Ehrlenspiel K. Integrierte Produktentwicklung - Methoden für Prozeßorganisation, Produkterstellung und Konstruktion. Carl Hanser Verlag (München, Wien), 1995
35. Evans GF. Mechanical Properties of Bone. Thomas CC (eds.): (Springfield, Illinois, USA), 1971
36. Feggeler A, Yoo IW, Hornung V. Ergonomische Gestaltung von handgeführten elektromotorischen Arbeitsmitteln. Schriftenreihe der Bundesanstalt für Arbeitsschutz und Arbeitsmedizin: Forschungsbericht, Fb 668. Wirtschaftsverlag NW Verlag für neue Wissenschaft (Bremerhaven), 1992
37. Filipiak J, Pezowicz C. Experimental investigation of durability of transpedicular screw - vertebra connection. Ortopedia Traumatologia Rehabilitacja, 2004, 6 (2): 213-21
38. Fritsch E, Duchow J, Seil R, Grundwald I, Reith W. Genauigkeit der fluoroskopischen Navigation von Pedikelschrauben. Der Orthopäde, 2002, 31 (4): 385-91
39. Fuchsberger A. Untersuchung der spanenden Bearbeitung von Knochen. J. Milberg (eds.): IWB Forschungsberichte. Springer-Verlag (Heidelberg), 1986
40. Gebhard F, Kinzl L, Arand M. Grenzen der CT-basierten Computernavigation an der Wirbelsäule. Der Unfallchirurg, 2000, 103 696-701 41. Glozman D, Shoham M, Fischer A. Efficient Registration of 3-D objects in Robotic-Assisted Surgery. Proc. of the CAOS/USA, Pittsburgh, Pennsylvania, USA, 1999.
42. Gough V, Whitehall S. Universal Tyre Test Machine. Proc. of the IX F.I.S.I.T.A., London, GB, 1962.
43. Graf von Seherr-Thoss H-Ch, Schmelz F, Aucktor E. Gelenke und Gelenkwellen, Berechnung, Gestaltung, Anwendung. Springer Verlag (Heidelberg), 2002
44. Grübler M. Getriebelehre - Eine Theorie des Zwangslaufs und der ebenen Mechanismen. Verlag von Julius Springer (Berlin), 1917 45. Haberfeller R, Nagel P, Becker M, Büchel A, von Massow H. System Engineering - Methoden und Praxis. Verlag Industrielle Organisation (Zürich), 1992
46. Halliday DM, Conway BA, Farmer SF, Rosenberg JR. Load-Independent Contributions From Motor-Unit Synchronization to Human Physiological Tremor. J Neurophysiol., 1999, 82

664-75

47. Harris WH. Traumatic Arthritits of the Hip after dislocation and Acetabular Fractures: Treatment by Mold Arthroplasty. *J Bone Joint Surg Am*, 1969, 51 (A): 737-55
48. Hebsacker M, Entwurf und Bewertung Paralleler Werkzeugmaschinen - das Hexaglide, Dissertation, ETH Zürich, Zürich, 2000
49. Hebsacker M, Codourey A. Die Auslegung der Kinematik des Hexaglide - Methodik für die Auslegung paralleler Werkzeugmaschinen. Proc. of the VDI Fachtagung Parallele Strukturen, TU Braunschweig, Germany, 1998.
50. Hein A, Computer-assistierte Chirurgie - Konzepte und Realisierungen, <http://www.offis.de/veranstaltungen/offistag-2005/offistag2005-hein.pdf>, Zugriff am 28.11.2005
51. Honl M, Dierk O, Gauck C, Carrero V, Lampe F, Dries S, Quante M, Schwieger K, Hille E, Morlock MM. Comparison of robotic-assisted and manual implantation of a primary total hip replacement. A prospective study. *J Bone Joint Surg Am.*, *J Bone Joint Surg Am.* 2003 Aug;85-A(8):1470-8, 85-A (8): 1470-8
52. [http://de.wikipedia.org/wiki/Humanoider\\_Roboter](http://de.wikipedia.org/wiki/Humanoider_Roboter), 15.06.2007.
53. <http://de.wikipedia.org/wiki/Robotik>, Zugriff am 20. 02. 2006
54. [http://www.dewalt.com/us/products/tool\\_detail\\_listing.asp\\_categoryID=350](http://www.dewalt.com/us/products/tool_detail_listing.asp_categoryID=350), Zugriff am 12.12.2005
55. <http://www.hospvd.ch/swiss-noso/d101a2.htm>, Zugriff am 12.12.2005
56. <http://www.instrumentation.de/ip-schutzklassen.html>, Zugriff am 12.12.2005
57. [http://www.krypton.be/Portable\\_CMM.html](http://www.krypton.be/Portable_CMM.html), Zugriff am 12.12.2006
58. <http://www.makita.de>, Zugriff am 12.12.2005
59. [http://www.ncct-nl.com/info\\_med/sextant](http://www.ncct-nl.com/info_med/sextant), Zugriff am 31.10.2005
60. Jacobs R, van Steenberghe D, Schotte A. The importance of visual feedback on the accuracy of jaw and finger positioning in man. *Archives of Oral Biology*, 1992, 37 677-83
61. Jakopc M, Harris SJ, Baena FR, Gomes P, Cobb J, Davies BL. The First Clinical Application of a "Hands-on" Robotic Knee Surgery System. *Computer Aided Surgery*, 2001, 6 (6): 329-39
62. Jakopc M, Rodriguez y Baena F, Harris SJ, Gomes P, Cobb J, Davies BL. The Hands-On Orthopaedic Robot "Äcrobot": Early Clinical Trials of Total Knee Replacement Surgery. *IEEE Trans Robotics Automat*, 2003, 19 (5): 902-11
63. Jani L, Schroeder-Boersch H. Hüftendoprothetik - Vergangenes, Bewährtes und Zukünftiges. W. Zuckschwerdt Verlag (München), 1996
64. Jerosch J, Malms J, Castro WH, Wagner R, Wiesner L. Lagekontrolle von Pedikelschrauben nach instrumentierter dorsaler Fusion der Lendenwirbelsäule. *Z Orthop*, 1992, 130 (6): 479-83
65. Keimer R, Hesselbach J, Krefft M, Algermissen S, Breitbach E, Rose M. Adaptronische Schwingungsunterdrückung an hochdynamischen Parallelrobotern für Handhabung und Montage. *Intelligente Leichtbau Systeme*, 2003
66. Kenngott H. Technische Daten eines Navigationssystems aus Karlsruhe und Heidelberg. personal communication to: P. Pott. 2006.
67. Kesselring F. Bewertung von Konstruktionen. Deutscher Ingenieur-Verlag (Düsseldorf), 1951
68. Khalil W, Guegan S. Inverse an Direct Dynamic Modeling of Gough-Stewart Robots. *IEEE Transactions on Robotics*, 2004, 20 (4): 754-62
69. Kienzle O, Victor H. Spezifische Schnittkräfte bei der Metallbearbeitung. *Werkstofftechnik und Maschinenbau*, 1957, 47 (H5): 224-5
70. Knosala R. Methoden zur Bewertung von Bauelementen als Voraussetzung für die Entwicklung von Baukastensystemen. Institut für Mechanik und Grundlagen der Maschinenkonstruktion, TU Gliwice (Gliwice), 1989
71. Knosala R. Objektivierung des Bewertungsprozesses beim Konstruieren. *Konstruktion*, 1991, 43 344-52
72. Konietschke R, Ortmaier T, Weiss H, Hirzinger G, Engelke R. Manipulability and Accuracy Measures for a Medical Robot in Minimally Invasive Surgery. Proc. of the 9th International Symposium on Advances in Robot Kinematics International Federation for the Promotion of Mechanism and Machine Science, Sestri Levante, Italy, 2004.
73. Köpfle A, Schill M, Schwarz MLR, Pott PP, Wagner A, Männer R, Badreddin E, Weiser P, Scharf H-P. A Modular Scalable Approach to Occlusion-Robust Low-Latency Optical Tracking. Proc. of the 7th International Conference on Medical Image Computing and Computer Assisted Intervention - MICCAI 2004, Rennes, St. Malo / France, 2004.

74. Kotelnikow VA, On the transmission capacity of etherand wire in electrocommunications. In: Izd. Red. Upr. Svyazzi RKKA, (eds.) 1933
75. Kotten B, Ködderitzsch M, Untersuchungen zum Einsatz eines optischen 3D-Meßsystems, Diplomarbeit, Fachhochschule Oldenburg/Ostfriesland/Wilhelmshaven, 2001
76. Kummer B, Biomechanics of Bone: Mechanical Properties, Functional Structure, Functional Adaption. In: Biomechanics, its foundations and objectives, Y. Fung, Perrone N and M. Anliker (eds.) Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, USA, 1972
77. Küper A, Beurteilung der Genauigkeit eines CT-basierten spinalen Navigationssystems beim Setzen von Pedikelschrauben, Dissertation, Ludwig-Maximilians-Universität, München, 2002
78. Kwon D-S, Lee J-J, Yoon Y-S, Ko S-Y, Kim J, Chung J-H, Won C-H, Kim J-H. The Mechanism and the Registration Method of a Surgical Robot for Total Hip Arthroplasty. Proc. of the IEEE International Conference on Robotics & Automation, Washington DC, USA, 2002.
79. Lee M-K. Design of a high stiffness machining robot arm using doubleparallel mechanisms. Proc. of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, Nagoya, Japan, 1995.
80. Lenz G, Kottler B, Schorer R. MEMO Anästhesie. Ferdinand Enke Verlag (Stuttgart), 1985
81. Malvisi A, Fadda M, Valleggi R, Bioli G, Martelli S. A new robotic system for operating theatre. J. Comp. And Control Eng, 2001, 12 (3): 129 - 36
82. Marmulla R, Mühling J, Eggers G, Hassfeld S. Markerlose Registrierung der Patientenlage. HNO, 2005, 53 148154
83. Matek W, Muhs D, Wittel H, Becker M. Roloff/Matek - Maschinenelemente. Vieweg Verlag (Braunschweig, Germany), 1995
84. Matek W, Muhs D, Wittel H, Becker M, Tabelle 8-12 Reibungszahlen für Schraubenverbindungen bei verschiedenen Oberflächen- und Schmierzuständen. In: Roloff/Matek Maschinenelemente, Matek W, Muhs D, Wittel H and Becker M (eds.) Vieweg, Braunschweig, Germany, 1995
85. Matek W, Muhs D, Wittel H, Becker M, Tabelle 14-23 c) Reibungszahl für vollumschließende Gleitlager. In: Roloff/Matek Maschinenelemente, Matek W, Muhs D, Wittel H and Becker M (eds.) Vieweg, Braunschweig, Germany, 1995
86. Jean-Pierre Merlet, Articulated device for use in particular in robotics, Patent-Nr.:2628670 USA
87. Merlet JP. Direct Kinematics and Assembly Modes of Parallel Manipulators. International Journal of Robotics Research, 1992, 11 (2): 150-62
88. Merlet JP, Dispositif articulé, notamment utilisable dans le domaine de la robotique., Patent-Nr.: 2628670, 21.03.1988, France
89. Merlet JP. Les robots parallèles. Hermès (Paris), 1997
90. Merlet JP. Parallel Robots. Kluwer (Dordrecht), 2001
91. Merloz P, Tonetti J, Cinquin P, Lavalée S, Troccaz J, Pittet L. Computer-assisted surgery: automated screw placement in the vertebral pedicle. Chirurgie, 1998, 123 (5): 482-90
92. Morrison S, Newell KM. Limb stiffness and postural tremor in the arm. Motor Control, 2000, 4 (3): 293-315.
93. Nishihara S, Sugano N, Nishii T, Tanaka H, Nakamura N, Yoshikawa H, Ochi T. Clinical accuracy evaluation of femoral canal preparation using the ROBODOC system. J Orthop Sci, 2004, 9 (5): 452-61
94. Nogler M, Wimmer C, Lass-Flörl C, Mayr E, Trobos S, Gegenhuber C. Contamination Risk of the Surgical Team through Robodoc's High-Speed Cutter. Clinical Orthopaedics and related research, 2001, 387 225-31
95. Nordmann R, Schwingungen. In: Dubbel - Taschenbuch für den Maschinenbau, G. K. Beitz W (eds.) Springer, Heidelberg, 08-O26, 2001
96. Nübel M, Dynamiksimulation und adaptive Regelung eines handgehaltenen Parallelroboters mit sechs Freiheitsgraden, Diplomarbeit, Universität Mannheim, Mannheim, 2006
97. O'Rourke J. Computational Geometry in C. Cambridge University Press (Cambridge, UK), 1998
98. Ong FR, Bouazza-Marouf K. The detection of drill bit break-through for the enhancement of safety in mechatronic assisted orthopaedic drilling. Mechatronics, 1999, 9 565-88
99. Ortmaier T, Weiss H, Döbele S, Schreiber U. Experiments on robot-assisted navigated drilling and milling of bones for pedicle screw placement. Journal of Medical Robotics and Computer Assisted Surgery, 2006 submitted,

100. Otremba R, Systematische Entwicklung von Gelenken für Parallelroboter, TU Braunschweig, Braunschweig, 2005
101. Paul A. How CASPAR assists on the hip. MMW - Fortschritte der Medizin, 1999, 141 18
102. Ferdinand Peer, Instrument zur Kompensation des Handzitterns bei der Bearbeitung feiner Strukturen, Patent-Nr.: DE 197 00 402 A1, 08.01.1997, Germany
103. Pestel E. Technische Mechanik: Band 3: Kinematik und Kinetik. Wissenschaftsverlag (Mannheim, Wien, Zürich), 1988
104. Ping J, Hongtao W. A closed-form forward kinematics solution for the 6-6pStewart platform. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 2001, 17 (4): 522-6
105. Plaskos C, Stindel E, Cinquin P, Hodgson AJ, Faguer B, Lavallee S. PRAXITELES: A universal bone-mounted robot for image-free knee surgery - report on first cadaver trials. Proc. of the CAOS, Chicago, Il, USA, 2004.
106. Plathow C, Zimmermann H, Fink C, Umathum R, Schobinger M, Huber P, Zuna I, Debus J, Schlegel W, Meinzer HP, Semmler W, Kauczor HU, Bock M. Influence of different breathing maneuvers on internal and external organ motion: Use of fiducial markers in dynamic MRI. Int. J. Radiation Oncology Biol. Phys., 2005, 62 (1): 238-45
107. Plinkert P, Plinkert B, Hiller A, Stallkamp J. Einsatz eines Roboters an der lateralen Schädelbasis Evaluation einer robotergesteuerten Mastoidektomie am anatomischen Präparat. HNO, 2001, 49 514 - 23
108. Pott PP, Köpfle A, Wagner A, Badreddin E, Männer R, Scharf H-P, Schwarz MLR. Ein handgehaltener Operationsroboter: proof of concept und erste Ergebnisse. Proc. of the 3. Jahrestagung der CURAC, München, Germany, 2004.
109. Pott PP, Schwarz MLR. The Relation of Workspace and Installation Space of Epicyclic Kinematics with six Degrees of Freedom. Biomedizinische Technik, submitted 2006,
110. Pott PP, Scharf H-P, Schwarz MLR. Today's State of the Art of Surgical Robotics. Journal of Computer Aided Surgery, 2005, 10 (2): 101-32
111. Pott PP, Schwarz MLR. Robotik, Navigation, Telechirurgie: Stand der Technik und Marktübersicht. Zeitschrift für Orthopädie, 2002, 140 (5): 218-31
112. Pott PP, Schwarz MLR, Köpfle A, Schill M, Wagner A, Badreddin E, Männer R, Weiser P, Scharf H-P. Ein Handgehaltener Operationsroboter - Grundlagen, Spezifikationen und Lösungsentwurf. Proc. of the 1. Jahrestagung der CURAC, Leipzig, D, 2002.
113. Pott PP, Schwarz MLR, Köpfle A, Schill M, Wagner A, Badreddin E, Männer R, Weiser P, Scharf H-P. ITD - A handheld manipulator for medical applications - Concept and design. Proc. of the 3rd annual meeting of CAOS, Marbella, Spain, 2003.
114. Pott PP, Wagner A, Köpfle A, Badreddin E, Männer R, Weiser P, Scharf H-P, Schwarz MLR. A handheld surgical manipulator: ITD - Design and first results. Proc. of the CARS, Chicago, Illinois, USA, 2004.
115. Pott PP, Weiser HP, Scharf H-P, Schwarz MLR. A gearing mechanism with 4 degrees of freedom for robotic applications in medicine. Zeitschrift für Biomedizinische Technik, 2004, 49 (6): 177-80
116. Pott PP, Weiser P, Scharf H-P, Schwarz MLR. Getriebe mit 4 Freiheitsgraden für robotische Anwendungen in der Medizin. Zeitschrift für Biomedizinische Technik, 2004, 49 (6): 176-9
117. Pritschow G, Wurst KH. Systematic Design of Hexapods and Other Parallel Link Systems. CIRP Annals-Manufacturing Technology, 1997, 46 (1): 291
118. Prymka M, Wu L, Hahne HJ, Koebe J, Hassenpflug J. The dimensional accuracy for preparation of the femoral cavity in HIP arthroplasty. Arch Orthop Trauma Surg, 2006, 126 36-44
119. Raethjen J, Pawlas F, Lindemann M, Wenzelburger R, Deuschl G. Determinants of physiologic tremor in a large normal population. Clin Neurophysiol, 2000, 111 (10): 1825-37.
120. Uri Rappoport, Method and apparatus for guiding a penetrating tool into a three-dimensional object, Patent-Nr.: 5,957,934, 22.12.1997, Israel
121. Reitsma W. The relation between muscle oscillations and alternating movements. Zeitschrift für Biomedizinische Technik, 1995, 40 (5): 137-49
122. Rembold U. The Use of Actuation Principles for Micro Robots. Proc. of the NATO Advanced Research Workshop "The Ultimate Limits of Fabrication and Measurement", Cambridge, UK, 1994.
123. Riebe S, Ulbrich H. Modelling and online computation of the dynamics of a parallel kinematic with six degrees-of-freedom. Archive of Applied Mechanics, 2003, 72 (11-12): 817-29

124. Ritschl P, Machacek Jun F, Fuiko R. Computer assisted ligament balancing in TKR using the Galileo system. Proc. of the 3rd annual meeting of CAOS, Marbella, Spain, 2003.
125. Ritter MA. Operating room environment. Clinical Orthopaedics and Related Research, 1999, 369 103-9
126. Riviere C, Khosla P. Active handheld instrument for Error-Compensation in Microsurgery. Proc. of the intelligent Systems and Manufacturing, Tech conf. On Microrobotics and Microsystems Fabrication, Pittsburgh, 1997.
127. Rösler J, Perka C. The effect of anatomical positional relationships on kinematic parameters after total hip replacement. Int. Orthop, 2000, 24 23-7
128. Saaty TL. The Analytic Hierachy Process. McGraw-Hill Book Company (New York), 1980
129. Schleicher S, Bewegungseinrichtung zur Bewegung einer Halteeinrichtung, Patent-Nr.: DE 199 38 058 A1, 1999, Germany
130. Schlenzka D. Klinische Erfahrungen bei der Anwendung eines Navigationssystems in der Wirbelsäulenchirurgie. Trauma Berufskrankh, 1999, 1 116-9
131. Schneider J, Kalender W. Geometric accuracy in robot-assisted total hip replacement surgery. Comput Aided Surg, 2003, 8 (3): 135-45
132. Schneider O, Troccaz J. A six-degree-of-freedom passive arm with dynamic constraints (PADyC) for cardiac surgery application: preliminary experiments. Comput Aided Surg, 2001, 6 (6): 340-51
133. Schönherr J, Weidemann F. Bewertung und optimale Auslegung von Bewegungssystemen mit Parallelkinematik. Proc. of the VDI Fachtagung Parallele Strukturen, Braunschweig, 1998.
134. Schwarz MLR, Kögel A, Claus AM, Scharf H-P. Accuracy of Ein Bild Roentgen Analyse in determining wear in total hip arthroplasty in vitro. Clinical Orthopaedics and related Research, 2006, 445 197-203
135. Seeger H. Design technischer Produkte, Programme und Systeme. Springer-Verlag (Heidelberg, New York), 1992
136. Sen P, Yang JB. Multiple Criteria Decision Support in Engineering Desgin. Springer (London), 1998
137. Sensi S, Progettazione e Prototipazione di uno Strumento Meccatronico per la Correzione Automatica dei Movimenti Involontari in Microchirurgia, Dissertation, Università di Pisa, Pisa, Italy, 2003
138. Shannon CE. Communication in the Presence of Noise. IRE, 1949, 37 (1):
139. Shoham M, Burman M, Zehavi E, Joskowicz L, Batkalin E, Kunicher Y. Bone-Mounted Miniature Robot for Surgical Procedures: Concept and Clinical Applications. IEEE Trans Robotics Automat, 2003, 19 (5): 893-901
140. Shoham M, Burman M, Zehavi E, Joskowicz L, Batkalin E, Kunicher Y. Bone mounted miniature robot for surgical procedures - Concept and applications. Proc. of the 3rd annual meeting of CAOS, Marbella, Spain, 2003.
141. Shoham M, Burman M, Zehavi E, Kunicher Y. MARS: miniature bone-mounted robot. Proc. of the ISRACAS'2003, Tel Aviv, Israel, 2003.
142. Siciliano B. Kinematic Control of Redundant Robot Manipulators: A Tutorial. Journal of Intelligent and Robotic Systems, 1990, 3 201-12
143. Siemens AG. Organisationsplanung - Planung durch Kooperation. Siemens AG (Berlin, München), 1974
144. Silbernagl S, Despopoulos A. Taschenatlas der Physiologie. 1990
145. Sitte J, Winzer P. Mastering complexity in robot design. Proc. of the 2004 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, Sendai, J, 2004.
146. internet source, <http://de.wikipedia.org/wiki/Maschinenstundensatz>, Zugriff am 15.5.2005
147. Spur G, Uhlmann E, Industrieroboter. In: Dubbel - Taschenbuch des Maschinenbaus, Beitz W and Grothe KH (eds.) Springer, Heidelberg, T103-T9, 2001
148. Stewart D. A Platform with six Degrees of Freedom. Proc. of Mech. Eng., 1965, 180 (1): 371-86
149. Stier U, Lahmer A, Börner M, Rechnerunterstützter Robotereinsatz in der Hüftendoprothetik der posttraumatischen Coxarthrose. In: 16./17.Steglitzer Unfalltagung, V. C. Rahmanzadeh R (eds.) Einhorn Verlag, Schwäbisch Gmünd, D, 1998
150. Stocco L. Path verification for unstructured environments and medical applications. Proc. of the DETC2001 ASME Design Automation Conference, Atlanta, GA, USA, 2001.
151. Stöcker H. Taschenbuch mathematischer Formeln und moderner Verfahren S. 385. Stöcker H (eds.): Verlag Harri Deutsch (Frankfurt/M), 1995

152. Sugita N, Warisawa S, Mitsuishi M, Suzuki M, Moriya H, Kuramoto K. Development of a Novel Robot-Assisted Orthopaedic System designed for Total Knee Arthroplasty. Proc. of the 7th International Conference on Medical Image Computing and Computer Assisted Intervention - MICCAI 2004, St. Malo, France, 2004.
153. Suzuki S, Superprecision Positioning Device, Patent-Nr.: 4,749,898, 11.02.1987, Japan
154. Takanokura M, Sakamoto K. Physiological tremor of the upper limb segments. Eur J Appl Physiol, 2001, 85 (3-4): 214-25
155. Taylor RH, Barnes A, Kumar R, Gupta P, Wang Z, Jensen P, Whitcomb L, deJuan E, Stojanovici D, Kavoussi L. A Steady-Hand Robotic System for Microsurgical Augmentation. Proc. of the MICCAI, London, UK, 1999.
156. Taylor RH, Mittelstadt BD, Paul HA, Hanson W, Kazanzides P, Zuhars JF, Williamson B, Musits BL, Glassman E, Bargar WL. An image-directed robotic system for precise orthopaedic surgery. IEEE Trans Robotics Automat, 1994, 10 261-73
157. Thomsen M, Aldinger P, Görtz W, Lukoschek M, Lahmer A, Honl M, Birke A, Näger H, Ewerbeck V. Die Bedeutung der Fräsbahngenerierung für die roboterassistierte Implantation von Hüftendoprothesenschäften. Der Unfallchirurg, 2001, 104 (8): 692-9
158. Thomsen M, Breusch SJ, Aldinger PR, Görtz W, Lahmer A, Honl M, Birke A, Nägerl H. Robotically-milled bone cavities - A comparison with hand-broaching in different types of cementless hip stems. Acta Orthop Scand, 2002, 73 (4): 379-85
159. Tönshoff HK, Trennen. In: Dubbel - Taschenbuch für den Maschinenbau, G. K. Beitz W (eds.) Springer, Heidelberg, S39-S64, 2001
160. Trinkle JC, Milgram RJ. Motion planning for planar n-bar mechanisms with revolute joints. Proc. of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, Maui, HI, USA, 2001.
161. unknown, [http://de.wikipedia.org/wiki/Autonome\\_mobile\\_Roboter](http://de.wikipedia.org/wiki/Autonome_mobile_Roboter), Zugriff am 15.5.2004
162. Vaccaro AR, Rizzolo SJ, Balderston RA, Allardyce TJ, Garfin SR, Dolinskas C, An HS. Placement of pedicle screws in the thoracic spine. Part II: An anatomical and radiographic assessment. J Bone Joint Surg Am, 1995, 77 1200-6
163. Viceconti M, Lattanzi r, Zannoni C, Cappello A. Effect of the display modality on the spatial accuracy of orthopaedic surgery pre-operative planning applications. J of. Medical Informatics and the Internet in Medicine, 2002, 1 (27): 21-32
164. Wagner A. Abhängigkeit von Latenz und Reglergenauigkeit. personal communication to: Pott PP. 2006.
165. Wagner A, Badreddin E, Weiser P, Köpfle A, Männer R, Pott PP, Scharf H-P, Schwarz MLR. System Design and Position Control of a Handheld Surgical Robotic Device. Proc. of the Mechatronics & Robotics Conference, Aachen, Germany, 2004.
166. Wagner A, Nübel M, Badreddin E, Pott PP, Schwarz MLR. Disturbance Feed-Forward-Control of a Handheld Robot. Proc. of the 4th ICINCO 2007, Angers, France, 2007.
167. Wagner A, Pott PP, Köpfle A, Schwarz MLR, Scharf H-P, Weiser P, Männer R, Badreddin E. Efficient inverse dynamics of a parallel robot with two movable platforms. Proc. of the MECHATRONICS 2006 - 4th IFAC-Symposium on Mechatronic Systems, Heidelberg, 2006.
168. Wagner A, Pott PP, Schwarz MLR, Scharf H-P, Weiser P, Köpfle A, Männer R, Badreddin E. Control of a handheld robot for orthopedic surgery. Proc. of the 3rd IFAC Symposium on Mechatronic Systems, Manly Beach, Sydney, Australia, 2004.
169. Wagner A, Pott PP, Schwarz MLR, Scharf H-P, Weiser P, Männer R, Badreddin E. Efficient inverse dynamics of a parallel robot with two movable platforms. Proc. of the 4th IFAC-Symposium on Mechatronic Systems, Heidelberg, 2006.
170. Wahrburg J, Kerschbaumer F. Überlegungen zum Einsatz mechatronischer Implantationshilfen bei Minimalzugängen für Hüftendoprothesen. Der Orthopäde, 2000, 29 (7): 650-7
171. Wendt A. Matching von ähnlichen Punktwolken in der Hüftendoprothetik. Proc. of the 22. Wissenschaftlich-Technische Jahrestagung der DGPF., Neubrandenburg, 2002.
172. Wenzel R, Müller J. Entscheidungsfindung in Theorie und Praxis. VDI-Seminar (Stuttgart), 1971
173. Whittaker JM, The Fourier theory of the cardinal functions. In: Proc. Edinburgh Math. Soc. 1, (eds.) 1929
174. Wiggins KL, Malkin S. Drilling of bone. J of Biomechanics, 1976 9553-9
175. Wikotool GmbH, Vorrichtung zum Positionieren eines Werkzeuges, Werkstücks und/oder Messgerätes, Patent-Nr.: P 25 00 748, 10.01.1975, Germany



- 176. Wolf A, Jaramaz B, LisienB, DiGioia AM. MBARS: mini bone-attached robotic system for joint arthroplasty. *Journal of Medical Robotics and Computer Assisted Surgery*, 2005, 1 (2): 101-21
- 177. Wunderlich J. Simulating a Robotic Arm in a Box: Redundant Kinematics, Path Planning, and Rapid Prototyping for Enclosed Spaces. *SSimulation*, 2004, 80 (6): 301-16
- 178. [www.meroda.uni-hd.de](http://www.meroda.uni-hd.de), Zugriff am 16.02.07
- 179. [www.mfk.uni-erlangen.de/](http://www.mfk.uni-erlangen.de/) bewerten, Zugriff am 31.07.06
- 180. [www.uni-ulm.de/klinik/imi/mikrobio/hygiene/Beginn.html](http://www.uni-ulm.de/klinik/imi/mikrobio/hygiene/Beginn.html), Zugriff am 12.01.2006
- 181. Yang JB, Sen P, Meldrum P. Multiple attribute evaluation in engineering decision support using limited compensation and reference designs. *Information and Systems Engineering*, 1996, 2 (3&4): 159-81
- 182. Yen P-L, Ke Z-W, Lu T-S, Lu C-W. Development of a new safety-enhanced surgical robot using the hexaglide structure. *Proc. of the IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*, The Hague, NL, 2004.
- 183. Yoshikawa T. Manipulability of robotic mechanisms. *Internat. J. Robot. Res.* , 1985, 4 (2): 3-9
- 184. Zangenmeister C. Nutzwertanalyse in der Systemtechnik. *Wittemannsche Buchhandlung (München)*, 1970
- 185. Zhang Y, Gong J, Gao F. Singularity elimination of parallel mechanisms by means of redundant actuation. *Proc. of the 12th IFToMM World Congress*, Besançon, F, 2007.
- 186. Ziegler JG, Nichols NB. Optimum settings for automatic controllers. *Trans. ASME*, 1942, 64 759-68
- 187. Zimmermann H, Umathum R, Plathow C, Semmler W, Nitz W, Bock M. Messungen der Atembewegung mit schneller Magnetresonanztomographie und induktiv gekoppelten Markerspulen. *Zeitschrift für Medizinische Physik*, 2005, 15 (1): 38-44
- 188. Zwickl A, Leunig A, Rasp G, Hagedorn H. Erste Erfahrungen mit dem neuen Kolibri Navigationssystem von Brain LAB. *Laryngorhinootologie*, 2004, 83

# Anhang A

## A.1 Beschreibung der ausgeführten Konstruktion

### A.1.1 Überblick

Im Rahmen eines vom Land Baden Württemberg finanzierten Projekts <sup>1</sup> wurde am Institut für CAE der Hochschule Mannheim ein 6-DOF-Epizaktor in der Variante 6-DOF-6 nonsingu bzw. 6-DOF-6 konstruiert und gebaut. Dieser basiert auf den beschriebenen Spezifikationen für den handgehaltenen Roboter und wurde parallel zu den Arbeiten durchgeführt. Abbildung A.1 zeigt das fertige CAD-Modell der 6-DOF-6nonsingu-Variante (vgl. auch Abb. A.3).

Es wurden sowohl eine singularitätskompensierte als auch eine singularitätsbehaftete Variante konstruiert. Auf Grund begrenzter Mittel konnte nur die letztere in die Fertigung gegeben werden, mit der im Anschluss an die Fertigstellung Funktionsexperimente unternommen werden können.

Im Folgenden sollen der Aufbau, seine Baugruppen, deren Fertigung sowie der Zusammenbau beschrieben und letztlich diskutiert werden.

Der konstruierte Epizaktor besteht aus zwei parallel und coaxial angeordneten 3-DOF-Scheibensystemen deren Gelenkebenen 50mm Abstand haben. Die Radien der Scheiben richten sich letztendlich nach der Verfügbarkeit von entsprechenden Dünnringwälzlager und liegen bei 40, 36.5 und 6.5mm für das vordere und 31, 27.5 und 6.5mm für das hintere Scheibensystem. Die Gelenke für den Anschluss des Verbindungselementes sind Gleichlaufgelenke, die speziell für die vorliegende Konstruktion entwickelt wurden.

### A.1.2 Konstruktionselemente und Baugruppen

Es sollen die Baugruppen und Konstruktionselemente der ausgeführten Konstruktion des Epizaktors in der Variante 6-DOF-6 nonsingu beschrieben werden. Die Unterschiede zur singularitätsbehafteten Variante werden unter A.1.7 beschrieben.

#### A.1.2.1 Gehäuse

Das Gehäuse besteht aus zwei Hälften, die in Abb. A.1 rot und grau dargestellt sind. Das Gehäuse trägt innen die Lagerschalen der Scheibenlager und außen die Antriebsmotoren, die Umlenkrollen der Zahnriemen sowie die Befestigungen für Griffe und Standfüße (nicht abgebildet).

##### A.1.2.1.1 Fertigung: Das Gehäuse wird folgendermaßen gefertigt:

- Zwei rechteckige Rohlinge werden auf je einer Seite planiert und dann verstiftet und an den späteren Flansch-Flächen derartig miteinander verschraubt, sodass sie den Rohling für das Gehäuse bilden.
- Die Außenkontur wird in zwei Spannungen (vordere Hälfte, hintere Hälfte) gefertigt. Die Lage der zwei Fräskonturen zu einander ist relativ weit toleriert.
- Ausdrehen der Innenkontur in zwei Spannungen. Die Lage der zwei Konturen zu ein-ander ist eng toleriert. Die Genauigkeitsanforderungen an die Fertigung der Innenkontur selbst

---

<sup>1</sup>Die Antragstellung erfolgte am 31.07.2004 im Rahmen des Forschungsprogramms „Innovative Projekte“ der Fachhochschulen Baden-Württembergs. Titel des Antrags war „Entwicklung eines epizyklischen Getriebes mit sechs Freiheitsgraden für Manipulatoren für den medizinischen Einsatz.“ Förderungsbeginn war der 15.12.2004

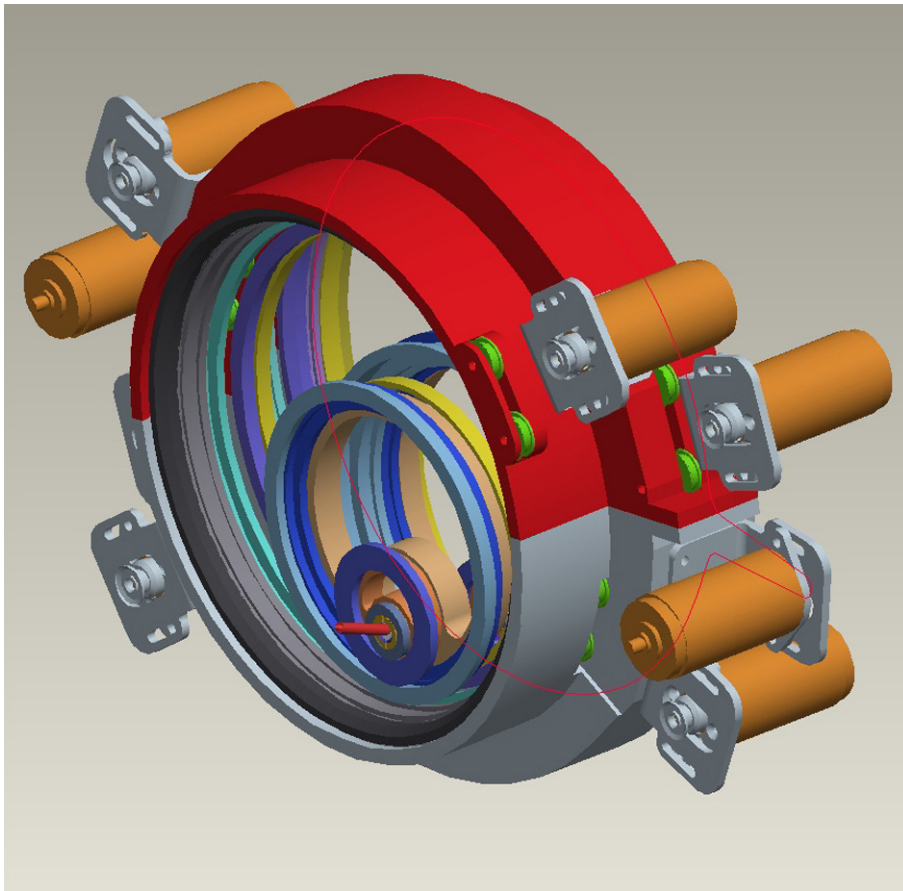


Abbildung A.1: Ansicht des 6-DOF-6 nonsingu Prototypen (Stand: 09.06.2006) von vorne. Gut zu erkennen sind die zwei Gehäusenhälften, die Scheiben und die Antriebsmotoren. Der TCP befindet sich an der Spitze des Verbindungselementes (rot).

sind ebenfalls streng, da hiervon die Rundlauftoleranz sowie die Lagerreibung abhängig sind (siehe hierzu Abschnitt A.1.2.3). Die Lagetoleranz von Innen- und Außenkontur ist relativ weit toleriert, da sie keinen Einfluss auf die Positionierungsgenauigkeit hat.

**A.1.2.1.2 Material:** Das Gehäuse soll aus Aluminium großer Festigkeit (z.B. AlCuMg1) gefertigt werden.

#### A.1.2.2 Scheiben

Der Aufbau besitzt insgesamt sechs Scheiben in zwei Gruppen à 3 Scheiben. Die Scheibensysteme sind unterschiedlich groß, da für den spezifizierten Arbeitsraum Scheibensysteme mit unterschiedlichen Abmaßen erlaubt und auf diese Weise Platz und Gewicht gespart werden kann.

##### A.1.2.2.1 Fertigung

- Die Scheiben werden zunächst als Ronden Plan- und Längsgedreht. Dazu können sie mit Bohrungen im Bereich der späteren Aussparungen an eine Spannvorrichtung geschraubt werden. Die Toleranzanforderung an die Außenkontur ist streng, da hiervon die Rundlaufgenauigkeit abhängt.
- Die Innenkontur der Scheiben, welche die jeweils kleinere Scheibe tragen sollte ebenfalls ausgedreht werden, der Rundlauftoleranzen wegen, die wichtiger sind, als die Lagetoleranz der entsprechenden Innenkontur.
- Die Innenkontur, die der Gewichtsreduktion dient, wird zum Schluss ausgefräst bzw. drahterodiert.

**A.1.2.2.2 Material:** Die Scheiben sollen aus Aluminium großer Festigkeit (z.B. AlCuMg1) gefertigt werden.

##### A.1.2.3 Lagerungen

Die Lagerung der Scheiben und Zahnringe (siehe Abschnitt A.1.2.5) erfolgt mit Drahring- bzw. Dünnringlagern der Firmen Franke GmbH, Aalen bzw. R.A. Rodriguez GmbH, Eschweiler. Die Drahringlager bieten die Möglichkeit in geringen Grenzen das Lagerspiel einzustellen, indem entweder am Außen- oder am Innenring ein Draht gegen den anderen verschoben wird und somit die Bahn der Kugel verändert werden kann. Die Lager stellen hohe Ansprüche an die Genauigkeit und Steifigkeit der Anschlusskonstruktion, da sie über nahezu keine Eigensteifigkeit verfügen, jedoch bieten sie den Vorteil eines sehr geringen Bauraums.

##### A.1.2.4 Zahnriemen

Der Antrieb der großen Scheiben bzw. der äußeren Zahnringe erfolgt über Zahnriemen. Diese wurden gewählt, da es nicht möglich ist, die Motoren nahe genug an die Verzahnungen zu montieren. Gewählt wurden Zahnriemen (Fa. Gates GmbH, Langenfeld) mit einer Breite von  $3.2\text{mm}$  und einer Teilung von  $0.51\text{mm}$ . Die Riemen bestehen aus PUR, das mit Nylon überzogen und mit einer Glasfasereinlage verstärkt ist.

Zur Spannung der Zahnriemen können die jeweiligen Antriebsmotoren in ihren Halterungen radial verschoben werden. Um einen möglichst günstigen Umschlingungswinkel einzuhalten, und überhaupt ein Einfädeln des Riemens zu ermöglichen, wird dieser über jeweils zwei Umlenkrollen geführt. Die Rollen werden z. T. im Gehäuse selbst, wo dies aus Platzgründen nicht möglich ist, in Lagerböcken geführt. Die Ausführung der Motorhalterungen und Umlenkrollen wird so gewählt, dass mit möglichst wenigen verschiedenen Riemenlängen ausgekommen wird.

**A.1.2.4.1 Fertigung:** Die Motorhalterungen werden als Blechteil ausgeführt. Die Fertigung erfolgt auf einer Stanz-nibemaschine. Die Anforderungen an die Fertigungsgenauigkeit sind gering.

#### A.1.2.5 Zahnringe und Verzahnungen

Die Verzahnungen der Zahnringe (und Scheiben) sind Evolventenverzahnungen, die mit Hilfe der üblichen Berechnungsverfahren (Beispielhaft beschrieben in [83]) erstellt wurden. Die Verzahnungsgeometrie wurde mittels einer MATLAB-Routine erstellt und in das CAD-System übertragen, die sich an den üblichen Berechnungsverfahren (Beispielhaft beschrieben in [83]) auf Klemmung und Spiel untersucht wurden. Dies gilt sowohl für die Innen- als auch die Außenverzahnung. Die Verzahnungsgeometrie der Zahnriemenscheiben ist vom Hersteller der Zahnriemen vorgegeben.

##### A.1.2.5.1 Fertigung

- Die Ringe werden zunächst als Ronden Plan- und Längsgedreht. Die Toleranzanforderung an die Außenkontur und die Verzahnung sind streng (Zahndickentoleranz DIN 3967, Toleranzintervall:  $[-0.019mm, -0.035mm]$ , basierend auf DIN 3962), da hiervon die Rundlaufgenauigkeit, das Reibmoment sowie das Verzahnungsspiel abhängen.
- Die Verzahnung wird mit einem HSC-Fräser ausgefräst. Alternativ können die Verzahnungen auch drahterodiert werden. Die Wahl des Fertigungsverfahrens ist abhängig von der erreichbaren Genauigkeit sowie den Kosten.
- Die Innenkontur der Ringe besteht ebenfalls aus einer Verzahnung die entsprechend den oben beschriebenen Toleranzanforderungen zu fertigen ist. Die Lagetoleranz der Innenkontur relativ zur Außenkontur ist ebenso eng toleriert.

**A.1.2.5.2 Material** Wegen der guten Gleiteigenschaften und seiner Festigkeit wird als Material für die Zahnringe POM gewählt. Dies gilt für den Fall, dass die Verzahnung gefräst wird. Sollte sich das Drahterodieren als die günstigere Fertigungsverfahren herausstellen, werden die Zahnringe aus Aluminium gefertigt.

#### A.1.2.6 Gleichlaufgelenke

Zur Auswahl der Gleichlaufgelenke wurde zunächst eine Literaturrecherche durchgeführt. Hauptanforderungen an das Gelenk sind:

- Die Notwendigkeit eines Innen-Profiles zur Drehmomentübertragung auf ein Bauelement, bzw. ein Innengewinde zur Längsverstellung eines Bauelementes.
- Ein geringer Außendurchmesser, da sich dieser stark auf den Durchmesser des kompletten Aufbaus des Epizaktors auswirkt.
- Eine gute Miniaturisierbarkeit, die sich vor allem in der Anzahl der benötigten Bauteile sowie deren Toleranzanforderungen äußert.

Untersucht wurden: Gelenke nach Weiss und Rzeppa sowie Kugelgleichlaufgelenke [43]. Es stellte sich heraus, dass solche Gelenke auf Grund der Vielzahl der benötigten Bauteile hoher Präzision nicht für eine Miniaturisierung geeignet sind.

Angelehnt an sog. Wellengelenke wurde ein Gleichlaufgelenk selbst entwickelt (Abb. A.2). Die Bestätigung der Gleichlaufbedingung  $\omega_a(t) = \omega_e(t)$  erfolgte der Einfachheit halber mit  $Pro/E$ . Das Gelenk hat in der ausgeführten Konstruktion einen Außendurchmesser von  $21mm$  mit Lager ( $14mm$  eigentlicher Durchmesser des Gleichlaufgelenks) und ermöglicht die Realisierung eines Innenprofils bzw. Innengewindes<sup>2</sup>. Das Gelenk besteht aus 13 Bauteilen (Abb. A.2 b). Der mögliche Schwenkwinkel liegt bei  $\pm 20^\circ$ .

#### A.1.3 Antriebe

Die insgesamt acht Scheiben der Maschine werden von rotatorischen Elektromotoren angetrieben. Es wurden Motoren der Serie 3257 der Fa. Faulhaber, GmbH u. Co. KG, Schönaich gewählt.

---

<sup>2</sup>U. U. ist es möglich, eine Miniatur-Kugelumlaufmutter bzw. eine Kugelgeführte Verdrehsicherung zu integrieren. Dies soll für zukünftige Konstruktionen geprüft werden, Siehe auch <http://www.thk.de/pdf/MikroSeries.pdf>

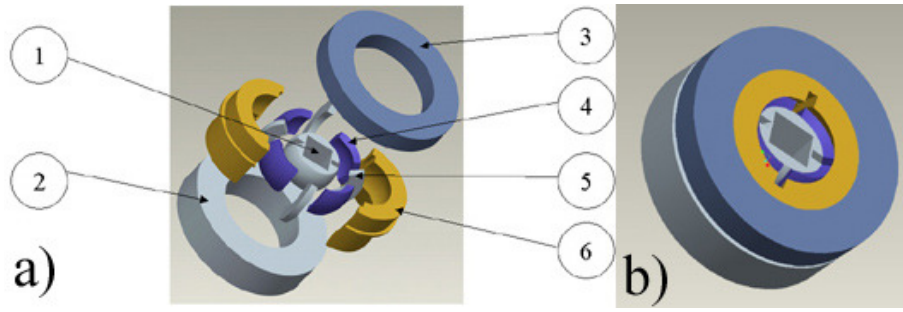


Abbildung A.2: Gleichlaufgelenk mit Innen-Profil (auch möglich: Innengewinde). Zusammengebaute Ansicht a) und explodierte Ansicht b). 1) Kugel (hier mit Innenprofil); 2) (Kugel-)Lager; 3) Zahnring (schematisch gezeichnet); 4) Abstandsegment; 5) Führungselement; 6) Gelenkglocke

#### A.1.3.1 Auswahl und Auslegung

Wie in Abschnitt 5.3.2 gezeigt wurde, benötigt der Antrieb der vorderen mittleren Scheibe das größte Moment. Auf dieses soll sich die Auslegung aller Motoren beziehen. Das benötigte Moment liegt bei  $1.53Nm$ . Die größte Maximalleistung aller Antriebe benötigt der Antrieb der vorderen großen Scheibe mit  $33.8W$ . Über die Maximaldrehzahl kann (noch) keine Aussage gemacht werden, da diese von der Singularitätsvermeidung abhängig ist, die noch nicht realisiert wurde. Für die Auslegung soll die Drehzahl aus der Beziehung  $P = M \cdot \omega$  abgeleitet werden. Die Auslegungsdrehzahl ergibt sich somit zu

$$n = \frac{60P}{2\pi M} = \frac{60 \cdot 33.8W}{2\pi \cdot 1.53Nm} = 211U/min$$

Nach der Auslegungsanleitung der Fa. Faulhaber sind diese Angaben ausreichend, um einen passenden Motor auszuwählen.

Die Leistungsanforderung von  $33.8W$  führt nach den Angaben des Herstellers, der eine 1.5 bis 2-fache Überdimensionierung vorschlägt, zu einem Motor mit der Bezeichnung 3257CR, der eine Nennleistung von  $79W$  aufweist.

Die gewünschte Drehzahl soll gleich der Hälfte der Leerlaufdrehzahl oder höher sein. Diese beträgt für den gewählten Motor  $5700U/min$ . Es wird daher eine Nenndrehzahl für den Antriebsmotor von  $3000U/min$  gewählt. Daraus ergibt sich das Untersetzungsverhältnis von Motorwelle auf die Scheibe von

$$i = \frac{n_{abtrieb}}{n_{antrieb}} = \frac{211}{3000} = \frac{1}{14}$$

Der Wirkdurchmesser des Riemenprofils der vorderen großen Scheibe liegt bei  $216mm$ . Der Wirkdurchmesser des Riemenritzel liegt somit bei

$$i = \frac{d_{Ritzel}}{d_{Scheibe}} = \frac{1}{14} \Rightarrow d_{Ritzel} = \frac{216}{14} = 15.4mm$$

Gewählt wird das Riemenritzel A6N16-024DF1208 der Fa. SDP/SI, New Hyde Park, NY, USA. Dieses hat einen Wirkdurchmesser von  $15mm$ . Die effektive Übersetzung liegt damit bei 1:14.4. Daraus ergibt sich das den Motor belastende Moment zu

$$M_{Motor} = i \cdot M_{Last} = \frac{1}{14.4} \cdot 1.53Nm = 0.11Nm$$

Dieses Moment ist bei weitem kleiner als die Hälfte des Anhaltmoments von  $0.531Nm$ . Somit ist dieser Motor überschlägig betrachtet ausreichend ausgelegt.

Da sich die Motorauslegung auf die am stärksten belastete Scheibe bezieht, ist davon auszugehen, dass die übrigen Antriebe ebenfalls passend ausgelegt sind.

Für alle Antriebe wurden Motoren der Baureihe 3257CR mit  $32mm$  Durchmesser und  $57mm$  Länge sowie einem Gewicht von  $242g$  gewählt. Der Motor hat in der 12V-Ausführung ein maximale Drehmoment von  $531mNm$  (Dauer:  $70mNm$ ), eine maximale Drehzahl von  $5700U/min$  sowie eine Dauerleistung von  $79W$ . Die Motoren sind, bezogen auf das Drehmoment, überdimensioniert und es

kann davon ausgegangen werden, dass sie trotz aller noch bestehenden Unwägbarkeiten ausreichend leistungsfähig sind.

#### **A.1.3.2 Miniaturisierungspotenzial der Antriebe**

Motoren der Fa. Faulhaber zeichnen sich durch ihre hohe Qualität, Präzision, kleine Zeitkonstanten sowie durch ihr großes Gewicht aus. Es ist davon auszugehen, dass die Antriebe in der beschriebenen Form stark überdimensioniert sind. Großes Miniaturisierungspotenzial besteht in der Verkleinerung der Motoren. Auch könnten leichtere Motoren verwendet werden, wenn solche mit ähnlichen Leistungsmerkmalen verfügbar werden.

#### **A.1.3.3 Miniaturisierungspotenzial der Antriebe**

Die verwendeten Motoren zeichnen sich durch ihre hohe Qualität, Präzision, kleine Zeitkonstanten sowie durch ihr großes Gewicht aus. Es ist davon auszugehen, dass die Antriebe in der beschriebenen Form stark überdimensioniert sind. Großes Miniaturisierungspotenzial besteht in der Verkleinerung der Motoren. Auch könnten leichtere Motoren verwendet werden, wenn solche mit ähnlichen Leistungsmerkmalen verfügbar werden.

### **A.1.4 Sensoren**

#### **A.1.4.1 Auswahl und Auslegung**

Zur Auswahl der Drehwinkelgeber auf den Motoren wird die Untersetzung zwischen dem zu aktuierenden Element und der Motorwelle untersucht. Dieses ist für alle acht Antriebe getrennt zu untersuchen. Tabelle A.1 gibt einen Überblick über die Wirkdurchmesser der einzelnen Elemente.

Ein bei der Implementierung zu berücksichtigender Faktor ist die maximal ertragbare Frequenz der Endcodereingänge der PC-Interfacekarten, die noch zu klären ist.

#### **A.1.4.2 Weitere mögliche Sensoren**

Zur Optimierung kann es sinnvoll sein, die Lage des Verbindungselements zwischen den Scheiben direkt (optisch) zu messen. Hier würde sich ein Trackingsystem, wie es im Rahmen des ITD-Projekts verwendet wird in miniaturisierter Form anbieten. Auch könnte in Zukunft die Kraft, die auf den Endeffektor wirkt, gemessen werden. Nicht zuletzt ist für die handgehaltene Anwendung eine Messung der Beschleunigung des Gehäuses nötig.

### **A.1.5 Kalibrierung bzw. Initialisierung**

Nach dem Einschalten ist wegen der Verwendung von Inkrementalgebern für die Messung der Drehwinkel der Scheiben eine Initialisierung nötig. Dazu, also zur Detektion eines definierten Punktes im Scheibensystem-Koordinatensystem ist derzeit folgendes Verfahren geplant:

- Jedes der beiden Scheibensysteme wird von Hand in die Nähe einer bestimmten Streckstellung gebracht, bei der in äußerster Lage der Anlenkpunkt einen Taster bzw. Näherungsschalter erreichen kann.
- Die genaue Lage des Tast-Punktes wird von der Maschine ermittelt, in dem alle Scheiben so lange unsynchron leicht hin und her drehen, bis der Punkt getastet wird.
- In diesem Moment ist die genaue Lage des entsprechenden Scheibensystems definiert.

### **A.1.6 Montage**

Die Montage des Aufbaus gestaltet sich wie folgt, dazu kann die Konstruktion gedanklich in zwei Scheibensysteme zerlegt werden. Die Scheibensysteme unterscheiden sich nur in ihrer Größe und konstruktiven Details. Für die Montage sind diese Unterschiede ohne Belang, weshalb im Folgenden die Montage eines Scheibensystems beschrieben wird. Abb. A.3 zeigt beide Scheibensysteme des Epizaktors im Schnitt.

Element	$\odot A/\text{mm}$	$\odot I/\text{mm}$	$i$	$\Delta\Theta/^\circ$
Motor-Riemenritzel	15	-		
große Scheibe vorne	178	-	1:11.9	0.03°
Zahnring zum Antrieb der mittleren Scheibe vorne	178	166		
Zahnring zum Antrieb des Zahnriings der mittleren Scheibe zum Antrieb der kleinen Scheibe vorne	198.6	178		
Zahnring zum Antrieb des Zahnriings der mittleren Scheibe zum Antrieb des Gelenks vorne	202	183		
Mittlere Scheibe vorne	104	-	1:11.1	0.03
Zahnring der mittleren Scheibe zum Antrieb der kleinen Scheibe vorne	116	97		
Zahnring der mittleren Scheibe zum Antrieb des Gelenks vorne	121	108		
Kleine Scheibe vorne	42	-	1:3.6	0.1
Zahnring der kleinen Scheibe zum Antrieb des Gelenks vorne	53	34		
Gelenk vorne	21	-	1:2.7	0.13
große Scheibe hinten	216	-	1:14.4	0.02
Zahnring zum Antrieb der mittleren Scheibe hinten	222	205		
Zahnring zum Antrieb des Zahnriings zum Antrieb der kleinen Scheibe hinten	241	225		
Zahnring zum Antrieb des Zahnriings zum Antrieb des Gelenks auf der mittleren Scheibe hinten	242	225		
Mittlere Scheibe hinten	125	-	1:9	0.04
Zahnring der mittleren Scheibe zum Antrieb der kleinen Scheibe hinten	145	115		
Zahnring der mittleren Scheibe zum Antrieb des Gelenks hinten	145	120		
Kleine Scheibe hinten	42	-	1:3.8	0.09
Zahnring der kleinen Scheibe zum Antrieb des Gelenks hinten	47	34		
Gelenk hinten	21	-	1:2.5	0.14

Tabelle A.1: Untersetzungsverhältnisse der einzelnen Scheiben. ' $\odot A$ ' bezeichnet den Außen-Wirkdurchmesser, ' $\odot I$ ' den Innen-Wirkdurchmesser der kinematischen Elemente, ' $i$ ' bezeichnet das Übersetzungsverhältnis von der Welle des Antriebsmotors auf die entsprechende Scheibe und ' $\Delta\Theta$ ' bezeichnet die Auflösung bei der Messung des Drehwinkels der entsprechenden Scheiben unter der Annahme, dass der Encoder am Antriebsmotor 1024 Striche pro Umdrehung besitzt.

Pos.	Bezeichnung
1	kleine Scheibe
2	mittlere Scheibe
3	große Scheibe
4	Zwischenring, mittlere Scheibe
5	innerer Zwischenring, kleine Scheibe
6	innerer Zwischenring, Gleichlaufgelenk
7	mittlerer Zwischenring, Gleichlaufgelenk
8	äußerer Zwischenring, kleine Scheibe
9	äußerer Zwischenring, Gleichlaufgelenk
	Lager sind nummeriert nach den Elementen zwischen denen sie angeordnet sind.

Tabelle A.2: Bezeichnungen der Elemente eines 3-DOF-nonsingu-Scheibensystems. Siehe auch Abb. A.3



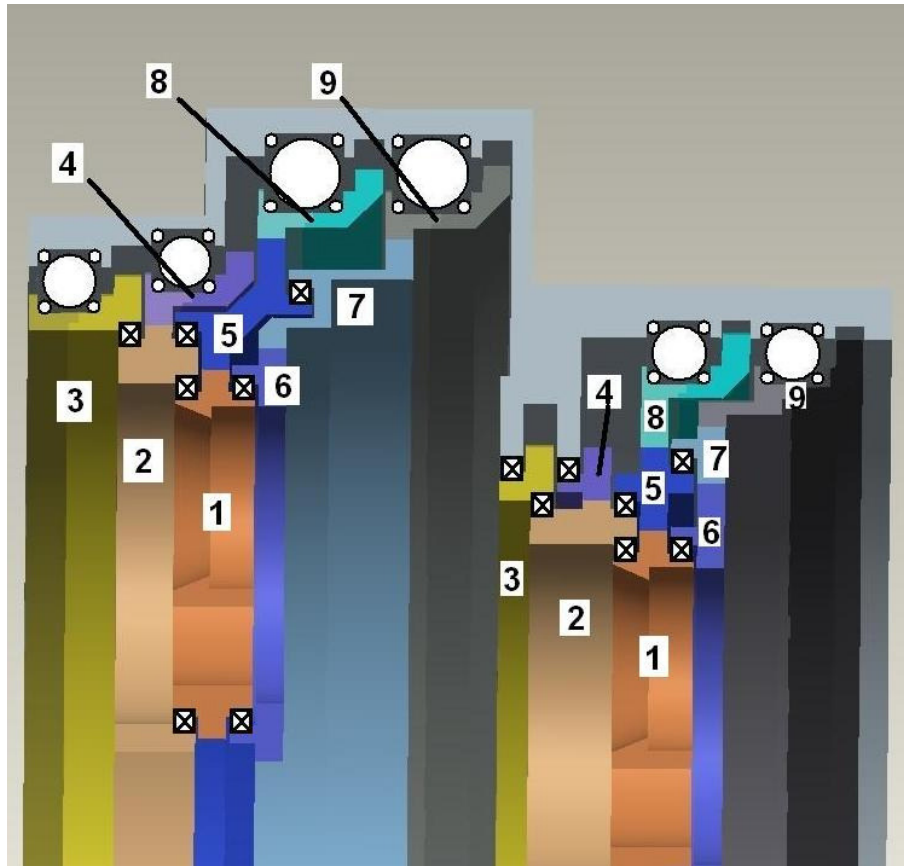


Abbildung A.3: Epizaktor-Konstruktion in Schnittdarstellung. Symbolische Darstellungen der Lager: Durchkreuzte Rechtecke bezeichnen Rillenkugellager, Formationen aus einem großen Kreis und vier im Quadrat angeordneten kleinen Kreisen bezeichnen Drehringlager. Nicht abgebildet sind die Gelenklager bei (1). (1) Kleine Scheibe mit Einbauraum der Gelenklager, (2) mittlere Scheibe, (3) große Scheibe, (4) Zahnring zum Antrieb der kleinen Scheibe (koaxial mit mittlerer Scheibe (2)), (5) Zahnring zum Antrieb der kleinen Scheibe (koaxial mit mittlerer Scheibe (2)), (6) Zahnring zum Antrieb des Gelenklagers koaxial mit kleiner Scheibe (1)), (7) Zahnring zum Antrieb des Zahnringes (6) (koaxial mit mittlerer Scheibe (2)), (8) Zahnring zum Antrieb von Zahnring (5) (koaxial mit großer Scheibe (1)), (9) Zahnring zum Antrieb von Zahnring (7) (koaxial mit großer Scheibe (3))

#### A.1.6.1 Montagereihenfolge

- 
- Gelenklager (Abb. A.3 nicht abgebildet) in kleine Scheibe (1) einsetzen, dabei das Kugellager des Gelenklagers mit Loctite sichern.
- Zahnring (6) auf kleiner Scheibe (1) mit dem Lager (1-6) montieren. Lager mit Loctite sichern.
- Kleine Scheibe (1) in mittlerer Scheibe (2) mit Lager (1-2) montieren. Lager mit Loctite sichern.
- Mittlere Scheibe (2) in großer Scheibe (3.1) mit Lager (2-3) montieren. Lager mit Loctite sichern.
- Große Scheibe mit den Innenringen und den Kugeln des Drahringlagers versehen und zweite Hälfte (3.2) montieren. Dazu die Schrauben am Umfang mit der Grundbeilage (geschliffene Unterlegscheiben) zwischen den Scheibenhälften versehen und vorsichtig anziehen (dieses Vorgehen gilt für alle Drahringlager und wird nicht nochmals beschrieben). Außenringe der Drahringlager um das Lager legen und provisorisch befestigen.
- Zahnring der Mittleren Scheibe (4.1) mit den Innenringen und den Kugeln des Drahringlagers versehen und zweite Hälfte (4.2) montieren. Außenringe der Drahringlager um das Lager legen und provisorisch befestigen. Zahnring auf das Scheibenpaket legen.
- Inneren Zahnring der kleinen Scheibe (5) mit dem Lager (2-5) auf mittlerer Scheibe montieren. Lager mit Loctite sichern.
- Mittleren Zahnring des Gelenklagers (7) mit Lager (5-7) auf dem inneren Zahnring der kleinen Scheibe (5) montieren. Lager mit Loctite sichern.
- Äußeren Zahnring der kleinen Scheibe (8.1) mit den Innenringen und den Kugeln des Drahringlagers versehen und zweite Hälfte (8.2) montieren. Außenringe der Drahringlager um das Lager legen und provisorisch befestigen. Zahnring auf das Scheibenpaket legen.
- Äußeren Zahnring des Gelenklagers (9.1) mit den Innenringen und den Kugeln des Drahringlagers versehen und zweite Hälfte (9.2) montieren. Außenringe der Drahringlager um das Lager legen und provisorisch befestigen. Zahnring auf das Scheibenpaket legen.
- Außenringe der Drahringlager um das Lager legen und provisorisch befestigen.
- Die Zahnriemen auflegen, provisorisch sichern und aus dem überstehenden Riemen eine Schlaufe bilden, die durch die Riemenschlitze der Gehäusehälften geführt werden.
- Scheibenpaket in eine Gehäusehälfte einlegen.
- Mit dem zweiten Scheibenpaket wie oben beschrieben verfahren.
- Zweite Gehäusehälfte auflegen und vorsichtig Flanschschrauben anziehen.
- Lagerspiel der Drahringlager prüfen und ggf. Beilage modifizieren.
- Motorhaltebleche, Umlenkrollen montieren.
- Motoren montieren, Riemen aufziehen und spannen.
- Zubehör montieren.

#### A.1.7 Realisierung

Die beschriebene Konstruktion der 6-DOF-6-nonsingu-Kinematik wird im ersten Projektschritt nicht realisiert werden können. Die Fertigungskosten überschritten den Etat um etwa das Doppelte.

Daher wurde die Maschine so umkonstruiert, dass sie auf der 6-DOF-6-Kinematik basiert, somit aus zwei 3-DOF-Scheibensystemen mit nur je zwei Scheiben besteht. Die Scheibensysteme wurden identisch gehalten, sodass die Anzahl der Gleichteile stark vergrößert werden konnte.

Mit dem Prototyp sollen Erfahrungen mit der Systemintegration, der Implementierung des Reglers sowie der Identifikation der Modellparameter für reale Verhältnisse gesammelt werden.



# Anhang B

## B.1 Vergleichende Untersuchung von elektrischen Antrieben

### B.1.1 Fragestellung

Für eine gegebene Antriebsleistung soll untersucht werden, ob ein lineares oder rotatorisches Antriebskonzept einen kleineren bzw. leichteren Aufbau ermöglicht. Dazu soll ermittelt werden, welches Motorenkonzept bei geforderter Leistung das kleinere Baumaß bzw. Gewicht besitzt.

Die Größenordnungen der Motoren, Hübe und Übersetzungen, die untersucht werden, orientieren sich an den bereits in den vorliegenden Prototypen verbauten.

### B.1.2 Vorgehensweise

Mit einer Herstellerrecherche wurden zwei Produzenten von zylindrischen elektrischen Linearmotoren im ausfindig gemacht, die Motoren in der benötigten Leistungsklasse herstellen.

Als Vergleich wurden rotatorische Motoren verschiedener Bauarten eines etablierten Herstellers herangezogen.

Als Kenngrößen wurden das Leistungsgewicht und das Leistungsvolumen angenommen. Bei den Linearmotoren wurde ein Hub von  $90\text{mm}$  in die Überlegung mit einbezogen, da der Slider hierbei eine vom Motor abhängige Länge haben muss. Bei den rotatorischen Antrieben wurde ein Getriebe berücksichtigt, das ein Abtriebsmoment von  $1\text{Nm}$  ermöglicht. Zum Vergleich wurden die Antriebe zusätzlich ohne Getriebe und mit null Hub verglichen.

### B.1.3 Ergebnisse

Die Ergebnisse sind zusammengefasst in den Tabellen B.1 und B.2.

**B.1.3.0.1 Ohne Getriebe / Sliderlänge = Gehäuselänge** Tabelle B.1 fasst die Ergebnisse zusammen. Das Leistungsgewicht von rotatorischen Elektromotoren ist fast 2.4 Mal so hoch wie das von linearen elektrischen Antrieben. Das Leistungsvolumen ist 3.4 Mal so groß.

In absoluten Zahlen: Ein durchschnittlicher Linearmotor mit  $33\text{W}$  Leistung wiegt  $322\text{g}$  und hat ein Volumen von  $97.2\text{cm}^3$ .

Ein durchschnittlicher drehender Elektromotor mit  $40.7\text{W}$  Leistung wiegt  $174\text{g}$  und hat ein Volumen von  $34.6\text{cm}^3$ .

**B.1.3.0.2 Mit Getriebe (1 Nm) / Sliderlänge = Gehäuselänge + 90 mm** Werden die rotatorischen Antriebe mit  $1\text{Nm}$  Abtriebsmoment (also mit Getriebe) und die Linearmotoren mit einem Hub von  $90\text{mm}$  verglichen, verhält sich das Leistungsgewicht und das Leistungsvolumen von linearen zu rotatorischen Antrieben wie 1:1.3.

In absoluten Zahlen: Ein durchschnittlicher Linearmotor mit  $33\text{W}$  Leistung und  $90\text{mm}$  Hub wiegt  $383.5\text{g}$  und hat ein Volumen von  $106.6\text{cm}^3$ .

Ein durchschnittlicher drehender Elektromotor mit  $40.7\text{W}$  Leistung und einem Drehmoment von  $1.28\text{Nm}$  wiegt  $379\text{g}$  und hat ein Volumen von  $68.2\text{cm}^3$ .

Motor	Masse /g	Kraft / N	Geschwindigkeit /m/s	mechanische Leistung /W	Leistungsgewicht /W/g	Volumen /cm <sup>3</sup>	Leistungs-Volumen /W/cm <sup>3</sup>
<b>Linearmotoren</b>							
Linmot 23x80/30x90	Stator: 265, Slider 56 (80mm), total 321	16	3.4	27.2	0.08	$17 * 2.1 * 2.75 = 98.2$	0.28
Copley Control Thrust Tube 1108	Stator: 246, Slider 77 (113mm), total: 323	14.4	5.5	39.6	0.12	$11.3 * 3.4 * 2.5 = 96.1$	0.41
Durchschnitt	322	15.2	4.45	33.4	0.1	97.2	0.35
<b>rotatorische Motoren</b>							
Motor	Masse /g	Drehmoment / Nm	Geschwindigkeit /m/s	mechanische Leistung /W	Leistungsgewicht /W/g	Volumen /cm <sup>3</sup>	Leistungs-Volumen /W/cm <sup>3</sup>
Faulhaber 3657...CR	156	0.044	10.000	45.9	0.29	$(3.6/2)^2 * \pi * 5.7 = 30.3$	1.5
Faulhaber 3242...CR	175	0.035	7500	27.3	0.16	$(3.2/2)^2 * \pi * 4.2 = 33.8$	0.8
Faulhaber 3056...B	190	0.0215	22.000	49.0	0.26	$(3/2)^2 * \pi * 5.6 = 39.6$	1.2
Durchschnitt	174	0.034	13200	40.7	0.24	34.6	1.2

Tabelle B.1: Ergebnisse der Motoren. Linearmotoren ohne Hub, Sliderlänge entsprechend Gehäuselänge, rotatorische Motoren ohne Getriebe.

### B.1.3.1 Zusammenfassung

Für die weiteren Überlegungen wird davon ausgegangen, dass ein Linearmotor bezogen auf eine Dauerkraft von  $47.2N$  pro  $kg$  Masse besitzt. Für rotatorische Elektromotoren wird davon ausgegangen, dass das auf das Gewicht bezogene Dauerdrehmoment (mit Getriebe) bei  $3.4Nm/kg$  liegt.

Wird die Leistung der Antriebe betrachtet, ergibt sich, dass ein Linearmotor dauerhaft  $103.7W/kg$  und ein rotatorischer Elektromotor  $233.9W/kg$  zu leisten in der Lage ist.

### B.1.4 Diskussion

Es fällt auf, dass ein direkter Vergleich schwer fällt, da Linearmotoren im Allgemeinen ohne Getriebe oder sonstige Kraftverstärkende Maßnahmen eingesetzt werden, wohingegen, Elektromotoren üblicherweise aufgrund der hohen Drehzahl ein Getriebe benötigen. Das günstige Leistungsgewicht bzw. -Volumen wird daher durch die relativ schweren Getriebe stark gemindert. Umgekehrt ist das Gewicht eines Elektromotors bei Positionierungsaufgaben unabhängig vom zurückzulegenden Drehwinkel. Bei Linearmotoren verlängern sich der Slider und damit das Gewicht des Antriebs.

Es wird deutlich, dass in der Leistungsklasse  $30 - 40W$  die Auswahl an elektrischen Linearantrieben eher klein ist. Für größere Antriebsaufgaben existiert hingegen ein breit gefächertes Angebot.

Bei den drehenden Motoren ist anzumerken, dass sich die Auswahl für den Vergleich auf einen Hersteller beschränkte. Dieser wurde ausgewählt, da er für diesen Einsatzzweck besonders geeignete und erprobte Motoren liefert. U.U. sind jedoch Produkte anderer Hersteller kleiner und leichter.

### B.1.5 Quellen

[www.linmot.com](http://www.linmot.com) [www.faulhaber.de](http://www.faulhaber.de) [www.copleycontrols.com/motion/motors/ThrustTube/](http://www.copleycontrols.com/motion/motors/ThrustTube/)

Motor	Masse /g	Kraft / N	Geschwindigkeit /m/s	mechanische Leistung /W	Leistungsgewicht /W/g	Volumen /cm <sup>3</sup>	Leistungs-Volumen /W/cm <sup>3</sup>
<b>Linearmotoren</b>							
Linmot 23x80/30x90	Stator: 265g, Slider 118g (170mm), total: 383	16	3.4	27.2	0.07	Stator: $17 * 2.1 * 2.75 = 98.2$ ; Slider: $9 * 0.6^2 * \pi = 10.2$ ; Total: 108.4	0.25
Copley Control Thrust Tube 1108	Stator: 246g, Slider 138g (203mm), total: 384	14.4	5.5	39.6	0.1	Stator: $11.3 * 3.4 * 2.5 = 96.1$ ; Slider: $9 * 0.55^2 * \pi = 8.6$ ; Total: 104.7	0.38
Durchschnitt	383.5	15.2	4.45	33.4	0.085	106.6	0.315
<b>rotatorische Motoren</b>							
Motor	Masse /g	Drehmoment / Nm	Geschwindigkeit /m/s	mechanische Leistung /W	Leistungsgewicht /W/g	Volumen /cm <sup>3</sup>	Leistungs-Volumen /W/cm <sup>3</sup>
Faulhaber 3657...CR; Getriebe: 43:1	Motor: 156; Getriebe: 229; Total: 385	1.9	230	45.9	0.12	Motor: $(3.6/2)^2 * \pi * 5.7 = 30.3$ ; Getriebe: $3.9 * (1.8)^2 * \pi = 39.7$ ; Total: 70	0.66
Faulhaber 3242..CR; Getriebe 29:1	Motor: 175; Getriebe: 210; Total: 385	1.02	260	27.3	0.07	Motor: 33.8; Getriebe: $3.77 * (3.22/2)^2 * \pi = 30.7$ ; Total: 64.5	0.42
Faulhaber 3056..B; Getriebe 43:1	Motor: 190; Getriebe: 177; Total: 367	0.92	510	49	0.13	Motor: 39.6; Getriebe: $4.31 * (3/2)^2 * \pi = 30.5$ ; Total: 70.1	0.19
Durchschnitt	379	1.28	333	40.7	0.11	68.2	0.42

Tabelle B.2: Ergebnisse der Motoren. Linearmotoren mit 90mm Hub, rotatorische Motoren mit Getriebe und 1Nm Abtriebsdrehmoment. Die Getriebewirkungsgrade wurden nicht berücksichtigt. Diese liegen lt. Hersteller zwischen 80 und 90%.



# Anhang C

## C.1 Vektoren und Matrizen

Für das inverse dynamische Modell des 6-DOF-6-nonsingu-Epizaktors bzw. dem eines Scheibensystems

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{M}(\boldsymbol{\varphi}) \ddot{\boldsymbol{\varphi}} + \mathbf{c}(\boldsymbol{\varphi}, \dot{\boldsymbol{\varphi}}) + \mathbf{v}(\boldsymbol{\varphi}, \dot{\boldsymbol{\varphi}}) + \mathbf{g}(\boldsymbol{\varphi})$$

werden verschiedene Matrizen und Vektoren berechnet, deren Ausschreibung im Text den Rahmen zu sprengen droht.

$\mathbf{M}(\boldsymbol{\varphi})$  ist die Inertial- oder Massenmatrix eines Scheibensystems. Sie wird im matlab-Code für ein 3-Scheibensystem mit 2 Freiheitsgraden, wie es für die Entwicklung des singularitätsrobusten Reglers angewandt wird, wie folgt notiert:

```
m11=[c2_33+c1_33+c3_33+2*sp31*m3*cos(q3)*l3-2*sp22*m2*sin(q2)*l2+
2*sp21*m2*cos(q2)*l2-2*sp32*m3*sin(q3)*l3+cos(q3)^2*m3*cos(q2)^2*l2^2+
sin(q3)^2*m3*sin(q2)^2*l2^2+sin(q3)^2*m3*cos(q2)^2*l2^2+
2*l3*sin(q3)^2*m3*cos(q2)*l2+2*l3*cos(q3)^2*m3*cos(q2)*l2-
2*sp32*m3*cos(q3)*sin(q2)*l2-2*sp32*m3*sin(q3)*cos(q2)*l2+
cos(q3)^2*m3*sin(q2)^2*l2^2+sin(q3)^2*m3*l3^2-2*sp31*m3*sin(q3)*
sin(q2)*l2+2*sp31*m3*cos(q3)*cos(q2)*l2+sp31^2*m3+sp32^2*m3+sp21^2*
m2+sp22^2*m2+sp11^2*m1+sp12^2*m1+cos(q3)^2*m3*l3^2+m2*sin(q2)^2*l2^2+
m2*cos(q2)^2*l2^2];
```

```
m12=[c2_33-2*sp32*m3*sin(q3)*l3+sp22^2*m2-sp22*m2*sin(q2)*l2+sp21^2*m2-
sp32*m3*sin(q3)*cos(q2)*l2-sp32*m3*cos(q3)*sin(q2)*l2+sp32^2*m3-
sp31*m3*sin(q3)*sin(q2)*l2+c3_33+l3*sin(q3)^2*m3*cos(q2)*l2+
sin(q3)^2*m3*l3^2+l3*cos(q3)^2*m3*cos(q2)*l2+sp31^2*m3+
sp31*m3*cos(q3)*cos(q2)*l2+cos(q3)^2*m3*l3^2+2
*sp31*m3*cos(q3)*l3+sp21*m2*cos(q2)*l2];
```

```
m13=[sp31*m3*cos(q3)*l3+c3_33-sp32*m3*cos(q3)*sin(q2)*l2-
sp32*m3*sin(q3)*l3+sp32^2*m3+sp31^2*m3+sp31*m3*cos(q3)*cos(q2)*l2-
sp32*m3*sin(q3)*cos(q2)*l2-sp31*m3*sin(q3)*sin(q2)*l2];
```

```
m21=[c2_33-2*sp32*m3*sin(q3)*l3+sp22^2*m2-sp22*m2*sin(q2)*l2+
sp21^2*m2-sp32*m3*sin(q3)*cos(q2)*l2-sp32*m3*cos(q3)*sin(q2)*l2+
sp32^2*m3-sp31*m3*sin(q3)*sin(q2)*l2+c3_33+l3*sin(q3)^2*m3*cos(q2)*l2+
sin(q3)^2*m3*l3^2+l3*cos(q3)^2*m3*cos(q2)*l2+sp31^2*m3+
sp31*m3*cos(q3)*cos(q2)*l2+cos(q3)^2*m3*l3^2+2*sp31*m3*cos(q3)*l3+
sp21*m2*cos(q2)*l2];
```

```
m22=[-2*sp32*m3*sin(q3)*l3+sp21^2*m2+sp22^2*m2+c2_33+
2*sp31*m3*cos(q3)*l3+c3_33+cos(q3)^2*m3*l3^2+sin(q3)^2*m3*l3^2+
sp32^2*m3+sp31^2*m3];
```

```
m23=[sp31^2*m3-sp32*m3*sin(q3)*l3+c3_33+sp31*m3*cos(q3)*l3+
sp32^2*m3];
```



```

m31=[sp31*m3*cos(q3)*l3+c3_33-sp32*m3*cos(q3)*sin(q2)*l2-
sp32*m3*sin(q3)*l3+sp32^2*m3+sp31^2*m3+sp31*m3*cos(q3)*cos(q2)*l2-
sp32*m3*sin(q3)*cos(q2)*l2-sp31*m3*sin(q3)*sin(q2)*l2];

m32=[sp31^2*m3-sp32*m3*sin(q3)*l3+c3_33+sp31*m3*cos(q3)*l3+sp32^2*m3];

m33=[sp32^2*m3+c3_33+sp31^2*m3];

M=[m11, m12, m13; m21, m22, m23; m31 m32, m33]

```

wobei mit ' $sp_{ij}$ ' die  $j$ -te Koordinate der  $i$ -ten Scheibe und ' $ci_{mn}$ ' der Eintrag der  $m$ -ten Zeile der  $n$ -ten Spalte des Trägheitstensors der  $i$ -ten Scheibe ist. Sowohl Schwerpunktskoordinate als auch Trägheitstensor berücksichtigen neben den Scheiben auch deren Antriebs-Zahnringe.

Für ein Scheibensystem mit 3 Freiheitsgraden und 3 Scheiben, wie es im Prototypen 2 mal verbaut wird, berechnet sich die Massenmatrix mit den analog verwandten Variablen wie folgt:

```

m11=[(c2_33+m2*cos(q2)^2*l2^2+m2*sin(q2)^2*l2^2+
m3*sin(q3)^2*l3^2-2*sp31*m3*sin(q3)*sin(q2)*l2+
m3*cos(q3)^2*l3^2+sp21^2*m2+sp22^2*m2+sp11^2*m1+
sp12^2*m1-2*sp32*m3*sin(q3)*l3+2*l3*m3*cos(q3)^2*
cos(q2)*l2+2*l3*m4*cos(q4)^2*cos(q3)^2*cos(q2)*l2+
2*l3*m4*sin(q4)^2*cos(q3)^2*cos(q2)*l2+m3*sin(q3)^2*
sin(q2)^2*l2^2+2*sp21*m2*cos(q2)*l2+
m4*cos(q4)^2*sin(q3)^2*l3^2+2*l3*m4*cos(q4)^2*sin(q3)^2*cos(q2)*l2+
2*l3*m3*sin(q3)^2*cos(q2)*l2+m4*sin(q4)^2*cos(q3)^2*
sin(q2)^2*l2^2-2*sp32*m3*sin(q3)*cos(q2)*l2+m4*sin(q4)^2*
cos(q3)^2*l3^2+m4*sin(q4)^2*sin(q3)^2*l3^2+m4*cos(q4)^2*
cos(q3)^2*sin(q2)^2*l2^2+m3*sin(q3)^2*cos(q2)^2*l2^2+m4*
sin(q4)^2*sin(q3)^2*cos(q2)^2*l2^2+m4*sin(q4)^2*cos(q3)^2*
cos(q2)^2*l2^2+m4*sin(q4)^2*sin(q3)^2*sin(q2)^2*l2^2+
m4*cos(q4)^2*sin(q3)^2*cos(q2)^2*l2^2+m4*cos(q4)^2*sin(q3)^2*
sin(q2)^2*l2^2+m4*cos(q4)^2*cos(q3)^2*cos(q2)^2*l2^2+2*sp31*
m3*cos(q3)*cos(q2)*l2+m3*cos(q3)^2*cos(q2)^2*l2^2-2*sp32*m3*
cos(q3)*sin(q2)*l2+m3*cos(q3)^2*sin(q2)^2*l2^2+c1_33+sp31^2*m3+
sp32^2*m3+c4_33+m4*cos(q4)^2*cos(q3)^2*l3^2-2*sp22*m2*sin(q2)*l2+
2*l3*m4*sin(q4)^2*sin(q3)^2*cos(q2)*l2+2*sp31*m3*cos(q3)*l3+c3_33)];

```

```

m12=[(c2_33+m3*sin(q3)^2*l3^2-sp31*m3*sin(q3)*sin(q2)*l2+
m3*cos(q3)^2*l3^2+sp21^2*m2+sp22^2*m2-2*sp32*m3*sin(q3)*l3+
l3*m3*cos(q3)^2*cos(q2)*l2+l3*m4*cos(q4)^2*cos(q3)^2*cos(q2)*l2+
l3*m4*sin(q4)^2*cos(q3)^2*cos(q2)*l2+sp21*m2*cos(q2)*l2+
m4*cos(q4)^2*sin(q3)^2*l3^2+l3*m4*cos(q4)^2*sin(q3)^2*cos(q2)*l2+
l3*m3*sin(q3)^2*cos(q2)*l2-sp32*m3*sin(q3)*cos(q2)*l2+
m4*sin(q4)^2*cos(q3)^2*l3^2+m4*sin(q4)^2*sin(q3)^2*l3^2+
sp31*m3*cos(q3)*cos(q2)*l2-sp32*m3*cos(q3)*sin(q2)*l2+sp31^2*m3+
sp32^2*m3+c4_33+m4*cos(q4)^2*cos(q3)^2*l3^2-sp22*m2*sin(q2)*l2+
l3*m4*sin(q4)^2*sin(q3)^2*cos(q2)*l2+2*sp31*m3*cos(q3)*l3+c3_33)];

```

```

m13=[(sp31*m3*cos(q3)*cos(q2)*l2-sp32*m3*cos(q3)*sin(q2)*l2-
sp31*m3*sin(q3)*sin(q2)*l2+c3_33+sp32^2*m3+sp31^2*m3+c4_33-
sp32*m3*sin(q3)*l3+sp31*m3*cos(q3)*l3-sp32*m3*sin(q3)*cos(q2)*l2)];

```

```

m14=[c4_33];

```

```

m21=[(m3*cos(q3)^2*l3^2+l3*m4*sin(q4)^2*sin(q3)^2*cos(q2)*l2+
l3*m4*sin(q4)^2*cos(q3)^2*cos(q2)*l2+l3*m4*cos(q4)^2*
sin(q3)^2*cos(q2)*l2-sp31*m3*sin(q3)*sin(q2)*l2+l3*m3*cos(q3)^2*
cos(q2)*l2+l3*m3*sin(q3)^2*cos(q2)*l2-sp22*m2*sin(q2)*l2-

```

$$\begin{aligned} & \text{sp32} \cdot \text{m3} \cdot \cos(q_3) \cdot \sin(q_2) \cdot l_2 - \text{sp32} \cdot \text{m3} \cdot \sin(q_3) \cdot \cos(q_2) \cdot l_2 + \\ & \text{sp31} \cdot \text{m3} \cdot \cos(q_3) \cdot \cos(q_2) \cdot l_2 + 2 \cdot \text{sp31} \cdot \text{m3} \cdot \cos(q_3) \cdot l_3 + \text{sp21}^2 \cdot \text{m2} + \\ & \text{sp22}^2 \cdot \text{m2} + \text{sp31}^2 \cdot \text{m3} + \text{m3} \cdot \sin(q_3)^2 \cdot l_3^2 + c_{2\_33} + c_{4\_33} + c_{3\_33} + \\ & \text{m4} \cdot \cos(q_4)^2 \cdot \cos(q_3)^2 \cdot l_3^2 + \text{m4} \cdot \sin(q_4)^2 \cdot \sin(q_3)^2 \cdot l_3^2 + \\ & \text{m4} \cdot \cos(q_4)^2 \cdot \sin(q_3)^2 \cdot l_3^2 + \text{m4} \cdot \sin(q_4)^2 \cdot \cos(q_3)^2 \cdot l_3^2 + \\ & \text{sp21} \cdot \text{m2} \cdot \cos(q_2) \cdot l_2 - 2 \cdot \text{sp32} \cdot \text{m3} \cdot \sin(q_3) \cdot l_3 + l_3 \cdot \text{m4} \cdot \cos(q_4)^2 \cdot \\ & \cos(q_3)^2 \cdot \cos(q_2) \cdot l_2 + \text{sp32}^2 \cdot \text{m3} \end{aligned}];$$

$$\begin{aligned} \text{m22} = & (\text{m4} \cdot \sin(q_4)^2 \cdot \sin(q_3)^2 \cdot l_3^2 + \text{sp21}^2 \cdot \text{m2} + \text{sp22}^2 \cdot \text{m2} + \\ & \text{m3} \cdot \cos(q_3)^2 \cdot l_3^2 + c_{4\_33} + 2 \cdot \text{sp31} \cdot \text{m3} \cdot \cos(q_3) \cdot l_3 + \text{m4} \cdot \sin(q_4)^2 \cdot \\ & \cos(q_3)^2 \cdot l_3^2 - 2 \cdot \text{sp32} \cdot \text{m3} \cdot \sin(q_3) \cdot l_3 + c_{3\_33} + \text{m3} \cdot \sin(q_3)^2 \cdot l_3^2 + \\ & \text{sp32}^2 \cdot \text{m3} + \text{sp31}^2 \cdot \text{m3} + c_{2\_33} + \text{m4} \cdot \cos(q_4)^2 \cdot \sin(q_3)^2 \cdot l_3^2 + \\ & \text{m4} \cdot \cos(q_4)^2 \cdot \cos(q_3)^2 \cdot l_3^2); \end{aligned}$$

$$\text{m23} = [(-\text{sp32} \cdot \text{m3} \cdot \sin(q_3) \cdot l_3 + \text{sp31}^2 \cdot \text{m3} + c_{4\_33} + \text{sp32}^2 \cdot \text{m3} + \text{sp31} \cdot \text{m3} \cdot \cos(q_3) \cdot l_3 + c_{3\_33})];$$

$$\text{m24} = [c_{4\_33}];$$

$$\begin{aligned} \text{m31} = & (-\text{sp32} \cdot \text{m3} \cdot \sin(q_3) \cdot l_3 + \text{sp31}^2 \cdot \text{m3} - \text{sp32} \cdot \text{m3} \cdot \sin(q_3) \cdot \\ & \cos(q_2) \cdot l_2 + c_{4\_33} + c_{3\_33} - \text{sp32} \cdot \text{m3} \cdot \cos(q_3) \cdot \sin(q_2) \cdot l_2 + \text{sp31} \cdot \text{m3} \cdot \\ & \cos(q_3) \cdot l_3 + \text{sp32}^2 \cdot \text{m3} - \text{sp31} \cdot \text{m3} \cdot \sin(q_3) \cdot \sin(q_2) \cdot l_2 + \\ & \text{sp31} \cdot \text{m3} \cdot \cos(q_3) \cdot \cos(q_2) \cdot l_2); \end{aligned}$$

$$\text{m32} = [(-\text{sp32} \cdot \text{m3} \cdot \sin(q_3) \cdot l_3 + c_{4\_33} + \text{sp31}^2 \cdot \text{m3} + \text{sp31} \cdot \text{m3} \cdot \cos(q_3) \cdot l_3 + \text{sp32}^2 \cdot \text{m3} + c_{3\_33})];$$

$$\text{m33} = [(c_{4\_33} + c_{3\_33} + \text{sp31}^2 \cdot \text{m3} + \text{sp32}^2 \cdot \text{m3})];$$

$$\text{m34} = [c_{4\_33}];$$

$$\text{m41} = [c_{4\_33}];$$

$$\text{m42} = [c_{4\_33}];$$

$$\text{m43} = [c_{4\_33}];$$

$$\text{m44} = [c_{4\_33}];$$

$$\text{M} = [\text{m11}, \text{m12}, \text{m13}, \text{m14}; \text{m21}, \text{m22}, \text{m23}, \text{m24}; \text{m31}, \text{m32}, \text{m33}, \text{m34}; \text{m41}, \text{m42}, \text{m43}, \text{m44}];$$

$\mathbf{c}(\varphi, \dot{\varphi})$  ist der Vektor der Zentripetal- und Corioliskräfte und kann wie folgt notiert werden:

$$\begin{aligned} \text{C1} = & [l_2 \cdot \cos(q_2) \cdot \sin(q_3) \cdot \text{m3} \cdot \text{sp31} \cdot \text{qp2}^2 - l_2 \cdot \cos(q_2) \cdot \sin(q_3) \cdot \text{m3} \cdot \text{sp31} \cdot \text{qp3}^2 - \\ & 2 \cdot l_2 \cdot \cos(q_2) \cdot \cos(q_3) \cdot \text{m3} \cdot \text{sp32} \cdot \text{qp2} \cdot \text{qp3} - l_2 \cdot \cos(q_2) \cdot \cos(q_3) \cdot \text{m3} \cdot \text{sp32} \cdot \text{qp3}^2 + \\ & 2 \cdot l_2 \cdot \sin(q_2) \cdot \sin(q_3) \cdot \text{m3} \cdot \text{sp32} \cdot \text{qp1} \cdot \text{qp2} + 2 \cdot l_2 \cdot \sin(q_2) \cdot \sin(q_3) \cdot \text{m3} \cdot \text{sp32} \cdot \text{qp1} \cdot \text{qp3} - \\ & 2 \cdot l_2 \cdot \sin(q_2) \cdot \cos(q_3) \cdot \text{m3} \cdot \text{sp31} \cdot \text{qp1} \cdot \text{qp2} - 2 \cdot l_2 \cdot \sin(q_2) \cdot \cos(q_3) \cdot \text{m3} \cdot \text{sp31} \cdot \text{qp1} \cdot \text{qp3} - \\ & 2 \cdot l_2 \cdot \sin(q_2) \cdot \cos(q_3) \cdot \text{m3} \cdot \text{sp31} \cdot \text{qp2} \cdot \text{qp3} + 2 \cdot l_2 \cdot \sin(q_2) \cdot \sin(q_3) \cdot \text{m3} \cdot \text{sp32} \cdot \text{qp2} \cdot \text{qp3} - \\ & 2 \cdot l_2 \cdot \sin(q_2) \cdot \sin(q_3)^2 \cdot \text{m3} \cdot l_3 \cdot \text{qp1} \cdot \text{qp2} - l_2 \cdot \cos(q_2) \cdot \cos(q_3) \cdot \text{m3} \cdot \text{sp32} \cdot \text{qp2}^2 - \\ & 2 \cdot l_2 \cdot \cos(q_2) \cdot \text{m2} \cdot \text{sp22} \cdot \text{qp1} \cdot \text{qp2} - 2 \cdot l_2 \cdot \cos(q_2) \cdot \sin(q_3) \cdot \text{m3} \cdot \text{sp31} \cdot \text{qp1} \cdot \text{qp2} - \\ & 2 \cdot l_2 \cdot \cos(q_2) \cdot \sin(q_3) \cdot \text{m3} \cdot \text{sp31} \cdot \text{qp1} \cdot \text{qp3} - 2 \cdot l_2 \cdot \cos(q_2) \cdot \sin(q_3) \cdot \text{m3} \cdot \text{sp31} \cdot \text{qp2} \cdot \text{qp3} - \\ & 2 \cdot l_2 \cdot \cos(q_2) \cdot \cos(q_3) \cdot \text{m3} \cdot \text{sp32} \cdot \text{qp1} \cdot \text{qp2} - 2 \cdot l_2 \cdot \cos(q_2) \cdot \cos(q_3) \cdot \text{m3} \cdot \text{sp32} \cdot \text{qp1} \cdot \text{qp3} - \\ & l_2 \cdot \cos(q_2) \cdot \text{m2} \cdot \text{sp22} \cdot \text{qp2}^2 - 2 \cdot l_3 \cdot \cos(q_3) \cdot \text{m3} \cdot \text{sp32} \cdot \text{qp1} \cdot \text{qp3} - \\ & 2 \cdot l_3 \cdot \cos(q_3) \cdot \text{m3} \cdot \text{sp32} \cdot \text{qp2} \cdot \text{qp3} - l_3 \cdot \cos(q_3) \cdot \text{m3} \cdot \text{sp32} \cdot \text{qp3}^2 - \\ & l_3 \cdot \sin(q_3) \cdot \text{m3} \cdot \text{sp31} \cdot \text{qp3}^2 - 2 \cdot l_3 \cdot \sin(q_3) \cdot \text{m3} \cdot \text{sp31} \cdot \text{qp1} \cdot \text{qp3} - \\ & 2 \cdot l_3 \cdot \sin(q_3) \cdot \text{m3} \cdot \text{sp31} \cdot \text{qp2} \cdot \text{qp3} - 2 \cdot l_2 \cdot \sin(q_2) \cdot \text{m2} \cdot \text{sp21} \cdot \text{qp1} \cdot \text{qp2} - \\ & l_2 \cdot \sin(q_2) \cdot \sin(q_3)^2 \cdot \text{m3} \cdot l_3 \cdot \text{qp2}^2 + l_2 \cdot \sin(q_2) \cdot \sin(q_3) \cdot \text{m3} \cdot \text{sp32} \cdot \text{qp3}^2 - \\ & l_2 \cdot \sin(q_2) \cdot \text{m2} \cdot \text{sp21} \cdot \text{qp2}^2 - 2 \cdot l_2 \cdot \sin(q_2) \cdot \cos(q_3)^2 \cdot \text{m3} \cdot l_3 \cdot \text{qp1} \cdot \text{qp2} - \\ & l_2 \cdot \sin(q_2) \cdot \cos(q_3)^2 \cdot \text{m3} \cdot l_3 \cdot \text{qp2}^2 - l_2 \cdot \sin(q_2) \cdot \cos(q_3) \cdot \text{m3} \cdot \text{sp31} \cdot \text{qp3}^2 - \\ & l_2 \cdot \sin(q_2) \cdot \cos(q_3) \cdot \text{m3} \cdot \text{sp31} \cdot \text{qp2}^2 + l_2 \cdot \sin(q_2) \cdot \sin(q_3) \cdot \text{m3} \cdot \text{sp32} \cdot \text{qp2}^2]; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C2 = & [sp32*m3*cos(q3)*cos(q2)*qp1^2*l2+sp31*m3*cos(q3)*sin(q2)*qp1^2*l2+ \\ & l3*cos(q3)^2*m3*sin(q2)*qp1^2*l2-sp32*m3*sin(q3)*sin(q2)*qp1^2*l2+ \\ & sp21*m2*sin(q2)*qp1^2*l2+sp22*m2*cos(q2)*qp1^2*l2+ \\ & l3*sin(q3)^2*m3*sin(q2)*qp1^2*l2+ \\ & sp31*m3*sin(q3)*cos(q2)*qp1^2*l2-2*l3*cos(q3)*m3*sp32*qp1*qp3- \\ & 2*l3*cos(q3)*m3*sp32*qp2*qp3-l3*cos(q3)*m3*sp32*qp3^2- \\ & l3*sin(q3)*m3*sp31*qp3^2-2*l3*sin(q3)*m3*sp31*qp1*qp3- \\ & 2*l3*sin(q3)*m3*sp31*qp2*qp3]; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C3 = & [sp32*m3*cos(q3)*cos(q2)*qp1^2*l2+sp31*m3*cos(q3)*sin(q2)*qp1^2*l2- \\ & sp32*m3*sin(q3)*sin(q2)*qp1^2*l2+2*sp32*m3*cos(q3)*l3*qp1*qp2+ \\ & 2*sp31*m3*sin(q3)*l3*qp1*qp2+sp31*m3*sin(q3)*l3*qp2^2+ \\ & sp31*m3*sin(q3)*l3*qp1^2+sp31*m3*sin(q3)*cos(q2)*qp1^2*l2+ \\ & sp32*m3*cos(q3)*l3*qp2^2+sp32*m3*cos(q3)*l3*qp1^2]; \\ C = & [C1; C2; C3]; \end{aligned}$$

$\mathbf{v}(\varphi, \dot{\varphi})$  ist der Vektor der Reib-Momente. Die Reibung wurde als viskose Reibung modelliert. Für die Reibmomente gilt demnach:

$$\mathbf{v}(\varphi, \dot{\varphi}) = \mu_{\mathbf{R}, \mathbf{C}} \cdot \dot{\varphi}$$

$\mathbf{g}(\dot{\varphi})$  ist der Vektor, der den Einfluss der Gewichtskraft beschreibt.

$$\begin{aligned} \mathbf{G} = & [G3 = \cos(q1+q2+q3)*sp31*m3; \cos(q1+q2) * (m2*sp21+m3*l2); \\ & \cos(q1)*(m1*sp11+(m2+m3)*l1)]; \end{aligned}$$

Die Jakobimatrix eines 3-DOF Scheibensystems ist

$$\mathbf{J}_{(\varphi)} = \begin{bmatrix} -l_1 \sin(\varphi_1) - r_2 \sin(\varphi_1 + \varphi_2) - r_3 \sin(\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3) & r_2 \sin(\varphi_1 + \varphi_2) - r_3 \sin(\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3) & -r_3 \sin(\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3) & 0 \\ r_1 \cos(\varphi_1) - r_2 \cos(\varphi_1 + \varphi_2) - r_3 \cos(\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3) & -r_2 \cos(\varphi_1 + \varphi_2) - r_3 \cos(\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3) & r_3 \cos(\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Die Jakobimatrix eines redundanten 2-DOF Scheibensystems ist

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} -r_1 s(\varphi_1) - r_2 s(\varphi_1 + \varphi_2) - r_3 s(\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3) & -r_2 s(\varphi_1 + \varphi_2) - r_3 s(\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3) & -r_3 s(\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3) \\ r_1 c(\varphi_1) + r_2 c(\varphi_1 + \varphi_2) + r_3 c(\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3) & r_2 c(\varphi_1 + \varphi_2) + r_3 c(\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3) & r_3 c(\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3) \end{bmatrix}$$

Die abgeleitete Jakobimtarix ergibt sich zu

$$\dot{\mathbf{J}} = \begin{bmatrix} -(r_1 c(\varphi_1) - r_2 c(\varphi_1 + \varphi_2) - r_3 c(\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3)) \dot{\varphi}_1 & (-r_2 c(\varphi_1 + \varphi_2) - r_3 c(\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3)) \dot{\varphi}_2 & (r_3 c(\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3)) \dot{\varphi}_3 \\ -r_1 s(\varphi_1) - r_2 s(\varphi_1 + \varphi_2) - r_3 s(\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3) \dot{\varphi}_1 & (-r_2 s(\varphi_1 + \varphi_2) - r_3 s(\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3)) \dot{\varphi}_2 & (-r_3 s(\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3)) \dot{\varphi}_3 \end{bmatrix}$$